Universidade Federal do Piauí
Centro de Ciências da Natureza
Programa de Pós-Graduação em Matemática
Mestrado Profissional em Matemática

Wilton Pereira de Araújo

A UTILIZAÇÃO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS NO LANÇAMENTO DE FOGUETE DE GARRAFA PET

Teresina - 2023

PROFMAT

Wilton Pereira de Araújo

Dissertação de Mestrado:

A UTILIZAÇÃO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS NO LANÇAMENTO DE FOGUETE DE GARRAFA PET

Dissertação submetida à Coordenação do Programa de Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT, da Universidade Federal do Piauí, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Matemática na modalidade profissional.

Orientador:
Prof. Dr. Jurandir de Oliveira Lopes

Teresina - 2023

Universidade Federal do Piauí - UFPI, Centro de Ciência da Natureza - CCN, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Mestrado Profissional em Matemática. Cep 64049-550 - Teresina, PI.

FICHA CATALOGRÁFICA
Universidade Federal do Piauí
Sistema de Bibliotecas UFPI-SIBi/UFPI
Biblioteca Setorial do CCN

A663U Araújo, Wilton Pereira de.
A UTILIZAÇÃO DE FUNÇÕES QUADRÁTICAS NO LANÇAMENTO DE FOGUETE DE GARRAFA PET/Wilton Pereira de Araújo--2023.
56f.
Dissertação (Mestrado Profissional)-Universidade Federal do Piauí, Centro de Ciências da Natureza, Programa de Pós-Graduação em Matemática, Teresina, 2023.
"Orientador: Prof. Dr. Jurandir de Oliveira Lopes."

I. Matemática - estudo e ensino. 2. Recursos didáticos.
3. Funçoes quadráticas. I. Lopes, Jurandir de Oliveira. II. Titulo.
CDD 5107

Bibliotecária: Maria da Silva Gomes-CRB3/1461

.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA
CENTRO DE EDUCAÇÃO ABERTA E À DISTÂNCIA
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL

Dissertação de Mestrado submetida à coordenação Acadêmica Institucional, na Universidade Federal do Piauí, do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional para obtenção do grau de **mestre em matemática** intitulada: **a utlização de funções quadráticas no lancamento de foguete garrafa pet**, defendida pelo mestrando **Wilton Pereira de Araújo**, em 30 de agosto de 2023 e aprovada pela banca constituída pelos professores:

Documento assinado digitalmente
gov.br
JURANDIR DE OLIVEIRA LOPES
Data: 13/10/2023 16:01:41-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Jurandir de Oliveira Lopes
Presidente da Banca examinadora

Documento assinado digitalmente
gov.br
JACKELYA ARAUJO DA SILVA
Data: 22/09/2023 16:21:29-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Jackelya Araújo da Silva
Examinadora Interno

Documento assinado digitalmente
gov.br
ANTONIO CARDOSO DO AMARAL
Data: 26/09/2023 16:26:20-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Antônio Cardoso do Amaral
Examinador Externo

Agradecimentos

Gostaria de expressar meus sinceros agradecimentos a todas as pessoas que contribuíram para a minha jornada acadêmica e pessoal. Primeiramente, minha mãe, Maria Pereira de Araújo, funcionária e auxiliar de cozinha na UFPI, merece um agradecimento especial pela sua dedicação incansável e apoio constante para que eu e meus irmãos tivéssemos as melhores oportunidades possíveis.

A minha querida esposa, Geisylene Pereira do Nascimento, meu agradecimento por sempre estar ao meu lado, me apoiando e compartilhando os desafios e conquistas. Ao meu filho, William Pereira Nascimento de Araújo, que é minha motivação e inspiração para crescer e me esforçar cada vez mais.

Aos meus irmãos, Wilson Pereira de Araújo e Karla Mayara Pereira de Araújo, pela presença e apoio contínuo ao longo dessa jornada. Um agradecimento especial também aos meus sobrinhos e afilhados: Maria Júlia, Paulo Neto, Francisco Junio, Mikael, Pedro, Vitória, Isabelle, Emanuel e Ayxa, que sempre trouxeram alegria e motivação à minha vida.

Não posso deixar de expressar minha gratidão aos meus primos, Melkzedeque Pereira de Araújo, e às minhas tias: Maria das Dores Antonia Araújo, Francisca (Chiquinha) e Rosa, bem como aos amigos que sempre me apoiaram e incentivaram ao longo dessa jornada de desenvolvimento e crescimento.

Um agradecimento especial é dedicado à memória da minha amada avó, Izidória(mamãe), que sempre me inspirou com seus cuidados e exemplo de vida. Quero expressar meu agradecimento aos amigos do terceirão 95, assim como à minha cunhada e comadre Geisymeire Pereira, meu compadre e irmão Guet Pereira, e também à cunhada Isadora. Em especial, gostaria de estender meus agradecimentos a todos os professores e funcionários do CETI Pinheiro Machado. Muito obrigado a todos.

Agradeço de coração ao meu orientador, o Professor Dr. Jurandir de Oliveira Lopes, por sua paciência, dedicação e comprometimento ao guiar este trabalho. Agradeço também à Professora Dra. Jackelya Araújo da Silva, que foi uma luz em minha jornada acadêmica.

Por fim, quero expressar minha profunda gratidão à UFPI e ao PROFMAT (Coordenador prof Dr. Kelton) por proporcionarem essa oportunidade de aprendizado e crescimento. Este é apenas um pequeno gesto de apreço por todo o apoio e encorajamento que recebi ao longo desta etapa da minha vida. Obrigado a todos.

“*De uma concepção de interesse pessoal passei a acreditar e a seguir esta frase: SEU PENSAMENTO CRIA A SUA REALIDADE.*".

Filósofo Indiano BUDA.

Resumo

As Olimpíadas Brasileira de Astronomia nas escolas de Ensino Básico proporciona ao ensino de Matemática um instrumento primordial para a construção e lançamento de foguetes de garrafa PET em competições educacionais. O lançamento de foguetes de garrafa PET é uma atividade educacional simples e acessível tanto material, pedagógico, como financeiramente e que permite explorar os princípios científicos da matemática que permeiam lançamentos de foguetes espaciais. Considerando a relevância do lançamento de foguetes de garrafa PET como metodologia de ensino de matemática, buscamos com este estudo proporcionar aos alunos do ensino médio uma experiência de aprendizado no ensino das funções quadráticas de forma mais lúdica e que seja acessível ao contexto social dos alunos. O trabalho tem como objetivo, dada as experiências metodológicas aqui desenvolvidas, ampliar o conhecimento matemático dos alunos do ensino médio, estimulando-os no aprendizado científico. A conciliação com o contexto social em que os alunos estão inseridos promoverá uma boa formação tanto em matemática como em Astronomia. Assim, o estudo poderá otimizar o ensino de matemática conjugado com o projeto de lançamentos de foguetes de garrafa PET, contribuirá para o desenvolvimento do ensino de Matemática e, desse modo, incentivar para que os alunos possam seguir carreira acadêmica e profissionais inovadores.

Palavras-chave:Ensino de Matemática. Funções quadráticas. Lançamento de foguetes de garrafa PET.

Abstract

The Brazilian Astronomy Olympics in Basic Education schools provides the teaching of Mathematics with a primordial instrument for the construction and launch of PET bottle rockets in educational competitions. Launching PET bottle rockets is a simple and accessible educational activity, both materially, pedagogically and financially, which allows exploring the scientific principles of mathematics that permeate space rocket launches. Considering the relevance of launching PET bottle rockets as a methodology for teaching mathematics, this study sought to provide high school students with a learning experience in teaching quadratic functions in a more playful way that is accessible to the students' social context. The work aims, given the methodological experiences developed here, to expand the mathematical knowledge of high school students, stimulating them in scientific learning. Reconciliation with the social context in which students are inserted will promote good training in both Mathematics and Astronomy. Thus, the study will be able to optimize the teaching of Mathematics in conjunction with the launch project of PET bottle rockets, will contribute to the development of Mathematics teaching and, in this way, encourage students to pursue an academic career and innovative professionals.

Key words: Mathematical Teaching. Quadratic function. Launching of PET bottle rockets.

Sumário

Lista de Figuras

Introdução

Desde Tales de Mileto (624 a.c. – 548 a.c.), passando por Pitágoras (570 a.c. – 496 a.c.) e Aristóteles (384 a.c. – 322 a.c.), a Matemática e o seu ensino, vem sendo desenvolvido ao longo da história.

O ensino de matemática tem passado por transformações Essas transformações necessitam que os professores estão mais engajados com as novas metodologias de ensino.A história do ensino de matemática está intrinsecamente entrelaçada com o desenvolvimento da sociedade e das práticas educacionais.Desde os primórdios da civilização, a matemática tem sido uma ferramenta essencial para compreender e moldar o mundo que nos cerca.

Atualmente, com o desenvolvimento da ciência espacial e também a implantação da OBA (Olimpíada Brasileira de Astronomia) nas escolas de Ensino Fundamental II e Ensino Médio, o ensino de Matemática tornou-se um instrumento primordial para a construção e lançamento de foguetes de garrafa em competições educacionais.

O ensino dessa disciplina desempenha um papel crucial na formação intelectual e cidadã dos indivíduos, capacitando-os a pensar de maneira lógica, analítica e criativa.No entanto, o ensino de matemática passou por diversas transformações ao longo dos séculos, refletindo as mudanças nas abordagens pedagógicas, nos avanços tecnológicos e nas demandas da sociedade.

Dessa forma, a proposta deste trabalho é divulgar a construção de foguetes para o ensino de matemática, principalmente no que se refere ao uso de funções quadráticas.

Motivação

O professor de matemática, quando compreende as dificuldades de aprendizagem dos seus alunos e dada a realidade deles no contexto onde vivem, este material pode auxiliá-lo na dinâmica das aulas.

Deste modo, foi em 2014, sendo professor de Matemática na escola Centro de Ensino de Tempo Integral (CETI) João Henrique, que conheci as Olimpíadas Brasileiras de Astronomia e Astronáutica (OBA) e a Mostra Brasileira de Foguetes (MOBFOG). A partir da experiência vivenciada e do engajamento dos estudantes nas competições, as estratégias de ensino e aprendizagem em matemática com o uso de foguetes despertaram nos estudantes o interesse por aprender coisas novas.

Já em 2017, em outra instituição de ensino, trabalhei com esta metodologia e, de forma despropositada, os alunos demonstraram forte interesse em aprender sobre a construção do foguete, suas complexidades no entendimento sobre o procedimento de lançamento, instrumento e uso da matemática para produzir melhorias no lançamento e alcance do foguete.

Minha equipe, composta por dois alunos, se dedicou à fabricação e estudo dos foguetes, e sendo orientados e preparados, obtiveram a primeira conquista em disputas, fomos vencedores no quesito alcance acima de $100m$.

A conquista resultou no convite para a Mostra Brasileira de Foguetes em Barra do Piraí, Fazenda Ribeirão, no Rio de Janeiro, no ano 2018. A divulgação dessa conquista na escola e na mídia, despertou o interesse de outros alunos pela OBA e MOBFOG, levando ao aumento do engajamento e ao desenvolvimento de conhecimentos na área da fabricação e lançamento de foguetes feitos de garrafa PET, e para esse contexto de aprendizado a matemática e a física são amplamente utilizadas e necessárias para a prática do lançamento obliquo, visando o alcance máximo.

Objetivos

Assim, considerando a relevância do lançamento de foguetes de garrafa PET como metodologia de ensino de Matemática, este trabalho tem por objetivo proporcionar uma nova metodologia de aprendizagem e promover a formação de futuros profissionais inovadores, tanto em matemática quanto em astronomia.

Estrutura do Trabalho

A partir do objetivo proposto neste estudo, o trabalho está estruturado da seguinte forma:O primeiro capítulo está relacionado à história sobre o ensino de matemática, uso de foguetes na história da humanidade. O segundo capítulo apresenta a metodologia de construção e uso do foguete de garrafa PET, bem como o uso das funções quadráticas para melhorar o alcance dos lançamentos.

E por fim, têm-se as considerações finais, em que apresentamos os resultados e, de maneira geral, abordamos sobre o alcance do trabalho no ensino de matemática.

