



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
MESTRADO ACADÊMICO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ADRIANO BATISTA SILVA

**MODELO DE TOMADA DE DECISÃO BASEADO EM SISTEMA HÍBRIDO AHP E
FUZZY PARA PRIORIZAR A CONSTRUÇÃO DE NOVOS ALIMENTADORES EM
MÉDIA TENSÃO DE UMA SUBESTAÇÃO ELÉTRICA**

TERESINA

2019

ADRIANO BATISTA SILVA

**MODELO DE TOMADA DE DECISÃO BASEADO EM SISTEMA HÍBRIDO AHP E
FUZZY PARA PRIORIZAR A CONSTRUÇÃO DE NOVOS ALIMENTADORES EM
MÉDIA TENSÃO DE UMA SUBESTAÇÃO ELÉTRICA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Centro de Tecnologia da Universidade Federal do Piauí, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica. Área de Concentração: Sistemas de Energia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Hermes Manoel Galvão
Castelo Branco

Co-orientador: Prof. Dr. Thiago Carvalho de
Sousa

TERESINA

2019

ADRIANO BATISTA SILVA

**MODELO DE TOMADA DE DECISÃO BASEADO EM SISTEMA HÍBRIDO AHP E
FUZZY PARA PRIORIZAR A CONSTRUÇÃO DE NOVOS ALIMENTADORES EM
MÉDIA TENSÃO DE UMA SUBESTAÇÃO ELÉTRICA**

Esta dissertação foi julgada adequada para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Sistemas de Energia Elétrica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Piauí.

Adriano Batista Silva
Pós-Graduando (PPGEE-UFPI)

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Hermes Manoel Galvão Castelo Branco
Orientador (PPGEE-UFPI)

Prof. Dr. Thiago Carvalho de Sousa
Co-Orientador (UESPI)

Prof. Dr. Fábio Rocha Barbosa
Avaliador interno (PPGEE-UFPI)

Prof. Dr. Ricardo de Andrade Lira Rabelo
Avaliador interno (PPGEE-UFPI)

Prof. Dr. Osvaldo Ronald Saavedra Mendez
Avaliador externo (UFMA)

Teresina, 25 de novembro de 2019

FICHA CATALOGRÁFICA
Universidade Federal do Piauí
Biblioteca Comunitária Jornalista Carlos Castello Branco
Divisão de Processos Técnicos

S586m Silva, Adriano Batista

Modelo de tomada de decisão baseado em sistema híbrido AHP e FUZZY para priorizar a construção de novos alimentadores em média tensão de uma subestação elétrica. / Adriano Batista Silva.

120 f

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Piauí, Centro de Tecnologia, Mestrado em Engenharia Elétrica, Teresina, 2019.

Orientação: Prof. Dr. Hermes Manoel Galvão Castelo Branco

1. Engenharia Elétrica. 2. Alimentadores. I. Título

CDD 621.3

À minha esposa Thais e filha Alícia por todo o amor e carinho dedicados e essenciais nessa jornada.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pela dádiva da vida e saúde plena, para que pudesse trilhar esse caminho com motivação e perseverança.

À minha esposa, Thais Ibiapina Martins, por acreditar e compreender as dificuldades enfrentadas, sendo companheira nos momentos que mais precisei.

À minha filha, Alícia Ibiapina Silva, que pela juventude e inocência ainda não compreende a importância do seu sorriso e carinho para minha vida.

Aos meus familiares, em especial à minha mãe Maria Bernadete Silva, pelo exemplo de fibra e determinação.

Agradeço também ao meu orientador, professor Dr. Hermes Manoel Galvão Castelo Branco, pela oportunidade de aprendizado, pela paciência e experiências profissionais proporcionadas e de cunho científico, bem como meu co-orientador, Dr. Thiago Carvalho de Sousa e a Laiana Sepúlveda de Andrade Mesquita, pelo apoio nas atividades desse trabalho.

À Equatorial Energia Piauí, pela disponibilização dos dados essenciais para esta pesquisa, em especial aos engenheiros e profissionais, Thiago Maciel, Evaldo Junior, Daniel Ângelo, Osvaldo Filho, Ribamar Lima e Nonato Moura, pelas oportunidades oferecidas, disponibilidade de tempo e atenção dispensada.

A todos os professores do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica-PPGEE da Universidade Federal do Piauí - UFPI que foram partes fundamentais ao longo dessa trajetória.

Aos colegas e amigos do mestrado: Fabrício Higo, Juan, Dionatas, Jônatas e outros, os quais agradeço as experiências compartilhadas e apoio nas atividades desenvolvidas.

Por fim, agradeço também à Universidade Federal do Piauí - UFPI, ao Centro de Tecnologia - CT e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica – PPGEE, pela grande oportunidade de poder contribuir com a pesquisa científica e adquirir conhecimentos profissionais valiosos que irei levar por toda vida e com muito orgulho.

“A verdade do Universo é prestação que vai vencer.”

(Paulo Coelho De Souza / Raul Santos Seixas)

RESUMO

A priorização de obras é um conhecido problema de planejamento do sistema elétrico. À medida que novas subestações, em especial, alimentadores em média tensão vão surgindo, ganhos são implementados ao sistema de distribuição, de forma que a hierarquização destes por ordem de construção torna-se necessária. Nesse processo, podem ser utilizadas técnicas de análise multicritério conhecidas como *Multiple Criteria Decision Making* – MCDM. O Processo de Hierarquia Analítica (AHP, do inglês *Analytic Hierarchy Process*) proposto por Saaty em 1977 apresenta-se como uma das principais ferramentas para converter avaliações subjetivas de importância relativa em um vetor de prioridades, tratando-se de um método aditivo com comparação par a par dos critérios elencados, com a realização de julgamentos entre critérios e alternativas. O método AHP linearizado, de forma análoga ao AHP tradicional, proporciona a conversão de avaliações qualitativas em um vetor de prioridades, no entanto, com menor quantidade de comparações pareadas em relação ao AHP tradicional. O método *Fuzzy-AHP extent analysis* proposto por Chang em 1996, emprega números *fuzzy* para este fim, tendo em vista que as comparações pareadas são *fuzzy* por natureza. Os métodos descritos têm em comum a necessidade de geração de matrizes de comparação pareada entre critérios e alternativas, de forma a permitir a aplicação dessas metodologias de classificação entre os alimentadores no problema, o que torna muitas vezes o procedimento custoso devido à necessidade de novas comparações par a par a cada nova alternativa inserida no problema, ou nesse caso, novos alimentadores. Sendo assim, este trabalho tem como principal objetivo o desenvolvimento de um modelo híbrido baseado em métodos de decisão multicritério e lógica *fuzzy* de forma a permitir a classificação por ordem de prioridade de construção de novos alimentadores, independente da geração de matrizes de comparação pareada entre alternativas, e que forneça resultados semelhantes aos métodos tradicionais utilizados. São considerados como critérios as diretrizes de expansão do sistema em média tensão baseados nos Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica – PRODIST, da Agência Nacional de Energia Elétrica – ANEEL, incluindo-se a geração distribuída. Para validação do modelo, foram realizados estudos comparativos entre os resultados obtidos através de métodos tradicionais de decisão multicritério, sendo que nas aplicações efetuadas foram utilizados dados de ganhos de alimentadores reais planejados. Como resultados, o sistema desenvolvido classificou os alimentadores por ordem de prioridade de construção semelhante aos métodos tradicionais, sem gerar matrizes de comparação pareada entre alternativas, e próximos das preferências reais dos especialistas consultados, contribuindo para uma menor dependência de avaliações humanas por parte dos tomadores de decisão no processo de priorização de novos alimentadores em média tensão.