Capítulo 1

Fundamentação Teórica

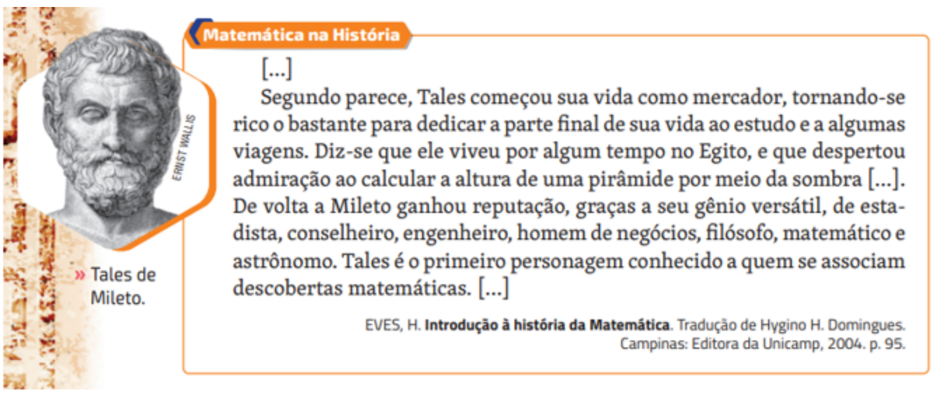
1.1 O ensino da matemática e seu desenvolvimento

A história do ensino de matemática está intrinsecamente entrelaçada com o desenvolvimento da sociedade e das práticas educacionais. Desde os primórdios da civilização, a matemática tem sido uma ferramenta essencial para compreender e moldar o mundo que nos rodeia.

Nessa história temos, Tales de Mileto que introduziu na Grécia os conhecimentos geométricos desenvolvidos pelos egípcios. Ele habilmente aplicou métodos filosóficos aos estudos geométricos, destacando-se por sua contribuição na utilização da comparação de sombras, um conceito que atualmente é reconhecido como o Teorema de Tales. Através deste método, Tales realizou cálculos originais, sendo o mais célebre deles a técnica para medir distâncias que eram até então inacessíveis. Suas realizações no campo da geometria permanecem notáveis e influentes até os dias de hoje (EVES et al., 2004) Vejamos a imagem 1.1.

O ensino dessa disciplina desempenha um papel crucial na formação intelectual e cidadã dos indivíduos,capacitando-os a pensar de forma lógica, analítica e criativa.

Figura 1.1: História de Tales de Mileto.



Matemática na História

[...]

Segundo parece, Tales começou sua vida como mercador, tornando-se rico o bastante para dedicar a parte final de sua vida ao estudo e a algumas viagens. Diz-se que ele viveu por algum tempo no Egito, e que despertou admiração ao calcular a altura de uma pirâmide por meio da sombra [...]. De volta a Mileto ganhou reputação, graças a seu gênio versátil, de estadista, conselheiro, engenheiro, homem de negócios, filósofo, matemático e astrônomo. Tales é o primeiro personagem conhecido a quem se associam descobertas matemáticas. [...]

EVES, H. **Introdução à história da Matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da Unicamp, 2004. p. 95.

Temos também Pitágoras com suas descobertas geométricas que se perpetuam até os dias atuais. A imagem abaixo é sobre o ensino da matemática no período medieval, segundo apresentado em IEZZI (2005) e sua demonstração do teorema de Pitagóras. .

Figura 1.2: Demonstração do Teorema de Pitágoras.

Pitágoras de Samos

Pitágoras nasceu na ilha grega de Samos, por volta de 565 a.C.

Sua obra, depois continuada por seus discípulos, foi de enorme importância para o desenvolvimento da Matemática. Várias foram as contribuições da escola pitagórica, responsável por avanços na área do raciocínio lógico-dedutivo. Pitágoras deu também grandes contribuições ao desenvolvimento da Aritmética.

O teorema que leva seu nome – demonstrado na página 415 – já teve centenas de demonstrações diferentes. Observe a demonstração a seguir.

Tomemos o quadrado ABCD abaixo representado, de lado a + b. Podemos dividi-lo em dois trapézios congruentes pelo segmento $\overline{EF}$: o trapézio AEFD e o trapézio EBCF. A área S do trapézio AEFD pode ser calculada de duas maneiras:

- Como metade da área do quadrado ABCD:

$$S = \frac{(a+b)(a+b)}{2}$$

- Como a soma das áreas dos triângulos AEG, EGF e GFD:

$$S = \frac{ab}{2} + \frac{cc}{2} + \frac{ab}{2}$$

Então:

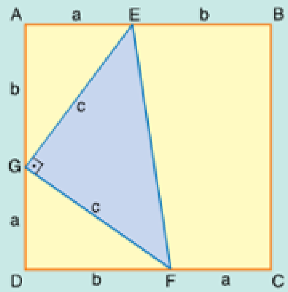
$$(a+b)(a+b) = ab + cc + ab$$

e daí resulta:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Essa demonstração se deve a James Abraham Garfield (1831-1881), vigésimo presidente dos Estados Unidos.

Pitágoras desenhando na areia o teorema que hoje leva o seu nome.



No entanto, o ensino de matemática passou por diversas transformações ao longo dos séculos, refletindo as mudanças nas abordagens pedagógicas, nos avanços tecnológicos e nas demandas da sociedade.

O ensino de matemática nas sociedades antigas estava frequentemente associado a aplicações práticas, como a medição de terras, contagem de animais e a resolução de problemas cotidianos (CHAVANTE EDUARDO. PRESTES, 2014).

.

Figura 1.3: A corda dos 13 nós.

Fonte: Ilustração CHAVANTE Eduardo. PRESTES (2014)

O ensino era baseado em métodos de memorização e repetição, com ênfase nas regras e procedimentos. Durante o período medieval, a matemática era considerada parte da educação liberal, mas o acesso a esse conhecimento era limitado a poucos privilegiados. A Renascença trouxe uma nova visão da educação, enfatizando a importância do pensamento crítico e da razão, influenciando a forma como a matemática era ensinada (CHAVANTE EDUARDO. PRESTES, 2014).

Com o advento da Revolução Industrial e o surgimento da educação em massa, o ensino de matemática passou por uma democratização, alcançando um número maior de estudantes. No entanto, ainda prevaleciam métodos tradicionais, centrados na transmissão de conteúdo pelo professor. Foi somente no século XX que surgiram abordagens mais progressistas, como o movimento da Matemática Moderna, que buscava promover a compreensão profunda dos conceitos e a resolução de problemas (MIRANDA, 2013).

Figura 1.4: Sala de Aula Antiga.

Fonte: Ilustração Lester (2023)

Nas últimas décadas, o ensino de matemática passou por mudanças significativas devido ao avanço da tecnologia e à pesquisa educacional. Agora, há mais recursos digitais e plataformas de aprendizagem, bem como atividades divertidas. Isso cria oportunidades para envolver os alunos de maneira interativa e dinâmica. As abordagens pedagógicas também mudaram, focando mais nos alunos, promovendo a construção do conhecimento e o pensamento crítico.

Figura 1.5: Sala de Aula Moderna.

Fonte: Ilustração ITEXperts (2023)

Compreender em profundidade os mecanismos de aprendizado tem servido como orientação para adotar táticas de instrução mais efetivas. A teoria da aprendizagem substancial, proposta por Ausubel, ressalta a importância de vincular novas ideias ao conhecimento prévio dos estudantes, o que confere à aprendizagem uma dimensão mais pertinente e de longa duração. A abordagem de solução de desafios também é extensivamente examinada, possibilitando que os estudantes apliquem princípios matemáticos em cenários do mundo real (DARROZ, 2018).

A contemporaneidade nos desafia a repensar constantemente nossas abordagens no ensino de matemática. A era digital trouxe novos desafios e a necessidade de desenvolver habilidades matemáticas aplicáveis à resolução de problemas complexos e à tomada de decisões informadas. Portanto, o ensino de matemática deve capacitar os alunos a utilizar ferramentas tecnológicas, interpretar dados e compreender o impacto da matemática em campos como ciência, economia e sociedade.

Em síntese, a história do ensino de matemática evidencia uma busca constante por abordagens mais efetivas e significativas. Valorizamos a adoção de uma abordagem contextualizada, interativa e centrada no estudante. A trajetória histórica nos ensina que a educação matemática é dinâmica e está em constante evolução, acompanhando as transformações na sociedade e na área educacional. Ao projetar o futuro, é imperativo que educadores e pesquisadores continuem a explorar novas estratégias e tecnologias, garantindo que o ensino de matemática proporcione uma jornada inspiradora e enriquecedora para as próximas gerações.

1.2 A Abordagem Educacional Humanizada

Segundo, BRAGA (2012), Paulo Freire, um dos maiores educadores do século XX, sustentou que o ato de ensinar e educar é um meio de humanizar, valorizando as pessoas e fazendo-as desempenhar um papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem. A abordagem freireana reconhece a flexibilidade da educação para se adaptar às condições sociais, econômicas e culturais do indivíduo. Freire ressaltava que o diálogo e o conhecimento prévio são essenciais para a aprendizagem significativa, na qual o aluno constrói conexões entre o conhecido e o novo, buscando soluções práticas para situações-problema. Sua pedagogia visava transformar os alunos em cidadãos pensantes, capacitando-os a analisar criticamente diversas situações.

Ainda nesse contexto do ensino de matemática, a abordagem freireana valoriza o diálogo entre professor e aluno, baseando-se na relação colaborativa e na valorização do conhecimento prévio dos estudantes. A ideia é que o ensino seja significativo quando o professor conecta o conteúdo com a realidade dos alunos, proporcionando uma experiência educacional mais relevante e envolvente. Nesse sentido, o professor se torna um mediador do conhecimento, facilitando a transformação do saber em ações transformadoras e questionadoras (BRAGA, 2012).

Outra abordagem que enriquece o processo educacional é a metodologia ativa de David A. Kolb, conhecida como o "Ciclo de Aprendizagem Experencial" (KOLB, 1984).

Esse ciclo envolve quatro etapas interligadas: experiência concreta, observação reflexiva, conceptualização abstrata e experimentação ativa. Ele incentiva os alunos a participarem ativamente da aprendizagem por meio da reflexão sobre suas experiências, análise de conceitos e teorias relacionados e aplicação prática dos insights obtidos (FORNER, 2018).

O ciclo de Kolb, de acordo com Pimentel (2004) promove a aprendizagem por meio da experiência prática e da reflexão, ligando teoria e prática de maneira holística. A ênfase na participação ativa dos alunos e na conexão entre diferentes etapas do ciclo aumenta a profundidade da compreensão e a aplicação do conhecimento em diversas situações.

Tanto a pedagogia de Freire quanto a metodologia de Kolb têm implicações profundas para a educação contemporânea. Elas incentivam a transformação do processo educacional em uma experiência significativa, relevante e engajadora, preparando os alunos para serem cidadãos críticos e atuantes em uma sociedade em constante evolução.

1.3 História sobre os foguetes

A etimologia do termo "foguete"remonta ao italiano "rocchetta", que denota "bobina"ou "fuso pequeno", em alusão à sua forma assemelhada a uma bobina utilizada para enrolar fios. A palavra "rocket"emergiu na língua inglesa no início do século XVII.

Os primeiros registros de foguetes foram feitos por volta de 1045 d.C, conhecidos por fazerem parte integral das táticas militares chinesas, mas só no início do século XIII eles passaram a ser mais desenvolvidos. Com a crescente pressão feita pelos mongóis (grupo étnico da Ásia Central), se viu a necessidade de melhorar o armamento, assim o foguete foi aperfeiçoado e usado pelos chineses para repelir os mongóis na batalha de Kai-fung-fu em 1232 d.C (SUL, 2023).

A história dos foguetes, desde o início até os tempos atuais, é uma jornada notável, cheia de novidades e variedade em suas formas. Os foguetes, dispositivos impulsionados por sistemas de jato, projetados para acelerar sem necessitar da atmosfera ao redor, têm funções fundamentais em áreas como a exploração do espaço, a segurança e a investigação científica.

Estes dispositivos, equipados com motores de foguete, operam ao queimar combustível para gerar jatos de alta velocidade, que propulsionam o veículo à frente. A combustão do propelente ocorre no motor de foguete, gerando empuxo ao expelir os gases de escape a altas velocidades. Este motor é alimentado pelo propelente armazenado no interior do foguete, permitindo sua operação no vácuo do espaço, onde a presença de ar é inexistente. Entretanto, nesse ambiente, os foguetes podem experimentar uma diminuição leve do empuxo devido à pressão contrária do vácuo.

Foguetes de múltiplos estágios são capazes de atingir a velocidade de escape da Terra. A velocidade de escape da Terra é aproximadamente 11,2 km/s (ou cerca de 40.320 km/h). Isso significa que um objeto precisa atingir essa velocidade para superar a atração gravitacional da Terra e entrar em órbita ou sair da sua influência. (CARNEIRO et al., 2019)

A velocidade de escape varia de acordo com a massa do corpo celeste e a distância a partir do seu centro. No caso da Terra, essa é a velocidade mínima necessária para que um objeto possa escapar da gravidade terrestre sem a necessidade de mais propulsão. Sua característica de serem leves e potentes possibilita uma rápida aceleração. (CARNEIRO et al., 2019)

O controle de voo é mantido por meio de várias técnicas, incluindo impulso, ação de asas, motores auxiliares, orientação do empuxo, rotação e influência da gravidade.remontando a usos militares e recreativos, como na China do século XIII.

No entanto, foi no século XX que os foguetes ganharam destaque significativo no âmbito científico e interplanetário, marcando o início da Era Espacial e culminando na exploração espacial, inclusive na histórica chegada à Lua. Atualmente, foguetes têm uma gama de aplicações, como fogos de artifício, mísseis, lançamento de satélites, voos tripulados e exploração espacial. (SILVA et al., 2022)

A diversidade de foguetes abarca diferentes categorias, incluindo os tipos químicos, amplamente empregados, que queimam combustível com um oxidante para criar jatos de alta velocidade. O propelente pode ser um gás sob pressão, um combustível líquido ou uma combinação sólida de combustível e oxidante. Embora carreguem consigo um nível significativo de energia, uma abordagem meticulosa em projeto e utilização minimiza os riscos inerentes.

O percurso histórico dos foguetes encontra suas raízes na China medieval, durante a dinastia Song do século XIII. Nesse período, surgiram os foguetes movidos a pólvora, inclusive desenvolvendo-se um lançador múltiplo. Essa tecnologia foi adotada pelos mongóis, propagando-se pelo Oriente Médio e Europa por meio das invasões mongóis. (SILVA et al., 2022)

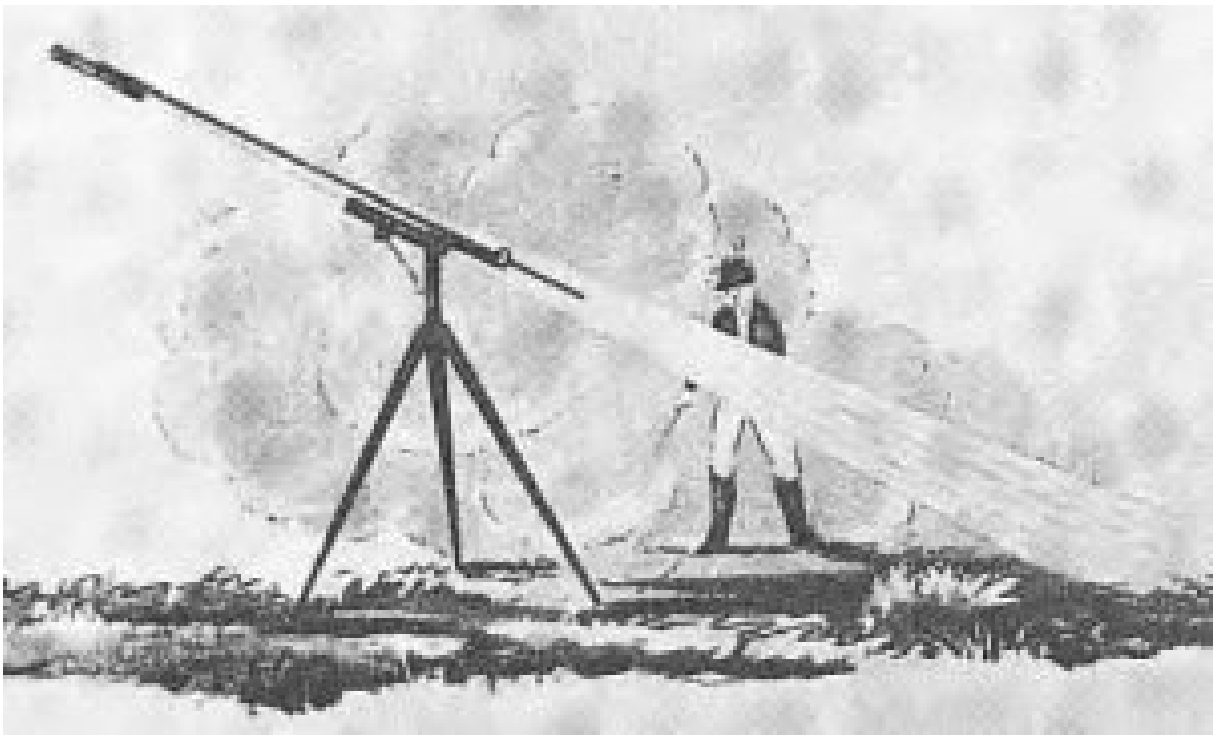
Esses dispositivos foram prontamente empregados em contextos militares, atuando como armas incendiárias em assédios medievais e contemporâneos. Entre 1270 e 1280, Hasan al-Rammah compilou "O Livro da Equitação Militar e Engenhos de Guerra Engenhosos", contendo 107 fórmulas para pólvora, incluindo 22 para foguetes.

Figura 1.6: Bellifortis.

Fonte:Ilustração Culture (2023)

No término do século XVIII, os foguetes Mysorean surgiram na Índia, representando os pioneiros foguetes de ferro com êxito. O foguete Congreve, desenvolvido por Sir William Congreve em 1804, baseou-se nos modelos Mysorean e encontrou uso nas Guerras Napoleônicas. (SILVA et al., 2022).

Figura 1.7: Foguete Congreve.



Fonte: Ilustração Area (2023)

Durante a Primeira Guerra Mundial, houve melhorias significativas, adotando propelentes líquidos e bicos supersônicos para otimizar a eficiência.

Na União Soviética, o Gas Dynamics Laboratory desenvolveu foguetes de propulsão sólida, culminando no lançamento pioneiro de um foguete em 1928. (FILHO, 1999)

Esses foguetes foram utilizados para assistência ao lançamento a jato de aeronaves e serviram de inspiração ao lançador Katyusha. (**??**)

Figura 1.8: Lançador Katyusha.

Fonte: Ilustração CanStockPhoto (2023)

1.3.1 Impacto dos foguetes na segunda guerra mundial

Os foguetes desempenharam papel marcante e inovador durante a Segunda Guerra Mundial. Em 1929, o filme alemão de ficção científica "Woman in the Moon", dirigido por Fritz Lang, introduziu conceitos como a plataforma vertical de lançamento e a contagem regressiva. Influenciado por este filme, o livro "The Rocket into Interplanetary Space", de Hermann Oberth, também desempenhou um papel crucial no desenvolvimento do foguete V-2. (**??**)

O projeto do foguete V-2 teve início em 1943, na Alemanha, sob a supervisão do Centro de Pesquisa do Exército de Peenemünde, tendo Wernher von Braun como diretor técnico. (SILVA et al., 2022)

O V-2 conquistou o feito de se tornar o primeiro objeto criado pelo homem a alcançar o espaço, estabelecendo um marco histórico. Entretanto, seu desenvolvimento implicou em custos humanos elevados, devido ao uso de trabalho forçado pelos nazistas. Os Aliados também empregaram foguetes em suas estratégias, a exemplo do foguete soviético Katyusha e do projétil antitanque americano bazuca. (SILVA et al., 2022)

A Guerra Fria destacou os foguetes como componentes militares-chave, levando ao desenvolvimento de mísseis balísticos intercontinentais nos Estados Unidos e na União Soviética.

Figura 1.9: Foguete V2.

Fonte: Ilustração ZonaCuriosa (2023)

A década de 1960 testemunhou avanços notáveis, com a União Soviética lançando missões tripuladas e os Estados Unidos alcançando o notável feito de pousar na Lua. Os foguetes desempenharam um papel vital na exploração espacial e no progresso científico, marcando um período de desenvolvimento tecnológico de relevância.

1.3.2 Configurações dos veículos de foguetes

Os veículos de foguetes exibem uma ampla gama de configurações e tipos, exercendo funções cruciais em diversos âmbitos, desde a exploração espacial até aplicações militares.

Uma compreensão aprofundada das diferentes categorias e componentes dos foguetes é fundamental para a apreciação completa de sua complexidade.

A seguir, serão abordados os principais aspectos referentes a esses elementos.

- Variedades de Foguetes

  Os foguetes se desdobram em diversas formas, desempenhando uma variedade de funções. Entre as categorias mais proeminentes destacam-se:

  1. Modelos diminutos, como foguetes de balão, água ou pequenos propulsores sólidos, acessíveis em estabelecimentos de hobby.
  2. Foguetes espaciais, personificados pelo icônico Saturno V, utilizado no programa Apollo. Veículos automotores e motocicletas-foguete. Aeronaves propulsionadas a foguete, incluindo decolagem assistida por foguete de aeronaves convencionais. Trenós e trens impulsionados a foguete. Torpedos e pacotes de propulsão a jato de foguete.

     Sistemas de escape de rápida ação, como assentos ejetáveis e dispositivos de fuga em lançamentos.

- Projeto de foguetes

  Para o processo de desenvolvimento de foguetes, apesar de sua aparente simplicidade, compreende desafios intricado. Tópicos como resfriamento da câmara de combustão, bombeamento do propelente (quando propelentes líquidos estão em uso) e controle da direção do movimento exigem abordagens meticulosas.

  A superação desses obstáculos é fundamental para assegurar o desempenho almejado.

- Elementos constituintes dos foguetes

  Um foguete é constituído por diversos componentes, abrangendo o propulsor, um compartimento para armazenamento do propelente (como um tanque), um bocal e, eventualmente, um ou mais motores de foguete. Dispositivos de estabilização, como aletas ou propulsores vernier, também podem ser incorporados. Ademais, os foguetes podem apresentar carenagens aerodinâmicas, sistemas de navegação e sistemas de orientação.

- Motores de foguete

  Os motores de foguete funcionam com base no princípio da propulsão a jato. Inúmeras variações de motores são empregadas, abrangendo desde motores químicos (de combustão interna ou monopropelentes) até motores térmicos nucleares ou foguetes pressurizados. A seleção do tipo de motor depende das demandas específicas de propulsão do foguete.

- Propelentes utilizados em foguetes.

Os propelentes são agentes armazenados em foguetes, destinados a servir como massa propulsora. Diversos tipos de propelentes estão disponíveis, incluindo combustíveis químicos, monopropelentes, propelentes inativos aquecidos externamente e líquidos pressurizados.

A escolha do propelente é pautada pelas características de operação do foguete e pelas exigências de desempenho. (CUZINATTO et al., 2015)

1.3.3 Aplicações dos foguetes

Os foguetes desempenham papéis diversos, exercendo função vital em variadas esferas:

1. **Militar**: Foguetes são empregados em mísseis antitanque, antiaéreos e mísseis balísticos intercontinentais (ICBMs), sendo dotados de variados sistemas de orientação e propulsão.

   Foguetes propulsionados por peróxido de hidrogênio são empregados para impulsionar jatos propulsores, além de serem aplicados na propulsão de veículos automotores. Há registros não oficiais de carros-foguete em competições de arrancada.

2. **Ciência e Pesquisa**: Foguetes de sondagem transportam instrumentos para a realização de medições em altitudes elevadas, contribuindo para a coleta de dados atmosféricos e terrestres.

   Os foguetes modelo são dispositivos de pequenas proporções, com o intuito de atingir altitudes modestas, como 100-500 m ou 330-1.640 pés, para um modelo de 30 g ou 1,1 oz, e são recuperados por meio de diferentes abordagens.