Palavras-chave:

PRODIST, modelo híbrido, priorização, alimentadores, AHP, lógica *fuzzy*, matrizes de comparação, alternativas, geração distribuída

ABSTRACT

The prioritization of works is a known problem in the planning of the electrical system. As new substations, in particular, medium voltage feeders appear, gains are implemented in the distribution system, so that the hierarchy of these in order of construction becomes necessary. In this process, multicriteria analysis techniques known as Multiple Criteria Decision Making - MCDM can be used. The Analytical Hierarchy Process (AHP, from the English Analytic Hierarchy Process) proposed by Saaty in 1977 presents itself as one of the main tools to convert subjective evaluations of relative importance into a vector of priorities, being an additive method with comparison alongside the listed criteria, making judgments between criteria and alternatives. The linearized AHP method, analogous to the traditional AHP, allows the conversion of qualitative assessments into a priority vector, however, with less comparisons compared to the traditional AHP. The Fuzzy-AHP extent analysis method proposed by Chang in 1996, uses fuzzy numbers for this purpose, considering that the paired comparisons are fuzzy in nature. The described methods have in common the need to generate matrices of paired comparison between criteria and alternatives, in order to allow the application of these classification methodologies among the feeders in the problem, which often makes the procedure costly due to the need for new comparisons. Alongside each new alternative inserted in the problem, or in this case, new feeders. Thus, this work has as main objective the development of a hybrid model based on multicriteria decision methods and fuzzy logic in order to allow the classification in order of priority of construction of new feeders, regardless of the generation of paired comparison matrices between alternatives, and that provides results similar to the traditional methods used. The expansion guidelines for the medium voltage system based on the Electric Energy Distribution Procedures - PRODIST, of the National Electric Energy Agency - ANEEL, are considered as criteria, including distributed generation. To validate the model, comparative studies were carried out between the results obtained through traditional multicriteria decision methods, and in the applications performed, data on gains from real planned feeders were used. As a result, the developed system classified the feeders in order of priority of construction similar to traditional methods, without generating matrices of paired comparison between alternatives, and close to the real preferences of the consulted specialists, contributing to a lesser dependence on human evaluations by decision makers process in the prioritization of new medium voltage feeders.

Keywords:

PRODIST, hybrid model, prioritization, feeders, AHP, fuzzy logic, comparison matrices, alternatives, distributed generation

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Gráfico de crescimento do número de conexões de GD no Brasil.	22
Figura 2 – Fluxograma das etapas da pesquisa.....	36
Figura 3 – Estruturação hierárquica segundo o AHP	39
Figura 4 – Crescimento do número de comparações (sem linearização)	47
Figura 5 – Crescimento do número de comparações (com linearização).....	48
Figura 6 – Redução do número de comparações (com linearização)	49
Figura 7 – Número fuzzy triangular	51
Figura 8 – Escala Comparativa de Saaty em grau de fuzzyficação de 9 pontos com $\delta = 1$	53
Figura 9 – Definição do grau de possibilidade de V ($S_i \geq S_k$).....	55
Figura 10 – Representação do número “0” em fuzzy	57
Figura 11 – Funções de pertinência para uma variável (baixa, média, alta)	58
Figura 12 – Conjunto singleton de domínio 4	59
Figura 13 – Comparação sistema fuzzy convencional com modelo híbrido AHP Fuzzy	60
Figura 14 – Arquitetura de sistemas baseados em regras fuzzy.	61
Figura 15 – Estratificação dos entrevistados	64
Figura 16 – Curva distribuição de probabilidade das respostas obtidas na pesquisa	65
Figura 17 – Coeficiente de Variação entre os critérios	66
Figura 18 – Alimentador 01G1-13,8kV da futura SE “01” 69/13,8kV	68
Figura 19 – Alimentador 01G2-13,8kV da futura SE “01” 69/13,8kV	69
Figura 20 – Alimentador 01G3-13,8kV da futura SE “01” 69/13,8kV.....	69
Figura 21 – Alimentador 01G4-13,8kV da futura SE “01” 69/13,8kV	70
Figura 22 – Modelo hierárquico de estruturação no AHP no estudo de caso	72
Figura 23 – Funções de pertinência do critério “B” na toolbox Fuzzy Logic no Matlab.....	87
Figura 24 – Funções de pertinência para saída na toolbox Fuzzy Logic no Matlab	87
Figura 25 – Distribuição dos resultados dos termos linguísticos no conjunto de regras	89
Figura 26 – Comparativo pesos atribuídos por alternativa entre os métodos – caso 1.....	90
Figura 27 – Comparação do vetor prioridade global dos alimentadores entre métodos – caso 1	91
Figura 28 – n° de comparações pareadas entre alternativas realizadas por especialista – caso 1	92
Figura 29 – Comparativo pesos atribuídos por alternativa entre os métodos – caso 2.....	95
Figura 30 – Comparação do vetor prioridade global dos alimentadores entre métodos – caso 2.	96

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Matriz de Julgamentos M entre alternativas em relação a um critério (C_1).	40
Tabela 2 -Associação de classificações numéricas e classificações verbais para julgamentos de comparação par a par.....	41
Tabela 3 – Valores de IC máximos em função da ordem da matriz n	43
Tabela 4 - Inconsistência Aleatória Média (IR)	43
Tabela 5 – Matriz de comparações linearizada	45
Tabela 6 – Quantidade de comparações par a par sem linearização	47
Tabela 7 – Quantidade de comparações par a par com linearização	48
Tabela 8 – Operações números fuzzy triangulares.....	51
Tabela 9 – Escala Comparativa de Saaty em grau de fuzzyficação de 9 pontos.....	53
Tabela 10 – Fórmulas de transformação para normalização de um atributo.....	63
Tabela 11 - Diretrizes consideradas para priorização de construção de novos alimentadores .	64
Tabela 12 - Médias e Desvios Padrões das respostas obtidas nas entrevistas.....	65
Tabela 13 – Critérios a serem considerados para montagem da matriz de julgamentos	67
Tabela 14 - Características e ganhos dos alimentadores (alternativas) – Caso 1	70
Tabela 15 - Matriz de julgamentos dos critérios com média geométrica das avaliação dos especialistas	73
Tabela 16 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "A"	73
Tabela 17 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "B"	73
Tabela 18 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "C"	74
Tabela 19 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "D"	74
Tabela 20 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "E"	74
Tabela 21 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "F"	74
Tabela 22 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "G"	74
Tabela 23 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "H".....	75
Tabela 24 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "I"	75
Tabela 25 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "J"	75
Tabela 26 - Matriz de julgamentos de alternativas (PML's) vs critérios para cálculo do vetor Prioridade Global.....	75
Tabela 27 - Inconsistência Aleatória Média (IR) das matrizes de julgamentos de critérios	76
Tabela 28 - Matriz de julgamentos dos critérios linearizada.....	76
Tabela 29 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "A" linearizada.....	77
Tabela 30 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "B" linearizada	77
Tabela 31 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "C" linearizada	77
Tabela 32 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "D" linearizada	77
Tabela 33 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "E" linearizada	78
Tabela 34 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "F" linearizada.....	78
Tabela 35 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "G" linearizada	78
Tabela 36 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "H" linearizada	78
Tabela 37 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "I" linearizada.....	78
Tabela 38 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "J" linearizada	79