   A diversidade dos foguetes amadores varia desde pequenos dispositivos lançados no ambiente residencial até foguetes que alcançaram o espaço exterior. Esses foguetes amadores podem ser classificados em três categorias de acordo com a potência do motor: baixa, intermediária e alta potência.

3. **Voo Espacial**: Foguetes de grande porte lançam espaçonaves em órbita e além, viabilizando a exploração espacial e a colocação de satélites artificiais em órbita terrestre.

1.3.4 Voo espacial: lançamento e ruído

Para os voos espaciais orbitais é comum que os lançamentos ocorram de um local fixo no solo, embora também possam ser efetuados a partir de aeronaves ou naves.

Os lançamentos de foguetes envolvem uma série de sistemas que são necessários para garantir o lançamento bem-sucedido do veículo. Esses sistemas não se limitam apenas ao próprio veículo, mas também incluem sistemas de controle, centros de missão, plataformas de lançamento, estações de solo e rastreamento. Esses elementos são agrupados sob o termo "segmento terrestre". (NASA, 2023)

O ruído é mais intenso próximo ao solo, pois o som dos motores se propaga para longe e também reflete na superfície terrestre. Estratégias são adotadas em foguetes tripulados para proteger os astronautas do ruído intenso. (NASA, 2023)

Conforme o foguete atinge velocidades supersônicas, o som não consegue mais acompanhar o veículo, resultando em uma diminuição do ruído para os passageiros e a tripulação.

Os lançamentos de foguetes geram um ruído considerável devido à saída de gases a altas velocidades. Esse ruído pode ser prejudicial para pessoas próximas ao local de lançamento. Para lidar com isso, a NASA desenvolveu um sistema que lança água durante o lançamento para reduzir o ruído. (NASA, 2023)

1.4 Funcionamento e as forças envolvidas no lançamento de um foguete

Ao discutir foguetes, é fundamental compreender seu funcionamento e as forças que estão envolvidas.

O motor de um foguete opera por meio da combustão de um combustível especial, liberando gases a alta pressão. Essa pressão faz com que os gases sejam expelidos do motor a uma velocidade muito elevada. É comparável ao escape de um carro, mas em uma escala muito maior. Essa saída de gases cria uma força para a frente, chamada empuxo, que impulsiona o foguete para cima. (HUZEL, 1992)

O design do bocal do foguete é de extrema importância. Um bocal cônico ajuda a direcionar os gases para trás, aumentando o empuxo. Pode-se imaginar como um balão sendo puxado por um bocal estreito – essa é uma analogia aproximada ao funcionamento do foguete.

Conforme os gases são expelidos para trás, eles impulsionam o foguete para frente, seguindo o princípio da terceira lei de Newton: para cada ação, há uma reação igual e oposta. Isso é o que causa a aceleração do foguete. (NASA, 2023)

Quando um foguete é lançado, é semelhante a atirar uma pedra. Se você a joga para trás, a pedra se move para a frente. No caso do foguete, os gases que são lançados para trás fazem o foguete se mover para a frente. Durante o voo de um foguete, diferentes forças entram em ação:

- **Empuxo dos motores**: é o que impulsiona o foguete para cima. O conceito de empuxo líquido é de extrema importância no funcionamento dos motores de foguete, influenciando diretamente o desempenho e o movimento dessas notáveis máquinas. (IZOLA, 2002)

A taxa de fluxo de propelente através de um motor de foguete é frequentemente ajustada durante o voo para controlar o empuxo e, consequentemente, a velocidade da aeronave. Isso é particularmente útil para minimizar as perdas aerodinâmicas e controlar o aumento das forças-G devido à redução da carga de propelente.

O impulso total de um foguete é definido como a força que age sobre ele ao longo do tempo. O impulso específico (Isp) é uma medida crítica para descrever o desempenho de um foguete. Quanto maior o Isp, melhor o desempenho do motor. Sua determinação deriva da relação entre o impulso total e o peso do propelente exaurido

➶ **Gravidade**: puxa o foguete para baixo. Quando um foguete é lançado, ele segue uma trajetória curva devido à influência da gravidade. Isso é conhecido como "curva de gravidade". Para reduzir o estresse sobre o foguete, muitas vezes ele é projetado para manter um ângulo baixo ou zero de ataque, ou seja, ele não aponta para cima.

➶ **Arrasto**: é a resistência do ar que age contra o movimento do foguete. O arrasto é outra força que age contra o foguete. É semelhante à resistência que se sente ao se mover a altas velocidades. Um foguete é projetado com um nariz aerodinâmico e uma forma fina para minimizar o arrasto. À medida que o foguete ganha velocidade e a atmosfera fica mais fina, o arrasto diminui. (IZOLA, 2002)

➶ **Sustentação**: enquanto é mais relevante para aeronaves, também pode afetar os foguetes.

1.4.1 Mudança na velocidade do Foguete (Delta-v)

A capacidade Delta-v expressa a mudança teórica total na velocidade que um foguete pode atingir sem interferência externa. É uma medida fundamental para avaliar a capacidade de um foguete alcançar velocidades específicas. (MORAES, 2014)

O cálculo envolve a velocidade efetiva de escape, bem como as massas iniciais e finais do foguete.

A equação que calcula o ΔV (variação de velocidade) de um foguete é dada por:

$$\Delta V = V_e \ln\left(\frac{M_o}{M_f}\right) \tag{1.1}$$

em que:

- ΔV é a variação de velocidade;
- V_e é a velocidade de exaustão na biqueira do foguete;

- M_o é a massa inicial do foguete;
- M_f é a massa final, considerando o combustível queimado.

Aplicando a expressão da equação 1.1 a um foguete que utiliza um motor Raptor da SpaceX, com peso total de 500 toneladas, sendo 480 toneladas de combustível, obtemos um ΔV de $11,91 km/s$. É necessário pelo menos $8 km/s$ de ΔV para entrar em órbita.

O conhecimento desses conceitos e fórmulas é essencial para o desenvolvimento, construção e operação de foguetes eficientes e bem-sucedidos, seja para viagens espaciais ou para lançamentos de satélites em órbita.

1.4.2 Razões de massa em Foguetes

Segundo a equação de Tsiolkovsky, California (2023) descreve a relação entre a razão de massa e a velocidade final de um foguete, comparada com a velocidade de escape. Em um foguete, a maior parte da massa é composta por propelente. A razão de massa é a proporção entre a massa inicial do foguete e a massa final após o lançamento. Uma alta razão de massa é vantajosa, indicando que o foguete é mais leve e, portanto, possui um melhor desempenho, de maneira análoga à importância do peso leve em carros esportivos.

Os foguetes apresentam alta relação empuxo-peso, o que auxilia na obtenção de altas razões de massa e, consequentemente, um melhor desempenho. Isso é particularmente relevante em lançamentos orbitais, nos quais um delta-v significativo é necessário. A escolha do propelente, o design do motor, a estrutura e as técnicas de construção influenciam diretamente a razão de massa.

Os foguetes líquidos frequentemente alcançam as maiores razões de massa, sendo utilizados para lançamentos em órbita. Esses foguetes empregam propelentes líquidos, que possuem densidades semelhantes à da água. Isso permite a criação de tanques leves e de baixa pressão, aumentando a quantidade de propelente que pode ser transportada.

1.5 A História Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica

Segundo, Astronaútica (2023) a história da OBA (Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica) e da MOBFOG (Mostra Brasileira de Foguetes) é uma jornada marcante na promoção do interesse pela astronomia e foguetes entre estudantes brasileiros. Esses eventos educacionais têm como objetivo despertar a curiosidade científica e incentivar a participação dos jovens no estudo dessas áreas tão fascinantes.

A Olimpíada Brasileira de Astronomia e Astronáutica (OBA) foi criada em 1998 como uma parceria entre a Sociedade Astronômica Brasileira (SAB) e a Agência Espacial Brasileira (AEB). Seu principal propósito é estimular o estudo da astronomia e da astronáutica nas escolas brasileiras, oferecendo uma oportunidade única para os estudantes testarem seus conhecimentos sobre esses temas.

A competição é dividida em quatro níveis: alunos do Ensino Fundamental (do 1º ao 5º ano) participam da prova da primeira fase, enquanto os estudantes do Ensino Fundamental II (do 6º ao 9º ano) e do Ensino Médio (do 1º ao 3º ano) podem participar tanto da primeira quanto da segunda fase. A OBA utiliza um formato de questões objetivas, abrangendo diversos tópicos da astronomia e astronáutica, desde planetas até exploração espacial.

A OBA não apenas fomentou o interesse dos jovens pela astronomia, mas também contribuiu para o aprimoramento do ensino de ciências nas escolas brasileiras, incentivando a realização de atividades práticas e a criação de clubes de astronomia. Além disso, os estudantes com melhor desempenho na OBA podem ser selecionados para representar o Brasil em competições internacionais de astronomia.

1.6 Mostra Brasileira de foguetes

A Mostra Brasileira de Foguetes (MOBFOG), Astronaútica (2023) é outro evento de destaque no cenário educacional brasileiro, promovido desde 2008 em parceria com a OBA. A MOBFOG tem como objetivo introduzir os estudantes ao mundo da astronáutica, estimulando a construção e o lançamento de foguetes de garrafa PET, uma atividade lúdica e educativa que permite aos alunos aplicar conceitos matemático e físicos na prática.

A MOBFOG é dividida em diferentes categorias, permitindo a participação de estudantes de diferentes níveis escolares. Os foguetes são construídos pelos próprios alunos, que devem considerar fatores como aerodinâmica, propulsão e estabilidade para alcançar o melhor desempenho possível no lançamento. Isso incentiva a criatividade, o trabalho em equipe e o pensamento científico.

Esses eventos estão alinhados com a teoria construtivista da educação, que enfatiza a participação ativa dos estudantes na construção do conhecimento. Segundo Piaget, a aprendizagem se dá por meio da interação do sujeito com o ambiente, e a OBA e a MOBFOG proporcionam essa interação de forma significativa. Os alunos não apenas absorvem informações, mas aplicam conceitos, desenvolvem habilidades e exploram temas relacionados à astronomia e aos foguetes.

Além disso, os eventos incentivam a aprendizagem contextualizada, aproximando os conteúdos escolares da realidade dos alunos. A astronomia e a astronáutica são temas que despertam naturalmente a curiosidade dos jovens, tornando a aprendizagem mais motivadora e envolvente.

Em resumo, de acordo com Astronaútica (2023) a OBA e a MOBFOG têm uma história rica na promoção da educação científica no Brasil. Ao estimularem o interesse pela astronomia e pela astronáutica, esses eventos contribuem para a formação de jovens mais curiosos, criativos e aptos a compreender e participar do mundo científico e tecnológico.

Capítulo 2

Meteriais e Método

2.1 Apresentação da construção do foguete

Segudo o regulamento para construção de foguetes, há cinco níveis de foguetes (ASTRONAúTICA, 2023). Este trabalho irá abordar a construção e o uso do foguete nível 4.

Para a construção do foguete de garrafa PET serão necessários os seguintes materiais:

- duas garrafas PET com capacidade de $1L$;
- um metro de cano de PVC de $20mm$;
- dois capes, dois joelhos, um tê e quatro braçadeiras(Esses materiais podem ser encontrados em casas de construção);
- um balão comum de festa;
- fita adesiva;
- tesoura, estilete e varetas de churrasco;
- cola para canos;
- anel de sustenção;
- bicarbonato e vinagre(a mistrura será o combustível).