Tabela 39 - Matriz de julgamentos de alternativas vs critérios linearizados - Prioridade Global	79
Tabela 40 – Matriz de julgamentos de critérios fuzzyficada com $\delta = 2,2$	79
Tabela 41 – Matriz fuzzyficada à luz do Critério: Atender o Crescimento de Mercado.....	80
Tabela 42 – Matriz fuzzyficada à luz do Critério: Maior Redistribuição de Carga (Carregamento).....	80
Tabela 43 – Matriz fuzzyficada à luz do Critério: Melhorar o Perfil de Tensão.....	80
Tabela 44 – Matriz fuzzyficada à luz do Critério: Aumentar os Recursos Operacionais e Manobras	80
Tabela 45 – Matriz fuzzyficada à luz do Critério: Maior Números de Clientes Beneficiados.	81
Tabela 46 – Matriz fuzzyficada à luz do Critério: Reduzir DEC	81
Tabela 47 – Matriz fuzzyficada à luz do Critério: Maior Atendimento a Cargas Especiais	81
Tabela 48 – Matriz fuzzyficada à luz do Critério: Reduzir Perdas Técnicas	81
Tabela 49 – Matriz fuzzyficada à luz do Critério: Reduzir FEC.....	81
Tabela 50 – Matriz fuzzyficada à luz do Critério: Redes com maior quantidade de Geração Distribuída	82
Tabela 51 – Soma das linhas na matriz de julgamentos de critérios	82
Tabela 52 – Somatório da soma de cada linha da matriz de julgamentos de critérios	82
Tabela 53 – Cálculo das medidas sintéticas fuzzy para cada critério.....	83
Tabela 54 – Comparação entre as medidas sintéticas fuzzy para cada critério (parte 1)	83
Tabela 55 – Comparação entre as medidas sintéticas fuzzy para cada critério (parte 2)	83
Tabela 56 – Comparação de medidas sintéticas fuzzy entre alternativas – segundo critério “A”	84
Tabela 57 – Comparação de medidas sintéticas fuzzy entre alternativas – segundo critério “B”	84
Tabela 58 – Comparação de medidas sintéticas fuzzy entre alternativas – segundo critério “C”	84
Tabela 59 – Comparação de medidas sintéticas fuzzy entre alternativas – segundo critério “D”	84
Tabela 60 – Comparação de medidas sintéticas fuzzy entre alternativas – segundo critério “E”	84
Tabela 61 – Comparação de medidas sintéticas fuzzy entre alternativas – segundo critério “F”	85
Tabela 62 – Comparação de medidas sintéticas fuzzy entre alternativas – segundo critério “G”	85
Tabela 63 – Comparação de medidas sintéticas fuzzy entre alternativas – segundo critério “H”	85
Tabela 64 – Comparação de medidas sintéticas fuzzy entre alternativas – segundo critério “I”	85
Tabela 65 – Comparação de medidas sintéticas fuzzy entre alternativas – segundo critério “J”	85
Tabela 66 – Vetor peso (W'_C) relativo aos critérios normalizada.....	86
Tabela 67 – Vetores pesos (W_A) relativo as alternativas à luz de cada critério normalizada...	86
Tabela 68 – Autovetor da matriz de comparação entre critérios AHP tradicional.....	87

Tabela 69 – Termos linguísticos normalizados	88
Tabela 70 – Exemplo de formação do conjunto de regras para o sistema híbrido	88
Tabela 71 – Intervalos dos termos linguísticos	88
Tabela 72 – Ganhos dos alimentadores normalizados entre [0 1] – caso 1	89
Tabela 73 – Resultado do sistema AHP Fuzzy híbrido na priorização de alimentadores – caso 1	90
Tabela 74 – Comparação da ordem de prioridade das alternativas entre métodos.....	90
Tabela 75 - Características e ganhos dos alimentadores (alternativas) – Caso 2	92
Tabela 76 – Ganhos dos alimentadores normalizados entre [0 1] – caso 2.....	93
Tabela 77 - Prioridade Global – AHP Tradicional	93
Tabela 78 - Prioridade Global – AHP Linearizado	94
Tabela 79 - Prioridade Global – Fuzzy AHP extent analysis	94
Tabela 80 – Resultado do sistema AHP Fuzzy híbrido na priorização de alimentadores – caso 2	94
Tabela 81 – Comparação da ordem de prioridade das alternativas entre métodos – caso 2	95

LISTA DE SÍMBOLOS

δ - Grau de *fuzzyficação*

\forall - Para todo

Σ - Somatório

λ_{\max} – Autovalor máximo

μ – Função de Pertinência

λ - número escalar

\oplus - soma com números triangulares *fuzzy*

\ominus - subtração com números triangulares *fuzzy*

\otimes - multiplicação com números triangulares *fuzzy*

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AHP – *Analytic Hierarchy Process*