Para os demais materiais não citados e o procedimento de construção do foguete de garrafa PET, observe as Figuras 2.1 e 2.2

Figura 2.1: Materiais e construção do foguete

Fig. 1. Detalhe do "peso" preso dentro da ponta do foguete

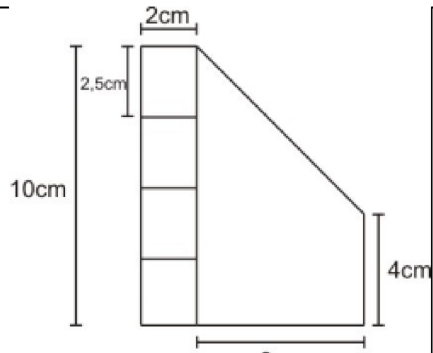


Fig. 2. Dimensões e formato da aleta

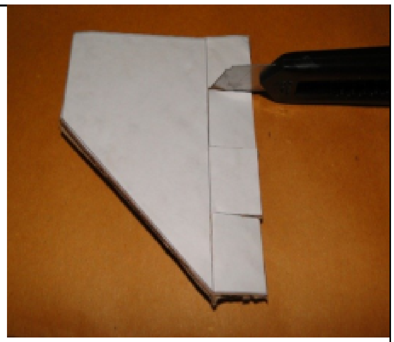


Fig. 3. Detalhe do corte da aleta

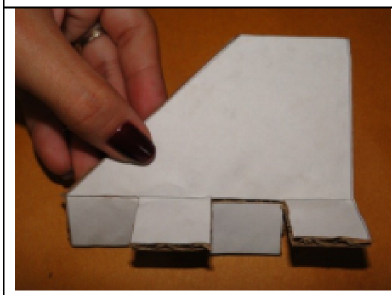


Fig. 4. Aleta pronta para ser fixada

Fig. 5. Bico e foguete com aletas presas.

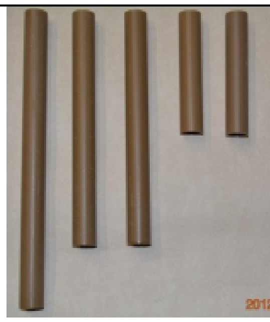


Fig. 6. Os canos da base.

Fig. 7.As conexões que serão usadas na base de lançamento do foguete.

Fig. 8.Disposição em que serão montados os canos nas conexões.

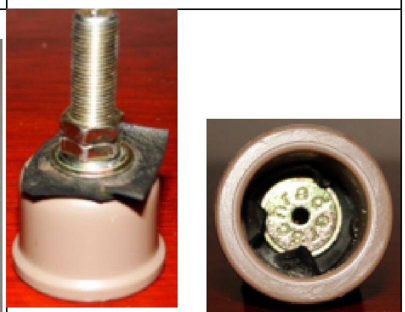
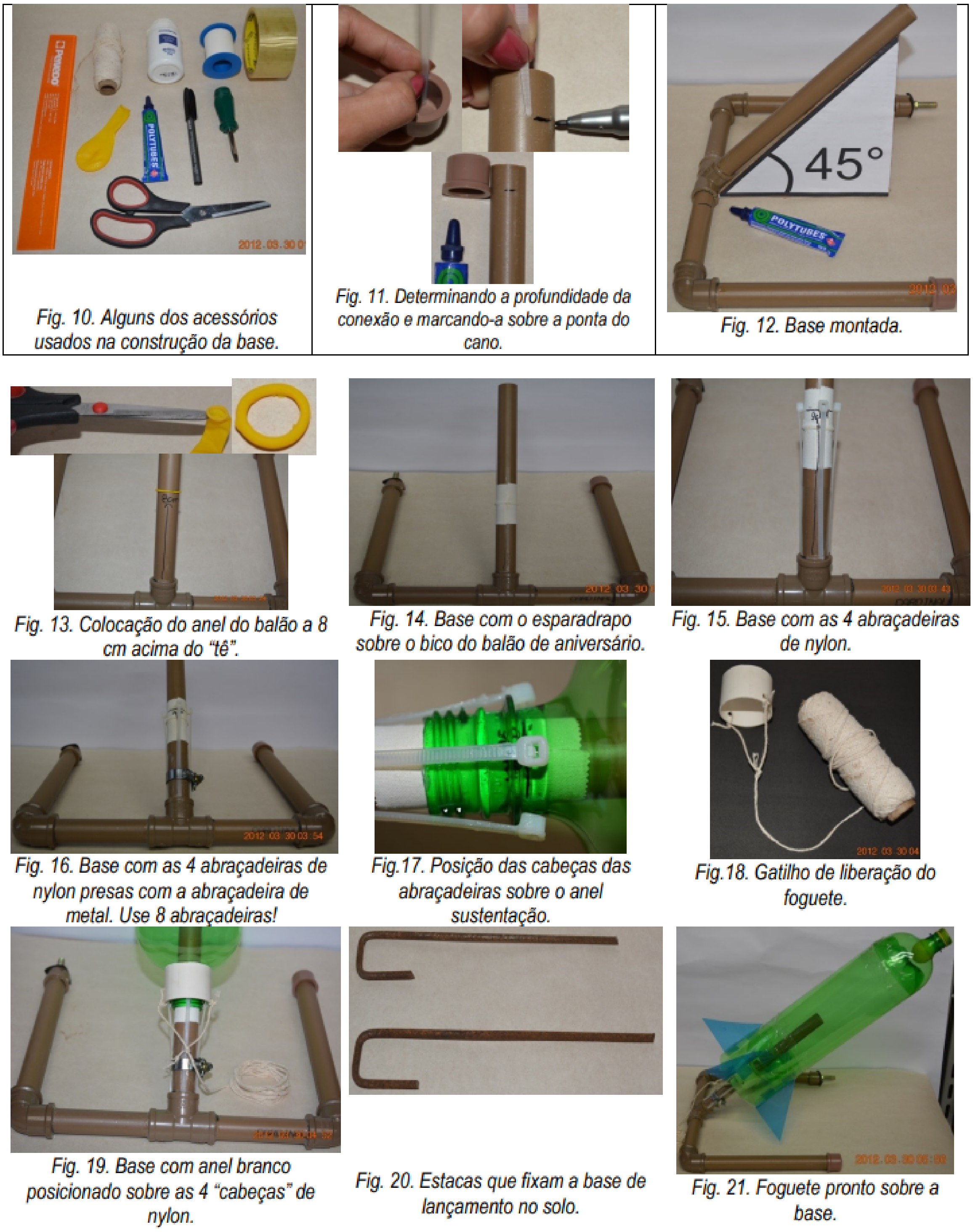


Fig. 9. Detalhes da válvula de pneu de bicicleta preso no "cap".

Figura 2.2: Materiais e construção do foguete e base



2.1.1 Foguete nível 4: Foguete de garrafa PET com vinagre e bicarbonato de sódio

Será dado um procedimento de construção do foguete conforme Astronaútica (2023). No laçamento de foguetes, principalmente na Mostra Braleira de foguetes tem como objetivo a maior distância relaizado entre o local de lançamento e o ponto de queda do foguete.

1. Apesar de ser um experimento que não utiliza produtos nocivos à saúde humana, é necessário realizar o manuseio dos compostos com cuidado e jamais lançar ou permita que lancem foguetes na direção de pessoas, animais, carros, casas etc.

2. O foguete deverá ficar preso em uma base de lançamento também presa no chão A base não pode conter mais ácido acético do que será transferido para o foguete, e terá como combustível somente a mistura, em qualquer proporção, de vinagre com concentração de 4% de ácido acético e bicarbonato de sódio;

3. A mistura gera o propelente do foguete do nível 4 que é constituído por vinagre de concentração de 4% ácido acético(usado na cozinha) e bicarbonato de sódio (vendidos em casas de ração para animais). A reação química entre o vinagre e o bicarbonato de sódio deve ocorrer principalmente dentro do foguete e não na base de lançamento.

4. Os foguetes funcionam queimando propelente sólido ou líquido e ejetando o resultado desta queima em altíssima velocidade na direção oposta àquela em que se quer que o foguete vá. Este é o princípio da famosa lei da Física chamada "lei da ação e reação". Estas duas substâncias quando em contato geram instantaneamente um gás que pressuriza o foguete. A melhor combinação das quantidades de vinagre e bicarbonato de sódio fica a cargo dos participantes descobrirem para que o foguete vá o mais longe possível.

5. No foguete de garrafa PET o convergente é a própria forma da garrafa próxima da tampa dela (antes da rosca). O pescoço ou garganta do foguete de garrafa PET é a região onde fica a "rosca" da garrafa;

6. A extremidade, conhecida também como coifa, do foguete é obtida através da seleção de duas garrafas idênticas com cerca de 2 litros de capacidade, preferencialmente com paredes retas. Uma delas é cortada aproximadamente a 15 ou 20 cm de sua abertura.

7. Todo corpo, sem importar seu tamanho, massa ou forma, tem um ponto chamado centro de massa (CM). O centro de gravidade (CG) coincide com o centro de massa (CM) sempre que a gravidade não varie ao longo do corpo. Centro de pressão. O centro de pressão é o ponto de aplicação da força aerodinâmica sobre um objeto, logo o centro de pressão (CP) só existe quando o foguete está em movimento.

8. As aletas, também conhecidas como empenas, desempenham um papel crucial na estabilização do voo de um foguete. Elas precisam ser confeccionadas utilizando um material leve, rígido e fino, como, por exemplo, placas de plástico. Essas empenas têm a função de deslocar o centro de pressão (CP) para trás do foguete, contribuindo assim para a estabilidade de seu movimento. A fabricação do foguete de garrafa PET e sua plataforma de lançamento são aspectos importantes a serem considerados.

9. A resultante das componentes das forças de arrasto perpendicular ao eixo do foguete se localiza no chamado centro de pressão (CP). Esta também é a razão para as empenas ter maior área do que a "ponta" do foguete. O centro de pressão deve ficar próximo das empenas e o centro de massa (ou centro de gravidade, CG) mais próximo da ponta do foguete. A separação entre CP e CG dividido pelo maior diâmetro (Dmax) do foguete deve ser igual ou ligeiramente maior do que 1,0. Chamamos esta razão de estabilidade(e) estática do foguete:

$$e = \frac{CP - CG}{D_{\max}} \tag{2.1}$$

Se a razão da equação 2.1, for menor do que 1, o foguete apresenta voo instável.

10. Um balão de aniversário é preenchido com cerca de $50g$ de água, e amarrado na ponta, passando-o pelo bico da garrafa cortada.

11. A tampinha é colocada na abertura da garrafa, prendendo também o bico do balão. Esse peso na extremidade do foguete pode ser ajustado conforme a necessidade, até mesmo usando um parafuso de aproximadamente 30 gramas. Essa ponta ponderada pode contribuir para a estabilidade, mas é opcional, visto que o foguete pode voar sem ela.

12. Um esquema sugerido para o formato das 3 empenas, dispostas a 120º uma da outra, é apresentado na Figura 2.2-21.

13. Para as empenas crie um retângulo com $2cm$ de base e altura correspondente à das empenas, dividindo essa altura em 4 partes iguais. Cortes devem ser feitos a cada $2,5cm$ ao longo dessa altura retangular.

14. Dobra-se $2cm$ para a esquerda e $2cm$ para a direita. As empenas são então fixadas no corpo do foguete, preferencialmente usando fitas adesivas de dupla face.

15. A montagem do foguete é concluída ao encaixar a parte cortada da garrafa (bico) no fundo de outra garrafa do mesmo tipo, sem cortes, e fixá-las com fita adesiva.

16. A construção da base de lançamento envolve o uso de canos de PVC marrons de $20mm$ de diâmetro. Esses canos são conectados através de "caps", "joelhos"e um "tê". A fixação da base no solo é garantida por estacas metálicas.

2.1.2 O Lançamento do foguete

Para o lançamento será necessário o uso do balão, do bicarbonado de sódio e vinagre. Logo a seguir descrevemos de forma resumida o lançamento do foguete, conforme Astronaútica (2023).

1. Para o lançamento, escolha um terreno que não seja excessivamente duro nem excessivamente macio, tal como um gramado, longe de casas ou avenidas movimentas. E para fixar a base do fogute tenha um martelo e dois ou três grampos de metal à disposição.

2. Abastecendo o foguete de Nível 4 com propulsor. A carga propulsora para o foguete é a combinação de vinagre 4% e bicarbonato de sódio. No entanto, é essencial ter em mente que o contato entre esses elementos produz instantaneamente um gás. Portanto, é crucial que o vinagre e o bicarbonato entrem em contato somente após o foguete estar firmemente preso à sua base.

3. Para dentro do tubo de lançamento, insira duas varetas de churrasco, afastadas uma da outra, as quais são fixadas nas paredes do tubo com esparadrapo e possuem extremidades aguçadas.

4. Após esvaziar e inflar algumas vezes um balão pequeno de aniversário para deixá-lo bem flexível, coloque-o no interior do foguete, segurando o bico do balão fora do foguete

5. insira o bico do balão em no cano PVC com cerca de $20mm$ de diâmetro e aproximadamente 1 metro de comprimento. Mantenha o bico do balão e a ponta do cano na vertical e, com a ajuda de um funil posicionado na outra extremidade do cano, introduza cerca de meio litro (aproximadamente) de vinagre.

6. Quando o balão estiver cheio de vinagre, retire o cano de 1 metro, amarre a boca do balão e solte-o dentro da garrafa. Certifique-se de que o funil esteja completamente seco e utilize-o para inserir cerca de 250 gramas (a quantidade é de sua escolha) de bicarbonato de sódio na garrafa.

7. Enquanto mantém o foguete com a parte superior voltada para baixo, insira o "tubo de lançamento"da base cuidadosamente no foguete, com atenção para evitar que as pontas afiadas das varetas de churrasco perfurem o balão. Mantendo o foguete voltado para baixo o tempo todo, prenda o gatilho, o cano, ao foguete. Não vire o foguete para cima ainda. Mantenha-o voltado para baixo.

8. Nunca realize um lançamento na vertical. Por fim, gire o foguete para cima. Note que o balão estourará ao ser perfurado pelas pontas finas das varetas. Caso isso não

ocorra, gire o foguete para cima e para baixo até que o balão se rompa. Assegure-se de que o cano branco (o gatilho) permaneça preso à boca do foguete.

9. Após o vinagre se misturar ao bicarbonato de sódio, fixe firmemente a base no solo. Não permaneça à frente do foguete. Fixe os grampos nos canos da base de maneira firme. Coloque um grampo próximo de cada "cap"e outro próximo do "T". Levemente, estique o barbante que sai do cano branco, passando-o sob a base.

10. Com o foguete devidamente fixado à base e a base fixada ao solo com os grampos (não utilize pedras sobre a base), incline-o a 45, apontando para uma direção livre de pessoas ou objetos, móveis ou imóveis. Mantendo todos a uma distância de 10 metros do foguete.

11. Nesse momento, puxe suavemente o barbante para baixar o gatilho. Com isso feito, o foguete se lançará violentamente da base, impulsionando o propulsor para trás e voando para frente em um movimento parabólico, atingindo facilmente mais de 100 metros.

12. Caso o foguete não se lance imediatamente, aguarde alguns minutos, visto que a reação química ainda está em progresso e a pressão interna aumentando

13. Se o foguete não se lançar, é necessário interromper a missão, despressurizar o foguete e fazer ajustes menores. Para despressurizar, aperte o pino dentro da válvula da câmara de ar do pneu de bicicleta ou substitua o segundo "cap"por uma válvula de registro.

Segundo o Astronaútica (2023) existe uma combinação ideal de volumes de vinagre, bicarbonato de sódio, ângulo de lançamento, dimensões, formato, peso e quantidade das empenas, direção do vento, valor do contrapeso, temperatura da mistura, acabamento, etc., que pode permitir que o foguete alcance até 363 metros (recorde de 2019 ainda não superado).

E que sugestões adicionais incluem a diluição do bicarbonato de sódio em água antes da inserção no foguete, além de aquecer a mistura ou o vinagre. Tais ajustes facilitam o contato entre o bicarbonato e o vinagre, gerando mais gás e, consequentemente, maior pressurização do foguete. Modificações na base de lançamento são possíveis, desde que não pressurizem mecanicamente o gás do foguete e desde que a reação ocorra principalmente dentro do foguete.

2.2 Funções quadráticas

Nesta seção abordaremos os conceitos e resultados básicos das funções quadráticas, e sua importância no lançamento de foguetes.

Definição 2.2.1 *Uma função quadrática é uma função* $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *que associa a cada* $x \in \mathbb{R}$ *ao número* $y \in \mathbb{R}$ *dado por:*

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c \tag{2.2}$$

onde $a, b, c \in \mathbb{R}$ *com* $a \neq 0$.

Considere os seguintes exemplos:

(i) $f(x) = 2x^2 - x + 1$ onde $a = 2$, $b = -1$ e $c = 1$;

(ii) $f(x) = -x^2 + 4x$ onde $a = -1$, $b = -4$ e $c = 0$.

Valor numérico de uma função f é obtido quando atribuirmos um valor de x para encontrarmos o valor de $f(x)$. Por exemplo, considere $y = f(x) = 2x^2 - x + 1$ e alguns valores para x como dado na tabela abaixo:

x	$f(x) = 2x^2 - x + 1$	(x, y)
-2	$f(-2) = 2.(-2)^2 - (-2) + 1 = 11$	$(-2, 11)$
-1	$f(-1) = 2.(-1)^2 - (-1) + 1 = 6$	$(-1, 6)$
0	$f(0) = 2.0^2 - 0 + 1 = 1$	$(0, 1)$
1	$f(1) = 2.(1^2 - 1 + 1 = 2$	$(1, 2)$
2	$f(2) = 2.2^2 - 2 + 1 = 7$	$(2, 7)$

Com objetivo de obter alguns resultados sobre a função quadrática, podemos escrever na forma chamada *canônica*. De (2.2) temos que

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right],$$

assim para completar os quadrados devemos somar e subtrair o termo $\dfrac{b^2}{4a^2}$, logo

$$f(x) = a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right] = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right)\right]$$

Denotando $\Delta = b^2 - 4ac$, (chamado de discriminate), obtemos a forma canônica de f:

$$f(x) = a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\Delta}{4a^2}\right)\right], \tag{2.3}$$

Os principais elementos da função quadrática são:

1. **Domínio e contradominio:** Segue-se da definição que domínio e contradominio de f é conjunto dos números reais;

2. **Interseção com o eixo dos y:** Isso ocorre no valor numérico $x = 0$, assim $f(0) = a.0^2 + b.0 + c = c$, ouseja, no ponto $(0, c)$

3. **Interseção com o eixo dos x:** Isso ocorre no valor numérico $y = f(x) = 0$, assim os valores de x onde isto ocorre (caso existam), são chamados de *raízes ou zeros* de f. Assim,

$$f(x) = 0 \Rightarrow a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\Delta}{4a^2}\right)\right] = 0 \Rightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{\Delta}{4a^2}.$$

Dessa forma, podemos determinar as raízes de f (caso existam) de acordo com a tabela abaixo:

Discriminante	Raízes
$\Delta > 0$	$x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ e $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$
$\Delta = 0$	$x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$
$\Delta < 0$	Não existem raízes reais.

4. **Máximo e Mínimo:** Podemos encontar o ponto e o valor máximo (respectivamente, o ponto e o valor mínimo) através do resultado abaixo.

Proposição 2.2.2 *Seja a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$.*

(a) Se $a < 0$, então f assume o valor máximo $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$ no ponto de máximo $x_v = -\frac{b}{2a}$;

(b) Se $a > 0$, então f assume o valor mínimo $y_v = -\frac{\Delta}{4a}$ no ponto de mínimo $x_v = -\frac{b}{2a}$.

Demonstração:

(a) Sendo $a < 0$ e $\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 \geq 0$, implicando que $a\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 \leq 0$. Assim de (2.3), obtemos

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a} \leq -\frac{\Delta}{4a}.$$

Portanto, o valor máximo ocorre em $y_v = -\dfrac{\Delta}{4a}$ quando $x_v = -\dfrac{b}{2a}$.

(b) Sendo $a > 0$ e $\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 \geq 0$, implicando que $a\left(x + \dfrac{b}{2a}\right)^2 \geq 0$. Assim de (2.3), obtemos

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a} \geq -\frac{\Delta}{4a}.$$

Portanto, o valor mínimo ocorre em $y_v = -\dfrac{\Delta}{4a}$ quando $x_v = -\dfrac{b}{2a}$.

5. **Imagem:** A imagem de f é conjunto denotado por:

$$Im(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y = f(x) \text{ para algum } x \in \mathbb{R}\}.$$

Da Proposição 2.2.2, segue que

$$Im(f) = (-\infty, -\frac{\Delta}{4a}] \text{ se } a < 0 \;\text{ e }\; Im(f) = [-\frac{\Delta}{4a}, +\infty) \text{ se } a > 0.$$

6. **Gráfico:** A gráfico de f é conjunto denotado por:

$$Gr(f) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = f(x)\}.$$

O gráfico de uma função quadrática é uma parábola cujo o vértice é par ordenado $V = (x_v, y_v)$, a qual possui concavidade voltada para cima de $a > 0$ e possui concavidade voltada baixo se $a < 0$ (para mais detalhes veja (LIMA, 2004)).

Para facilitar o esboço do gráfico de uma função quadrática f precisamos ter conhecimento de alguns pontos especiais, de forma a facilitar a construção da estrutura gráfica, que são: o ponto que intersecta o eixo dos y, os pontos que intersecta o eixo dos x e o vértice da parábola.

Exemplo: Determine o ponto que intersecta o eixo dos y, os pontos que intersecta o eixo dos x e o vértice da parábola da função e esboçe o gráfico da função $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

Solução:

Os coeficientes da função f são $a = 1$, $b = -4$ e $c = 3$. Assim, o ponto que intersecta o eixo dos y é $(0, c) = (0, 4)$.

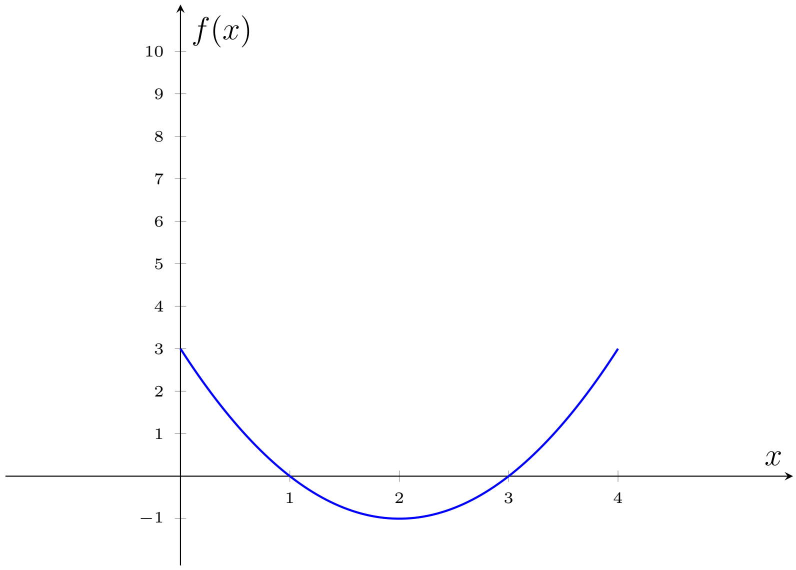


Figura 2.3: Gráfico da função $f(x) = x^2 - 4x + 3$.

Para encontrar os pontos que intersecta o eixo dos x, precisamos primeiro encontrar $\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^{-}4.1.3 = 16 - 12 = 4$, sendo $\Delta = 4 > 0$ existem duas raízes reais, que são:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(4) + \sqrt{4}}{2.1} = \frac{4+2}{2} = 3$$

e

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(4) - \sqrt{4}}{2.1} = \frac{4-2}{2} = 1.$$

Logo, os os pontos que intersecta o eixo dos x são $(x_1, 0) = (3, 0)$ e $(x_2, 0) = (1, 0)$. Agora vamos encontrar o vértice da parábola dado por $V = (x_v, y_v)$ onde

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2.1} = 2 \text{ e } y_v = -\frac{\Delta}{4a} = \frac{-4}{4.1} = -1.$$

Assim, $V = (x_v, y_v) = (2, -1)$.

Note que $y_v = -1$ é o valor mínimo assumido pela f no ponto de mínimo $x_v = 2$.

Exemplo: Considere a função quadrática $f(x) = -x^2 + 1$. Construa a tabela de valores, encontre as coordenadas do vértice e faça um esboço do gráfico.