ANEEL – Agência Nacional de Energia Elétrica

GD – Geração Distribuída

DEC – Duração Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora

FEC – Frequência Equivalente de Interrupção por Unidade Consumidora

IC – Índice de Consistência

IR – Inconsistência Aleatória Média

PG – Prioridade Global

PML – Prioridade Média Local

PRODIST – Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional

SDMT – Sistema de Distribuição em Média Tensão

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	17
1.1	O planejamento da expansão do SDMT	18
1.2	Justificativa.....	24
1.3	Problematização e Objetivos.....	25
1.4	Produção Científica	28
1.5	Trabalhos relacionados	28
1.6	Disposição geral do documento.....	31
2	METODOLOGIA UTILIZADA.....	33
3	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	37
3.1	<i>Analytic Hierarchy Process (AHP) tradicional</i>	<i>37</i>
3.2	Método AHP Linearizado	44
3.3	<i>Fuzzy-AHP extent analysis.....</i>	<i>49</i>
3.4	Lógica Fuzzy	56
3.4.1	<i>Números Fuzzy</i>	<i>57</i>
3.4.2	<i>Variáveis Linguísticas</i>	<i>58</i>
3.4.3	<i>Funções de Pertinência</i>	<i>58</i>
4	MODELO HÍBRIDO PROPOSTO AHP E LÓGICA FUZZY.....	60
4.1	Utilização da matriz comparação critérios AHP tradicional.....	60
4.2	Elaboração das regras para o modelo.....	61
4.3	Método de defuzzyficação utilizado	62
4.4	Normalização dos dados de entrada.....	62
4.5	Definição dos critérios considerados	63
5	ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS.....	68
5.1	Estudo de caso 1 - aplicação dos métodos no problema de priorização de alimentadores	68
5.1.1	<i>Método AHP tradicional na priorização de construção de alimentadores.....</i>	<i>71</i>
5.1.2	<i>Método AHP linearizado na priorização de construção de alimentadores</i>	<i>76</i>
5.1.3	<i>Método Fuzzy-AHP extent analysis na priorização de construção de alimentadores.....</i>	<i>79</i>
5.1.4	<i>Método AHP Fuzzy híbrido na priorização de construção de alimentadores</i>	<i>86</i>
5.1.5	<i>Resultados obtidos – caso 1</i>	<i>90</i>

5.2	Estudo de caso 2 - aplicação dos métodos no problema de priorização de alimentadores <i>com e sem GD</i>	92
5.2.1	<i>Aplicação dos métodos – caso 2</i>	92
5.2.2	<i>Resultados obtidos – caso 2</i>	94
6	CONCLUSÕES	97
6.1	Trabalhos futuros.....	100
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	101
	APÊNDICE A	110
	Código Matlab – AHP Tradicional caso 1	110
	Código Matlab – AHP Linearizado caso 1	112
	Código Matlab – Fuzzy AHP <i>extent analysis</i> caso 1.....	115
	Código Matlab – AHP <i>Fuzzy</i> híbrido caso 1.....	118
	APÊNDICE B.....	120
	Ficha de coleta de dados	120

1 INTRODUÇÃO

Métodos de Apoio Multicritério à Decisão – AMD são aplicados em diferentes áreas nas quais se queira selecionar, ordenar, classificar ou descrever alternativas presentes em um determinado processo decisório na presença de múltiplos critérios (RANGEL e GOMES, 2010).

Este tipo de análise é útil, muitas vezes, em um ambiente complexo de decisões, no qual fatores externos estão envolvidos, como: julgamentos conflitantes, diversidade de critérios, variedade de alternativas e múltiplos decisores (SILVA, NASCIMENTO e BELDERRAIN, 2010).

Ao longo dos anos, os seres humanos tentam abordar problemas complexos de decisão através de heurísticas, abstrações e a utilização de modelos direcionados para resolução de problemas discretos de decisão com possibilidades finitas de alternativas (GOMES, ARAYA e CARIGNANO, 2004).

O planejamento com priorização de obras é um conhecido problema do sistema elétrico no mundo, fazendo-se necessário uma seleção de obras para o desenvolvimento e crescimento do setor elétrico, com aplicação dos recursos disponíveis com maior eficiência possível (SOARES, 2015).

Ao se planejar novos alimentadores para o Sistema de Distribuição em Média Tensão - SDMT, estabelece-se aqueles que proporcionarão maiores ganhos, priorizando-os para sua construção. Porém, o sistema é bastante heterogêneo do ponto de vista que, vez ou outra, um novo alimentador atenderá determinado critério em detrimento de outro, cabendo ao planejador a tarefa da priorização entre estes (VARGAS, 2015).

Para auxiliar nessa tarefa, diversos métodos de apoio a decisão multicritério podem ser aplicados no planejamento da expansão de sistemas de distribuição. Alguns métodos usam a comparação par a par para avaliar critérios e as alternativas promovendo a priorização destas, sendo o *Analytic Hierarchy Process-AHP* proposto por Saaty (1977) um dos métodos mais conhecidos e utilizados. Destaca-se também suas variantes, como: o método *Fuzzy-AHP extent analysis* desenvolvido por Chang (1996) e baseado em princípios da Lógica *Fuzzy*. O AHP linearizado é resultado de pesquisas para atingir uma otimização da consistência no processo de comparação par a par (BENITEZ, IZQUIERDO, *et al.*, 2014).

A disponibilidade de maiores recursos computacionais, juntamente com o crescimento da necessidade energética pela população no mundo e o conseqüente aumento de obras no sistema

elétrico, trouxe à tona o interesse pela utilização de algoritmos de programação baseados em diversas técnicas de priorização e otimização de resultados (SOARES, 2015).

Dentre as técnicas de tomada de decisão, o AHP é um método que possibilita o desenvolvimento de um modelo de decisão capaz de lidar com a subjetividade, sendo um dos métodos mais empregados em decisões multicritérios no mundo (REIS, LADEIRA e FERNANDES, 2013).

Aliado a isso, a teoria dos conjuntos *fuzzy*, também conhecida como Lógica *Fuzzy*, tem como um dos principais objetivos lidar com dados que contém algum tipo de incerteza. Diferentemente da lógica booleana, esta possui a capacidade de se aproximar do mundo real e do pensamento humano, no qual não existem somente respostas extremas (AGUADO e CANTANHEDE, 2010).

No entanto, em técnicas multicritério descritas anteriormente, as avaliações e experiências humanas são necessárias dentro do processo de comparação entre critérios, e principalmente, a cada vez que se insira novas alternativas novas matrizes de comparação pareada surgem, provocando uma dependência constante da intervenção humana nas análises realizadas pelos avaliadores.

1.1 O planejamento da expansão do SDMT

Dentre os diversos objetivos do Planejamento da Expansão do Sistema Elétrico, está o de determinar entre um conjunto pré-definido de circuitos candidatos, aqueles de devem ser construídos de forma a minimizar os custos de investimento, suprimindo a demanda energética prevista para um horizonte de planejamento (OLIVEIRA, FREITAS, *et al.*, 2017).

Para Malee, Chundawat, *et al.* (2018) o principal motivo do planejamento da expansão é a minimização do custo de investimento e operação de equipamentos de rede de distribuição que considerem o custo de instalação e reforço de subestações, alimentadores e geração distribuída.

No processo definição de novas linhas/subestações e redes, geralmente, a área de planejamento é responsável pela indicação das obras que precisam ser construídas. Mas nem sempre todas estas obras podem ser construídas ao mesmo tempo, por limitações diversas, como: orçamentária, tempo e capacidade de execução. Nesses casos, faz-se necessário a priorização de investimentos para construção inicialmente de obras mais relevantes se considerarmos alguns critérios para esta análise.

Modelos de otimização para solução de problemas de planejamento têm sido estudados e utilizados, onde o principal objetivo é otimizar investimentos, minimizar custos principalmente operacionais (RESENER, HAFFNER, *et al.*, 2018). Geralmente os modelos matemáticos adotados no planejamento da expansão de sistemas de distribuição em média tensão buscam a minimização do custo ampliação ou de operação da rede de distribuição, ou ainda otimizar os investimentos de forma a se obter melhores índices de qualidade de fornecimento ou de serviços (MALEE, CHUNDAWAT, *et al.*, 2018).

Os diversos modelos propostos na literatura utilizam técnicas de programação matemática como em Tabares, Franco, *et al.* (2015) no qual apresenta-se um novo modelo de Programação Linear Inteiro Misto (MILP) para resolver o problema de planejamento de expansão a longo prazo de sistemas de distribuição elétrica, considerando alternativas e critérios com o objetivo de minimizar os custos de investimento e operação e em Paiva, Khodr, *et al.* (2005) que apresenta o desenvolvimento e o teste inicial de um modelo matemático para o planejamento ideal de um sistema de distribuição que inclua as redes primária e secundária, ou meta-heurísticas como em Silva, Gil e Areiza (2000) para a solução do problema. Estes modelos podem ser monoobjetivos como em Ganguly, Sahoo e Das (2011) ou multiobjetivos como apresentado em Xie, Hu, *et al.* (2018) e Tarôco, Takahashi e Carrano (2016).

Os modelos propostos podem considerar ainda o horizonte de planejamento como um único estágio como apresentado em Fletcher e Strunz (2007), fornecendo todas as obras a serem construídas no horizonte como um todo, ou de múltiplos estágios (TABARES, FRANCO, *et al.*, 2015; JUNIOR, COSSI, *et al.*, 2014; JUNIOR, COSSI e MANTOVANI, 2013). Os modelos de múltiplos estágios dividem o horizonte de planejamento em estágios menores e indicam as obras que devem ser realizadas em cada estágio.

Geralmente, as metodologias propostas na literatura para o planejamento da expansão dos sistemas de distribuição indicam as obras que devem ser construídas. No entanto, mesmo considerando os modelos de múltiplos estágios, nem sempre todas as obras indicadas no período observado podem ser construídas ao mesmo tempo por limitações diversas, como: orçamentária, tempo e capacidade de execução. Nesses casos, faz-se necessário a priorização de investimentos para construção das obras mais relevantes, se considerarmos alguns critérios para esta análise. Assim selecionam-se diversos critérios de ordem técnica que possam impactar positivamente no sistema elétrico, e dessa forma, utilizam-se métodos de análise multicritérios para realizar a priorização de obras a serem construídas.

Existem métodos desenvolvidos que se fundamentam em técnicas de Apoio Multicritério à Decisão (AMD) para problemas de priorização. Dentre estes métodos destacam-se três que

são bastante utilizados na literatura para análise multicriterial: AHP (*Analytic Hierarchy Process*), AHP linearizado e Fuzzy AHP *extent analysis*. Apesar de não encontrarmos na literatura correlata aplicações destas técnicas para priorização de construção de novas linhas de transmissão, elas são aplicadas em diversas áreas de planejamento, como em Uddin, Ray, *et al.* (2016) em que o AHP é aplicado para decidir o layout do alimentador que conectam cada cluster para escolha da localização de uma subestação de distribuição.

Já em Benítez, Galván, *et al.* (2011) AHP linearizado é aplicado para minimizar a perda de água por meio de um controle adequado de vazamentos, e em Tehrani, Fereidunian e Lesani (2014) Fuzzy AHP *extent analysis* é aplicado para planejamento financeiro na manutenção preventiva de sistemas de distribuição. Outros trabalhos como em Zerpa e Yusta (2015) aplicam o AHP combinado a diferentes métodos para facilitar a seleção da melhor solução para o fornecimento elétrico de locais rurais remotos, envolvendo critérios técnicos, econômicos, ambientais e sociais. Em Algarín, Llanos e Castro (2017) o AHP é utilizado no planejamento energético com energias renováveis em áreas rurais com base na participação de especialistas a partir de determinados critérios e alternativas.

Tais trabalhos apresentam modelos multiobjetivos para planejamento de redes de distribuição como em Xie, Hu, *et al.* (2018) que tem como objetivo encontrar o esquema final com alternativas, localização, tamanho e estratégia operacional ideais para linhas e subestações.

O planejamento da expansão dos sistemas de distribuição foi inicialmente abordado considerando um modelo de planejamento estático dentro de um determinado horizonte e resolvidos por métodos de programação heurística ou matemática. No entanto, devido às limitações de tamanho da memória ou tempo de computação, apenas problemas de pequena escala podiam ser resolvidos com precisão e para problemas de grande escala, algoritmos de solução aproximados foram desenvolvidos (AOKI, NARA, *et al.*, 1990).

O planejamento de curto prazo é uma estratégia de tomada de decisão que propende assegurar o desempenho adequado de um sistema de distribuição de energia elétrica, considerando, geralmente, modelos mais representativos de carga e equipamento. Para estes sistemas normalmente as empresas realizam estudos de curto prazo (até 5 anos) principalmente devido às possíveis variações nos cenários comparado aos altos níveis de investimentos previsto (CANDIAN, 2008).

A Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL, através de resoluções e normas passou a fiscalizar o serviço de energia elétrica oferecido pelas permissionárias e concessionárias, tanto que, elaborou uma série de documentos que normatizam e padronizam as atividades técnicas relacionadas ao funcionamento e desempenho dos sistemas de distribuição, criando entre eles,

os Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional – PRODIST (ANEEL, 2017).

Para o diagnóstico do Sistema de Distribuição de Média Tensão-SDMT, tem-se que os estudos de planejamento do SDMT devem partir do diagnóstico do SDMT existente, com a caracterização da carga e da rede e a avaliação da qualidade e das perdas técnicas, avaliando-se também: confiabilidade, perfis de tensão e evolução do mercado (ANEEL, 2016).

O ciclo de planejamento de novos investimentos em uma distribuidora de energia elétrica geralmente é definido entre as diversas áreas envolvidas no negócio da empresa. Ou seja, cada setor avalia a sua necessidade de investimentos para os anos seguintes, adequando-os a uma determinada diretriz organizacional, tal como a expansão da estrutura da rede elétrica, de maneira a conciliar o fornecimento da energia com a crescente demanda dos consumidores (ALMEIDA, 2016).