Solução: Primeiro, calculemos os valores de $f(x)$ para diferentes valores de x:

x	$f(x)$
-3	$-(-3)^2+1=-8$
-2	$-(-2)^2+1=-3$
-1	$-(-1)^2+1=0$
0	$-(0)^2+1=1$
1	$-(1)^2+1=0$
2	$-(-2)^2+1=-3$
3	$-(-3)^2+1=-8$

Agora, vamos encontrar as coordenadas do vértice da função $f(x)=-x^2+1$.

A forma geral de uma função quadrática é $f(x)=ax^2+bx+c$. No nosso caso, $a=-1$, $b=0$, e $c=1$. O valor de x do vértice pode ser encontrado pela fórmula $x_v=-\frac{b}{2a}$:

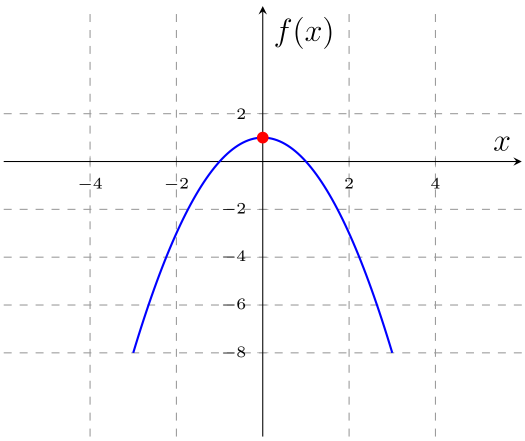
$$x_v=-\frac{0}{2(-1)}=0$$

Substituindo esse valor de x_v na função, encontramos o valor de y do vértice:

$$y_v=-x_v^2+1=-0^2+1=1$$

Portanto, o vértice da função é $(0,1)$.

Agora, vamos criar um gráfico da função $f(x)=-x^2+1$:



Este gráfico representa a função quadrática $f(x)=-x^2+1$, que tem concavidade para baixo e o vértice em $(0,1)$.

2.2.1 Lançamento de foguete

A trajetória pecorrida no lançamento de um foguete pode ser representada pela parte da parábola com concavidade para baixo que está acima dos eixo do x, essa parabola será representada de forma que o aluno possa observar os seus pontos principais como: a altura máxima e o alcançe máximo.

Figura 2.4: Parábola do foguete

Fonte: Ilustração ZonaCuriosa (2023)

As equações de um lançamento oblíquio de um folguete são dadas pelas componentes horinzontal e vertical.

(1) Componente horizontal (x) :

$$x = v_0 \cos(\theta) t.$$

(2) Componente vertical (y):

$$y = v_0 \operatorname{sen}(\theta) t - \frac{1}{2} g t^2 .$$

Onde:

- v_0 é a velocidade inicial;
- θ é o ângulo de lançamento com $0 < \theta < 90°$;
- t é o tempo;
- g é a aceleração devido à gravidade (aproximadamente $9,8 m/s^2$).

Da componente horinzontal isolando o valor de t, temos que $t = \dfrac{x}{v_0 \cos(\theta)}$ e substituindo na componente vertical, obtemos

$$y = v_0 \operatorname{sen}(\theta) \left(\frac{x}{v_0 \cos(\theta)} \right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos(\theta)} \right)^2 .$$

Reescrevendo a equação acima obtemos a fórmula da função quadrática de y em relação a variável x do lançamento de um folguete

$$y = f(x) = \left[-\frac{g}{2\,v_0^2\,\cos^2(\theta)} \right] x^2 + \tan(\theta)\,x \tag{2.4}$$

onde $a = -\dfrac{g}{2\,v_0^2\,\cos^2(\theta)}$ e $b = \tan(\theta)$.

Proposição 2.2.3 *O alcançe máximo de lancamento oblíquio de folquete quando o ângulo for de* $45°$.

Demonstração: O alcançe oblíquio do lançamento do foquete ocorre na raiz positiva da função quadrática dada em (2.4), ou seja,

$$\left[-\frac{g}{2\,v_0^2\,\cos^2(\theta)} \right] x^2 + \tan(\theta)\,x = 0.$$

Fatorando a equação, temos:

$$x\left(\left[-\frac{g}{2\,v_0^2\,\cos^2(\theta)} \right] x + \tan(\theta) \right) = 0$$

Assim, a raiz postiva é dada por:

$$x = \frac{\tan(\theta)}{}\frac{2\,v_0^2\,\cos^2(\theta)}{g},$$

ou ainda,

$$x = \frac{v_0^2}{g}\,2\,\mathrm{sen}(\theta)\,\cos(\theta). \tag{2.5}$$

Sabemos que:

$$2 \cdot \mathrm{sen}(\theta) \cdot \cos(\theta) = \mathrm{sen}(2\theta).$$

Agora, substuindo a equação acima em (2.5), obtemos

$$x = \frac{v_0^2}{g}\,\mathrm{sen}(2\,\theta).$$

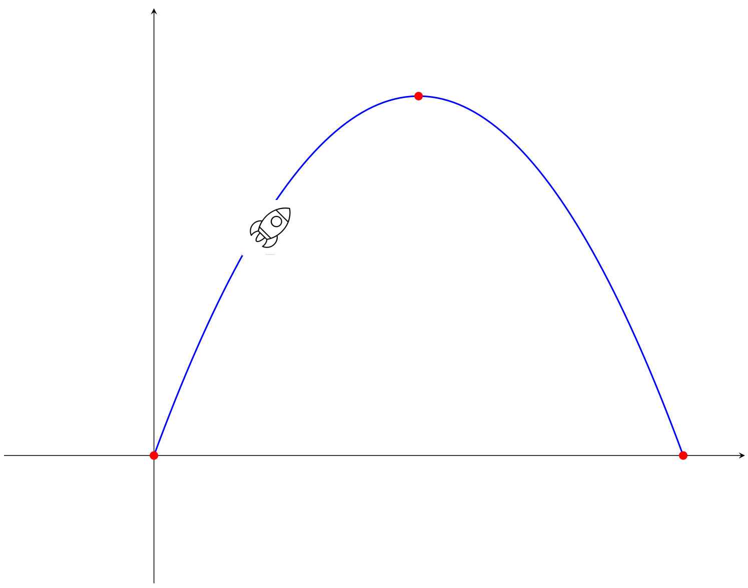
Logo o alcançe máximo ocorre quando $\mathrm{sen}(2\theta) = 1$, daí $2\theta = 90°$, implicando que $\theta = 45°$. Portanto, o ângulo necessário para obter o alcançe máximo em um lançamento oblíquo é de $45°$.

Essa observação do trajeto no lançamento de foquete de garrafa PET trará ao aluno uma visão real do que o professor demonstrou em sala através de aula expositiva e dialogada, será para o aluno o ponto crucial para fixação e desenvolvimento do seu conhecimento em função quadrática, permitindo muitas indagações à respeito do processo de lançamento de foguete e suas variáveis, daí teremos mais conhecimento a ser produzido.

Nas competições de lançamento foguetes de garrafa PET é sempre considerado o ângulo de inclinação de 45°. Em um lançamento folguetes de garrafa PET através de aparelhos de medição podemos calcular o tempo que mesmo demorou para sair base até atingir o solo novamente ou distância que ele caiu em relação a base, com essas informações podemos obter outras informações importantes sobre o lançamento do foguete de garrafa PET.

Exemplo: Ao fabricar um foguete de garrafa PET em conjunto com sua base, um grupo de alunos fizeram alguns lançamentos. Em um lançamento, chamado de $L1$, eles obtiveram o seguinte dado: o foguete ao sair da base demorou cerca de 5 segundos para atingir o solo. Em outro lançamento, chamado de $L2$, eles obtiveram o seguinte dado: a distância que ele caiu em relação com a base foi em aproxidamente de 140 metros. Com essas informações os alunos resolveram encontrar a velocidade inicial, a altura máxima e alcançe máxima atingida pelo o folguete para o lançamento $L1$. E encontrar a velocidade inicial e a altura máxima atingida pelo folguete, e o tempo que folguete levou para atingir o solo novamente para o lançamento $L2$

Abaixo temos a ilustração do lançamento.



Solução:

$L1$. Para o lançamento $L1$ os alunos e o professor resolveram utilizar as componentes: vertical (y) e horizontal (x), já definidas anteriormente. Sabemos que o foguete caiu em 5 segundos, neste momento a componente vertical é nula. Assim, podemos encontrar o valor de v_0 quando $y = 0$, $g = 9.8$, e $t = 5$ na equação:

$$y = v_0 \sin(45°)t - \frac{1}{2}gt^2.$$

Lembrando que $\text{sen}(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, daí temos que:

$$0 = v_0 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 9.8 \cdot 5^2.$$

Simplificamos a equação:

$$0 = \frac{5}{2}\left(\sqrt{2} \cdot v_0 - 9,8.5\right).$$

Assim, obtemos

$$\sqrt{2}v_0 = 49 \Rightarrow v_0 = \frac{49}{\sqrt{2}} \Rightarrow v_0 = \frac{49 \cdot \sqrt{2}}{2}.$$

Portanto, quando $y = 0$, $g = 9.8$, e $t = 5$, o valor de $v_0 = \dfrac{49 \cdot \sqrt{2}}{2}$, ou seja, a velocidade incial é de $\dfrac{49 \cdot \sqrt{2}}{2}$ metros por segundo.

Agora, obtido v_0 podemos encontrar a distãncia máxima alcançada que ocorreu no tempo de 5 segundos através da componete horizontal

$$x = v_0 \cos(45°)t.$$

Logo, a distãncia máxima alcançada será

$$x = \frac{49 \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 5 \Rightarrow x = \frac{245}{2}.$$

Novamente, podemos utilizar a componente vertical (y)

$$y = v_0\text{sen}(45°)t - \frac{1}{2}gt^2,$$

o qual é uma função quadrática na variável t. Sendo $sen(45°) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $v_0 = \dfrac{49 \cdot \sqrt{2}}{2}$ e $g = 9,8$, assim a altura máxima atingida pelo foguete é dada por $y_v = -\dfrac{\Delta}{4a} = -\dfrac{b^2}{4a}$. Assim, substituindo os valores $a = -\dfrac{49}{10}$ e $b = \dfrac{49}{2}$ na fórmula

$$y_v = -\frac{b^2}{4a} = -\frac{\left(\frac{49}{2}\right)^2}{4(-4,9)} = \frac{\frac{49^2}{4}}{4.\frac{49}{10}} = \frac{49.5}{4.2} = \frac{245}{8}.$$

Portanto, a altura máxima atinginda é $\dfrac{245}{8}$ metros.

*L*2. Para o lançamento $L2$ os alunos e o professor resolveram utilizar fórmula da função quadrática definida em (2.4). Sabemos que o foguete caiu a 140 metros em relação a base, essa distância é valor da raiz positiva da função quadrática

$$f(x) = \left[-\frac{g}{2\,v_0^2\,\cos^2(45°)}\right]x^2 + \tan(45°)\,x. \tag{2.6}$$

Sendo $\cos^2 45° = \frac{1}{2}$, $\tan 45° = 1$, $x = 140$ e $g = 9,8$, assim

$$0 = \left[-\frac{9,8}{2\cdot v_0^2\cdot\frac{1}{2}}\right](140)^2 + 1\cdot 140 \Rightarrow 0 = 140\left(-\frac{9,8\cdot 140}{v_0^2} + 1\right).$$

Daí, $v_0^2 = 1372 = 2^2\cdot 7^3$. Portanto, $v_0 = 14\cdot\sqrt{7}$ metros.

A altura máxima atingida pelo foguete é dada por $y_v = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{b^2}{4a}$. Da equação (2.6) temos que $a = -\frac{1}{140}$ e $b = 1$, assim

$$y_v = -\frac{b^2}{4a} = -\frac{1^2}{4\cdot(-\frac{1}{140})} = 35.$$

Logo, altura máxima atingida pelo foguete é de 35 metros.

Agora, para encontrar o tempo que foguete levou para atingir o solo podemos usar a componente horizontal (x), ou seja,

$$x = v_0\cos(45°)t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0\cos(45°)}.$$

Sendo $\cos 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $x = 140$ e $v_0 = 14\cdot\sqrt{7}$, assim obtemos que

$$t = \frac{140}{14\cdot\sqrt{7}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow t = \frac{20}{\sqrt{14}} \Rightarrow t = \frac{10\cdot\sqrt{14}}{7}.$$

Portanto, tempo que foguete levou para atingir o solo é de $\frac{10\cdot\sqrt{14}}{7}$ segundos.