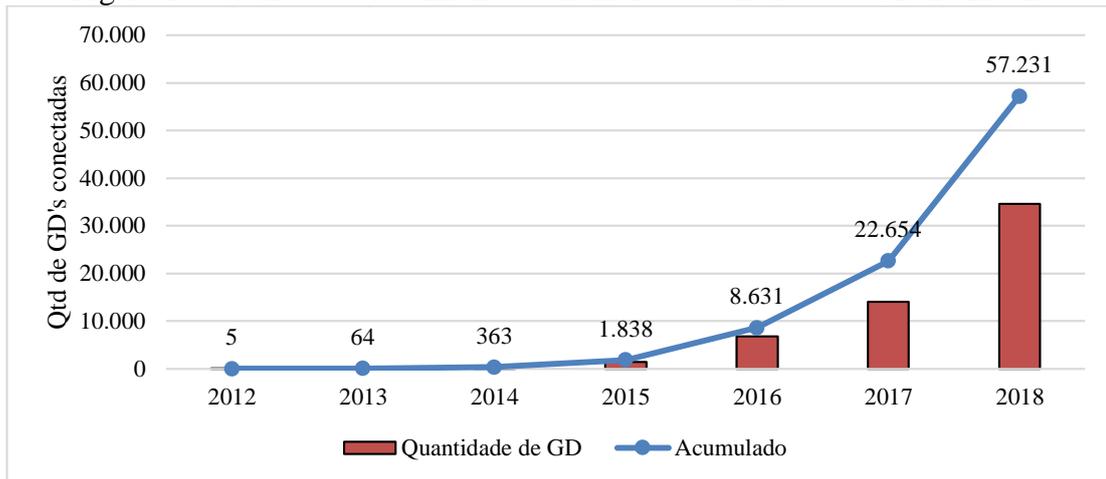
Vinculado a isso, o planejador também possui a tarefa de priorizar investimentos baseados em diretrizes normatizadas, aliadas a necessidade de obras que permitam os maiores ganhos entre as alternativas elencadas a curto ou médio prazo (SOARES, 2015). Dessa forma, dentre os diversos critérios a serem considerados na priorização de construção de novas redes, se estabelecem aqueles que atendam as diretrizes regulatórias, bem como as necessidades técnicas do sistema. Não obstante, nesse processo de definição e aprimoramento, novas variáveis também podem ser inseridas, como por exemplo, a quantidade de geração distribuída conectada nesses sistemas frente ao crescente aumento desse tipo de geração no Brasil (BIG-ANEEL, 2019).

Nos últimos anos, principalmente após a implementação da Resolução Normativa nº 482, percebe-se um crescimento no número de gerações próprias instaladas pelos consumidores e conectadas ao sistema de distribuição das concessionárias e permissionárias no Brasil. Tais gerações são conhecidas por geração distribuída. Assim, o consumidor brasileiro pode gerar sua própria energia elétrica a partir de fontes renováveis ou cogeração qualificada, inclusive fornecendo o excedente de sua geração para a rede de distribuição local (ANEEL, 2012).

A geração distribuída (GD) se localiza, por definição, próxima às cargas elétricas. O que de certa forma, proporciona uma economia nos investimentos em geração, transmissão e distribuição melhorando a estabilidade do serviço de energia elétrica. No entanto, os impactos regulatórios para as concessionárias e demais clientes sem este tipo de geração própria ainda não estão bem definidos (FONSECA e REIS, 2012).

Na Figura 1 é apresentado como esse tipo de geração própria evoluiu no Brasil após regulamentação da ANEEL, entre os anos de 2012 e 2018.

Figura 1 – Gráfico de crescimento do número de conexões de GD no Brasil.



Fonte: Banco de Informação da Geração Distribuída (ANEEL, 2019). – Adaptado para este trabalho.

O novo contexto energético, com a crescente inserção da geração distribuída nos sistemas de distribuição de energia elétrica, também se torna um fator a mais para análise pelo planejador, da necessidade de construção de novas redes em média tensão que garantam o atendimento a esses sistemas de geração dentro dos níveis regulatórios pré-estabelecidos.

Dessa maneira, no rol para escolha de novos investimentos em média tensão, em si tratando de novos alimentadores de uma subestação elétrica, o tomador de decisão deverá apontar, em seu planejamento de curto prazo, quais redes elétricas deverão ser preconizadas para construção conforme critérios estabelecidos para priorização das mesmas.

Porém, mesmo utilizando-se de técnicas de priorização baseadas em multicritério, muitas vezes, essa tarefa torna-se inteiramente dependente de avaliações humanas, acarretando em divergências nas respostas e lentidão na obtenção de resultados, qualificando-se como um problema a mais dentro do planejamento da expansão de curto prazo de novas redes de distribuição.

No processo de priorização de novos investimentos é possível a utilização de critérios para se determinar e classificar as reais necessidades na solução de um problema, de maneira mais objetiva e clara possível. Em se tratando de redes de distribuição de energia em média tensão, em especial, novos alimentadores de uma subestação, considera-se por exemplo, as características e ganhos que estes consigam proporcionar ao sistema.

Dessa forma, dentro da teoria relacionada ao AMD atualmente, existem várias técnicas ou métodos de auxílio à tomada de decisão multicritério. Porém, estes não conduzem a uma solução ótima, mas incluem as preferências dos tomadores de decisão junto às alternativas selecionadas. Esses métodos têm como base a necessidade da constante intervenção humana,

de forma a expressar suas preferências sob os pontos de vista restritivos do contexto analisado (LEITE e FREITAS, 2012).

Adicionalmente, as avaliações e experiências humanas tornam-se fatores críticos importantes a serem considerados nesse processo de solução de problemas, tendo em vista a natureza subjetiva e qualitativa de alguns critérios que um tomador de decisão deva analisar (BUCHANAN, 1998).

Existem métodos tradicionais de tomada de decisão que consideram o julgamento de especialistas. O método tradicional AHP – *Analytic Hierarchy Process* demonstra a aplicabilidade para decisão em um ambiente de múltiplos critérios e alternativas para classificação e ordenamento por prioridade para construção de novas redes em média tensão, sendo um método bastante simples (RIBEIRO e ALVES, 2016).

Analogamente, o AHP linearizado possibilita uma maior agilidade no processo de comparações pareadas para o tomador de decisão, de forma a não prejudicar ou desconfigurar tais tipos de comparações entre critérios e alternativas (VASCONCELOS e MOTA, 2014). Já o método *Fuzzy-AHP*, agrega os procedimentos empregados no método tradicional AHP, evidenciando a aplicabilidade da inferência *fuzzy* na análise de variáveis predominantemente qualitativas transformando essas opiniões em valores e assim diminuir a subjetividade das mesmas (MIRANDA e BARBOSA, 2018).

Entretanto, os referidos métodos têm em comum a necessidade de criação de matrizes de comparação pareada entre os critérios definidos pelo avaliador e as alternativas propostas para a solução de um problema. Técnicas de análise multicritério aliadas a ferramentas computacionais podem ser utilizadas nesse processo. Contudo, existe um número restrito de ferramentas de softwares para a utilização das metodologias AMD que tratam a existência de múltiplos avaliadores ou julgadores para a tomada de decisão, pois a maioria das ferramentas existentes, com raras exceções, considera apenas o caso de um único avaliador (TREVIZANO, 2007).

Portanto, no contexto atual, o atendimento às diretrizes de expansão do sistema elétrico, bem como a priorização de investimentos por parte das empresas de distribuição de energia elétrica, coloca em evidência a necessidade de utilização de técnicas para tomada de decisão que considerem as avaliações humanas, mas que sejam capazes de dar maior independência, celeridade e solubilidade aos problemas de priorização de redes.

1.2 Justificativa

Existem algoritmos desenvolvidos em pesquisas que se fundamentam em métodos AMD para problemas de priorização. Métodos que consideram tais avaliações são relevantes no processo de classificação por ordem de prioridade de execução de novas redes. Porém, no AHP, cada critério é comparado com todos os demais critérios de forma a se determinar os “pesos” para cada um destes e, além disso, cada alternativa deve ser comparada com todas as outras, tornando o número de comparações pareadas que o decisor faz muito grande e quase impraticável, sendo que este quadro piora caso sejam necessárias avaliações em grupo (LIM e SWENSETH, 1993).

O AHP fundamenta-se no apoio a tomada de decisões por múltiplos critérios convertendo avaliações subjetivas relativas em um vetor de prioridades. Essa metodologia de comparações par a par entre critérios reflete a forma natural de funcionamento do cérebro humano, tornando mais simples as comparações entre critérios por parte dos especialistas (SOARES, 2015).

Assim como no AHP, os métodos AHP linearizado e *Fuzzy-AHP extent analysis* necessitam também de avaliações de critérios e alternativas em matrizes de comparação pareada por parte dos analistas. O tempo que analistas de decisão passam com os decisores se torna cada vez mais escasso, e um executivo de uma empresa a dispensar horas, quem sabe até mesmo dias, fazendo comparações pareadas a cada surgimento de novos alimentadores em subestações, pode acabar sendo impraticável (VASCONCELOS e MOTA, 2014).

O planejamento da expansão praticado na grande maioria das empresas de distribuição ainda é realizado com base no número de reclamações dos clientes reportadas diretamente à concessionária, órgãos de defesa do consumidor ou às entidades reguladoras do sistema. As reclamações são geralmente motivadas por problemas com índices de continuidade (DEC, FEC) ou então por níveis de tensão, que acarretam cada vez mais em novos investimentos, principalmente em redes de distribuição de média e baixa tensão, cujo crescimento é constante e bastante dinâmico (BUSATTO, 2015; BUSATTO, PETRY, *et al.*, 2014).

O processo de priorização de investimentos no planejamento da expansão ainda carece de procedimentos e metodologias bem definidos relativos ao plano de investimentos previstos que tornem este processo mais ágil e eficiente, com a aplicação de métodos ou modelos matemáticos que possibilitem firmeza na escolha de alternativas por parte do planejador.

Dessa maneira, no que tange aos modelos que consideram soluções híbridas, uma vertente que vem conseguindo resultados relevantes no processo de classificação com priorização de problemas são as técnicas que compreendem o uso de Lógica *Fuzzy* e métodos AMD. Em geral,

após o processo de coleta de dados, conforme os critérios estabelecidos, ocorre o tratamento pela lógica nebulosa, e posteriormente a sua classificação tendo em vista que cada critério obteve um determinado peso (SILVA, MONTEIRO e BATISTA, 2014).

Essa integração entre Lógica *Fuzzy* e método de decisão multicritério está cada vez mais sendo empregada nos mais diversos problemas de classificação e seleção. Dessa maneira, o AHP reúne efetivamente os julgamentos dos especialistas em relação aos critérios de seleção, tendo a capacidade de identificar tais critérios e obter seu relacionamento e seus pesos, enquanto a lógica *fuzzy* é capaz de inferir conclusões e gerar respostas baseadas em informações vagas, ambíguas e qualitativamente incompletas e imprecisas (SEVKLI, KOH, *et al.*, 2008).

Sendo assim, a aplicação de sistemas híbridos de métodos de decisão multicritério, como o AHP e Lógica *Fuzzy* podem ser uma alternativa no processo de priorização de alimentadores de uma subestação elétrica, principalmente a que tange à necessidade de classificação dessas redes por ordem de prioridade de construção, de forma a não se gerar matrizes de comparação pareada, tornando-se mais uma alternativa ao processo de apoio à tomada de decisão.

1.3 Problematização e Objetivos

Segundo De Boer, Wegen e Telgen (1998), métodos de decisão multicritério são capazes de contribuir para a eficiência da tomada de decisão por justificar os processos de decisão, permitir o processamento mais rápido e automatizado dos dados, avaliando e fornecendo um ranking final de alternativas em um ambiente complexo de decisão, no qual fatores externos estão envolvidos.

A tomada de decisão em uma organização pode ser percebida empiricamente em qualquer análise organizacional. Porém, existe uma tendência de muitos gestores em confiar cegamente na sua capacidade de decidir com base na experiência ou na intuição, sem levar em conta informações e metodologias que lhes permitam ter muito mais clareza e eficácia naquilo sobre o que decidem. Tal fato, nos permite agregar uma metodologia de análise multicritério, em específico o AHP, com uma técnica que incorpora a forma humana de pensar, que é a Lógica *Fuzzy* (SANTOS, ABREU, *et al.*, 2017).

Todavia, no processo de aplicação de metodologias de priorização de novas redes de distribuição de energia elétrica, alguns métodos como: o AHP tradicional, AHP linearizado e *Fuzzy-AHP extent analysis*, necessitam da criação de matrizes de comparação pareada entre critérios e alternativas, bem como a avaliação destas por parte dos especialistas envolvidos nas análises dessas redes.

Após a definição dos critérios a serem analisados em um problema de priorização de construção de novos alimentadores, a matriz de julgamentos criada na comparação par a par entre estes critérios permanece inalterada, desde que mantidas as avaliações por parte dos especialistas. Porém, a cada nova avaliação com alternativas diferentes, a geração de novas matrizes de comparação pareada entre alternativas são necessárias, e novas avaliações por parte dos especialistas no problema devem ser realizadas, gerando reanálises muitas vezes impraticáveis devido ao volume de comparações pareadas necessárias, além do tempo despendido por cada especialista na resolução do problema.

Dessa maneira, a hipótese investigada neste trabalho é que é possível o desenvolvimento de um sistema híbrido baseado em AHP e Lógica *Fuzzy* capaz de gerar resultados semelhantes aos métodos tradicionais, para fins de classificação de alimentadores por ordem de prioridade de construção, sem a geração de matrizes de comparação par a par entre alternativas.

Ou seja, o desenvolvimento desse sistema híbrido proporciona ao planejador, ou tomador de decisão, o *ranking* entre alternativas com prioridade de construção, baseados nos critérios e ganhos que estas proporcionarão ao sistema de distribuição de energia elétrica ao entrarem em operação, gerando resultados semelhantes aos métodos tradicionais, com a vantagem da não criação de novas matrizes de comparação pareada a cada novo problema proposto.