Temos também que na fabricação e o no lançamento de foguetes de garrafa PET diversos conceitos matemáticos importantes. Alguns dos assuntos de matemática relevantes para essa atividade incluem:

(a) **Geometria e Trigonometria:** Ao construir um foguete de garrafa PET, é necessário calcular ângulos e distâncias para garantir que as partes do foguete estejam posicionadas corretamente. A geometria e a trigonometria são usadas para determinar a altura da garrafa, o ângulo de lançamento, a trajetória do voo e outras medidas cruciais.

(b) **Proporções e Escalas:** A escolha do tamanho do foguete em relação ao tamanho da garrafa é uma consideração importante. Isso envolve a compreensão de proporções e escalas, permitindo dimensionar adequadamente as partes do foguete, como a ogiva (parte frontal) e a aleta.

(c) **Cálculos de Pressão:** O lançamento do foguete depende da pressão gerada dentro da garrafa. É necessário calcular a quantidade de água e ar para alcançar a pressão desejada. Isso envolve cálculos de volume e pressão, que são conceitos matemáticos fundamentais.

(d) **Análise de Dados:** Durante os testes de lançamento, dados como a altura máxima atingida pelo foguete, o tempo de voo e a distância percorrida podem ser coletados. A análise desses dados envolve conceitos estatísticos, como média, mediana, desvio padrão e gráficos para visualização.

(e) **Cálculos de Trajetória:** Para prever e entender a trajetória do foguete, são usados cálculos de física, que incluem noções matemáticas de lançamento de projéteis e movimento parabólico.

(f) **Cálculos de Velocidade e Aceleração:** Para determinar a velocidade do foguete em diferentes momentos durante o voo, bem como sua aceleração, são necessários cálculos envolvendo derivadas e integrais, conceitos centrais do cálculo.

(g) **Aerodinâmica Simples:** Embora não seja matematicamente complexa, a consideração da aerodinâmica básica, como a forma das aletas para proporcionar estabilidade ao foguete, também envolve noções geométricas e de equilíbrio.

(h) **Probabilidade:** Antes do lançamento, os alunos podem fazer previsões sobre a trajetória do foguete, levando em conta fatores como a direção e a força do vento. Isso pode ser uma oportunidade para discutir conceitos de probabilidade e incerteza.

(i) **Medições Precisas:** Em várias etapas do processo, desde a medição do volume de água até a marcação das alturas alcançadas, a importância de medições precisas é enfatizada, destacando a relevância da matemática na obtenção de resultados confiáveis.

Em resumo, a fabricação e o lançamento de foguetes de garrafa PET são uma maneira prática e envolvente de explorar uma variedade de conceitos matemáticos em ação. Desde geometria até cálculos de física e estatística, os alunos podem ver como a matemática desempenha um papel crucial em cada etapa do processo.

Capítulo 3

RESULTADOS E DISCUSSÕES

3.1 Matemática e o lançamento de foguetes

Conforme relatado na reportagem "FOGUETES IMPULSIONAM CRIATIVIDADE E APROVAÇÃO NO ENEM EM ESCOLA DO PIAUÍ"no YouTube, o uso de foguetes em atividades educacionais tem demonstrado impactos positivos na aprendizagem dos alunos.

Durante essa jornada, conceitos como a parábola e suas funções surgiram como ferramentas cruciais para o alcance máximo no lançamento.

O desenvolvimento da base e do foguete por meio da geometria e do combustível por meio das proporções proporcionou um aprofundamento no conhecimento necessário para alcançar a máxima eficácia.

Importante ressaltar que o foguete desenvolvido pelos alunos corresponde ao nível 4, determinado pela formação de gás carbonico pela mistura de bicarbonato de sódio e vinagre, que atua como o combustível necessário para o lançamento.

O crescente interesse e envolvimento dos alunos nesse projeto têm se traduzido em melhorias na compreensão e interesse em diversos tópicos da disciplina de matemática, notadamente geometria, funções e proporções.

Dentro desses aspectos, destaca-se a função quadrática, notável pela formação de uma parábola com concavidade voltada para baixo, o que permite o cálculo do ponto de máximo da função. Através dessas atividades práticas e da vivência direta no desenvolvimento educacional, fica evidente o valor e a importância desse processo lúdico no enriquecimento do ensino de matemática.

O uso de lançamentos de foguete de garrafa PET como uma ferramenta educacional para ensinar função quadrática é justificado por vários motivos:

- **Engajamento e Motivação:** O lançamento de foguetes é uma atividade prática e empolgante que captura o interesse dos alunos. A possibilidade de ver na prática os conceitos matemáticos em ação pode aumentar significativamente a motivação para aprender.

- **Aplicação Prática de Conceitos Matemáticos:** Ao projetar e lançar foguetes, os alunos aplicam diretamente os conceitos de função do segundo grau, gráficos no plano cartesiano e ponto de máximo. Eles podem entender como as equações matemáticas se traduzem em fenômenos reais e visualizáveis.

Os resultados obtidos corroboram a importância da função quadrática no contexto do lançamento de foguetes de garrafa PET.

A função quadrática descreve de forma precisa a trajetória parabólica que o foguete percorre, desde o lançamento até a aterrisagem. Isso ressalta a utilidade da matemática como uma ferramenta preditiva e explicativa para fenômenos do mundo real.

Além disso, a análise das variações dos parâmetros da função quadrática oferece uma compreensão mais profunda das nuances do lançamento de foguetes. A relação entre os coeficientes e as características da trajetória ressalta a importância da precisão no planejamento e design de lançamentos, especialmente em competições educacionais.

No entanto, é importante ressaltar que a função quadrática considera uma série de simplificações e pressupostos, como a ausência de forças externas e a atmosfera constante. Em cenários mais complexos, como lançamentos reais, outras variáveis podem impactar o resultado final.

Em conclusão, os resultados e discussões destacam a relevância da função quadrática como uma ferramenta poderosa na modelagem e análise de lançamentos de foguetes de garrafa PET. Ao compreender a relação entre os parâmetros da função e as características da trajetória, podemos aprimorar o desempenho dos lançamentos e promover uma abordagem mais fundamentada e científica no contexto educacional e recreativo de lançamentos de foguetes.

3.2 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao concluir esta estudo é evidente a importância e a complexidade dos temas explorados no estudo do lançamento de foguetes de garrafa PET e sua relação com a função quadrática.

Através da análise dos fundamentos matemáticos envolvidos e das metodologias empregadas, alcançamos uma compreensão mais profunda da matemática no contexto do lançamento de foguetes.

Investigou-se as características do movimento de projéteis e as equações que descrevem suas trajetórias, o que nos permitiu explorar as propriedades intrínsecas das funções quadráticas.

Ao analisar a relação entre a taxa de fluxo de propelente e a velocidade efetiva dos gases de escape, compreendemos como o empuxo líquido desempenha um papel crucial na análise das forças envolvidas no lançamento.

No âmbito educacional, este estudo oferece perspectivas valiosas para o desenvolvimento de estratégias de ensino que buscam contextualizar a matemática por meio de atividades práticas e concretas.

A construção e o lançamento de foguetes de garrafa PET como uma abordagem pedagógica podem estimular o interesse dos estudantes, promovendo o engajamento e a compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos. A metodologia proposta pode contribuir para a formação de alunos mais preparados e motivados no aprendizado dessas disciplinas.

No entanto, é crucial reconhecer que este estudo representa apenas um passo na exploração das inúmeras possibilidades do ensino interdisciplinar. Há espaço para investigações mais aprofundadas, incluindo a análise de diferentes parâmetros de lançamento, a exploração de diversos tipos de propelentes e a adoção de tecnologias avançadas para coleta de dados e análises precisas.

Em última análise, este estudo e proposta metodológica ressalta a importância da abordagem prática no ensino de matemática. Ao integrar conceitos teóricos e práticos, é possível oferecer aos estudantes uma aprendizagem mais significativa e uma visão mais completa do mundo real. Esperamos que este estudo inspire educadores, pesquisadores e estudantes a continuarem explorando as conexões entre matemática, física e química, enriquecendo o processo educacional e contribuindo para a formação de indivíduos mais capacitados e criativos.

Referências Bibliográficas

AREA, T. W. A. M. **Congreve Rocketes**. 2023. <https://www.waterlooassociation.org.uk/2018/05/27/congreve-rockets/>.

ASTRONAúTICA, O. B. de Astronomia e. 2023. <http://www.oba.org.br/site/>.

BRAGA, M. M. S. d. C. Prática pedagógica docente-discente e humanização: contribuição de paulo freire para a escola pública. Universidade Federal de Pernambuco, 2012.

CALIFORNIA, U. C. 2023. <https://pressbooks.online.ucf.edu/osuniversityphysics/chapter/9-7-rocket-propulsion/>.

CANSTOCKPHOTO. **Lançador Katyusha**. 2023. <http://armasvoadoras.blogspot.com.br/2009/03/tipo-lancador-multipo-defoguetes-pais.html>.

CARNEIRO, L. L. et al. Fundamentos físicos do lançamento de um satélite. Universidade Federal do Pampa, 2019.

CHAVANTE EDUARDO. PRESTES, D. **Quadrante matemática, 1 ano: ensino médio**. [S.l.: s.n.], 2014.

CULTURE, M. D. L. **POP : la plateforme ouverte du patrimoine**. 2023. <http://www.enluminures.culture.fr/Wave/saviimage/enlumine/irht5/IRHT_085972-p>.

CUZINATTO, R. R. et al. Rocketeers unifal-mg: o ensino de física através do lançamento de foguetes artesanais. **Revista Ciência em Extensão**, v. 11, n. 3, p. 40–62, 2015.

DARROZ, L. M. Aprendizagem significativa: a teoria de david ausubel. **Revista Espaço Pedagógico**, v. 25, n. 2, p. 576–580, 2018.

EVES, H. W. et al. **Introdução à história da matemática**. [S.l.]: Unicamp Campinas, 2004.

FILHO, J. M. Interesses e necessidades dos países em desenvolvimento no direito espacial. **Panorama e história da pesquisa espacial**, p. 165, 1999.

FORNER, R. Modelagem matemática e o legado de paulo freire: relações que se estabelecem com o currículo. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2018.

HUZEL, D. K. **Engenharia moderna para projeto de motores de foguete de propelente líquido**. [S.l.]: AiAA, 1992.

IEZZI, G. **Fundamentos de matemática elementar, 7: geometria analítica/Gelson Iezzi.-**. [S.l.]: São Paulo: Atual, 2005.

ITEXPERTS. 2023. <https://www.itexperts.com.br/blog/tecnologia-e-educacao-blog/sala-aula-futuro/>.

IZOLA, D. Motores a jato. 2002.

KOLB, D. **Experiência como fonte de aprendizagem e desenvolvimento**. 1984.

LESTER, F. D. 2023. <https://qes.pt/a-fundacao/historial/attachment/foto-sala-aula-antiga/>.

LIMA, E. L. **Análise real**. [S.l.]: Impa Rio de Janeiro, 2004. v. 1.

MIRANDA, D. d. **A história do ensino da matemática na sala de aula**. 2013.

MORAES, A. G. Uma contribuição ao ensino-aprendizagem da matemática na educação básica: aplicação das funções quadráticas no lançamento de foguetes confeccionados com garrafas pet. 2014.

NASA. **barulho**. 2023. <https://ntrs.nasa.gov/search>.

PIMENTEL, A. **Jogo e desenvolvimento profissional: análise de uma proposta de formação continuada de professores**. Tese (Doutorado) — Universidade de São Paulo, 2004.

SILVA, S. d. S. et al. Foguete: revisão histórica e impactos na sociedade. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio Grande do Norte, 2022.

SUL, U. F. do Rio Grande do. 2023. <https://www.ufrgs.br/amlef/2021/11/30/capitulo-10-historico-da-exploracao-espacial/>.

ZONACURIOSA. **12 curiosidades incríveis sobre foguetes**. 2023. <https://zonacuriosa.com/curiosidades-incriveis-sobre-foguetes/>.