Neste sentido, este trabalho tem como Objetivo Geral desenvolver um modelo híbrido de tomada de decisão baseado na metodologia AHP (*Analytic Hierarchy Process*) tradicional e Lógica *Fuzzy* para priorização de construção de novos alimentadores em média tensão de uma subestação elétrica de forma a não depender da geração de matrizes de comparação de alternativas, gerando resultados semelhantes aos métodos tradicionais. Para que este objetivo seja alcançado, foram traçados os seguintes Objetivos Específicos:

1. Definir os critérios de expansão do sistema em média tensão, a partir das diretrizes contidas no PRODIST para utilização no AHP (*Analytic Hierarchy Process*) ratificando-os através de pesquisa com especialistas das áreas de Planejamento, Operação, Manutenção e Comercial em uma distribuidora de energia elétrica;
2. Aplicar os métodos AHP tradicional, AHP Linearizado e *Fuzzy AHP extent analysis* em alimentadores reais projetados de forma a se obter os pesos das matrizes de critérios e classificação por ordem de prioridade de construção dos alimentadores;
3. Desenvolver o sistema híbrido baseado no AHP tradicional e Lógica *Fuzzy* estabelecendo as funções de pertinência triangulares e as regras do sistema proposto através dos pesos obtidos no AHP tradicional;

4. Aplicar os métodos tradicionais como o: AHP tradicional, AHP linearizado e *Fuzzy-AHP extent analysis* em problemas de classificação por prioridade de construção em alimentadores reais projetados, obtendo a ordem de classificação por prioridade em cada método;
5. Aplicar o modelo híbrido desenvolvido em alimentadores reais projetados de forma a se obter o nível de prioridade de construção destes, comparando os resultados obtidos com os métodos tradicionais.

Nas técnicas multicritério descritas anteriormente, a geração de matrizes de comparação pareada entre alternativas são necessárias, implicando em dependência de avaliações constantes baseadas em experiências humanas dentro do processo de comparação. Assim, nas análises realizadas muitas vezes o número de comparações pareadas acaba se tornando muito grande e quase impraticável devido à quantidade de alternativas, sendo que este quadro piora caso sejam necessárias avaliações em grupo (LIM e SWENSETH, 1993).

No que tange aos modelos que consideram soluções híbridas, uma vertente que vem conseguindo resultados relevantes no processo de classificação com priorização de problemas são as técnicas que compreendem o uso de Lógica Fuzzy e métodos Multiple Criteria Decision Making (MCDM), tais abordagens híbridas, devido às suas habilidades em integrar técnicas diferentes, podem ajudar no tratamento de informações diversas, levando em consideração as preferências dos interessados ao tomar decisões em engenharia. Em geral, após o processo de coleta de dados, ocorre o tratamento pela lógica nebulosa, e posteriormente a sua classificação tendo em vista que cada critério obteve um determinado peso (ÖZKAN, KAYA, et al., 2015).

De forma a alcançar os objetivos propostos, serão utilizados inicialmente os critérios para planejamento de novas redes de distribuição, definidos nos Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional – PRODIST da ANEEL, utilizando dados reais de redes planejadas para priorização de construção, incluindo como um desses critérios, a geração distribuída.

Dessa maneira, investiga-se nesse trabalho o desenvolvimento de um sistema híbrido baseado na matriz de julgamentos de critérios do AHP e Lógica Fuzzy. Considera-se que, após a definição dos critérios a serem analisados em um problema de priorização de construção de novos alimentadores, a matriz de julgamentos criada na comparação par a par entre estes critérios permanece inalterada, desde que mantidas as avaliações por parte dos especialistas. A ferramenta proposta é capaz de gerar resultados semelhantes aos métodos tradicionais de priorização, para fins de classificação de alimentadores por ordem de prioridade de construção,

sem a geração de matrizes de comparação par a par entre alternativas, de forma a reduzir a dependência de avaliações humanas contidas nos métodos tradicionais.

A contribuição ao final do desenvolvimento desta pesquisa está na aplicabilidade do sistema híbrido no processo de priorização de construção de novos alimentadores e sua utilização em empresas concessionárias de energia elétrica para o auxílio a tomada de decisão desses investimentos. A proposta considera os fatores regulatórios contidos no PRODIST, acrescenta o critério da geração distribuída, e principalmente, a não geração de matrizes de comparação pareada entre alternativas.

1.4 Produção Científica

As pesquisas científicas elaboradas durante o período de realização desta pós-graduação em nível *stricto-sensu* para mestrado em Engenharia Elétrica resultaram em trabalhos científicos aceitos e aprovados em eventos e congressos abaixo descritos:

SILVA, A. B.; ALVES, D. R. da S.; LIRA, M. A. T.; BRANCO, H. M. G. C.; JUNIOR, J. M. P. de M. *Inteligência computacional aplicada no apoio a tomada de decisão de investimentos em geração distribuída fotovoltaica no estado do Piauí*. XI Congresso Brasileiro de Planejamento Energético - CBPE. Cuiabá, 2018.

SILVA, A. B.; ALVES, D. R. da S.; LIRA, M. A. T.; BRANCO, H. M. G. C.; JUNIOR, J. M. P. de M. *Sistema Fuzzy aplicado ao processo de decisão de investimentos em geração distribuída*. Conferência de Aplicação Industrial de Eletricidade, Conservação, Confiabilidade e Controle/Automação – Induscon. São Paulo, 2018.

SILVA, A. B.; BRANCO, H. M. G. C. *Análise multicriterial para priorização de construção de novos alimentadores de uma subestação elétrica considerando geração distribuída*. XVIII Encontro Regional Ibero-Americano do Cigré - ERIAC. Foz do Iguaçu, 2019.

1.5 Trabalhos relacionados

Nesta seção são apresentados alguns trabalhos relacionados com a utilização dessas técnicas descritas nesta dissertação, e empregadas em diversos problemas de classificação ou priorização com esse tipo de análise e solução.

Na pesquisa de Haq e Kannan (2006) foi proposto um modelo estruturado para avaliar a seleção de fornecedores usando o *Analytic Hierarchy Process* (AHP) e o *Fuzzy-AHP*. Tem

como principal objetivo demonstrar como o modelo proposto pode ajudar na resolução de problemas de decisão na prática, ilustrando a eficácia desse modelo aplicado a uma empresa com resultados validados pelo *fuzzy AHP*.

Trevizano (2007) em seu trabalho desenvolveu uma ferramenta computacional a partir de uma abordagem multicritério alternativa, fundamentada em princípios do método AHP tradicional como intuito de contribuir para o tratamento de problemas decisórios onde múltiplos critérios e diversos avaliadores estão envolvidos. Realizou-se um estudo de caso de forma a identificar qual modelo de equipamento *thin-client* mais adequado para atender às necessidades de uma Instituição de Educação à luz de vários critérios, segundo opiniões de três grupos de avaliadores.

Chan e Kumar (2007) discutiram uma abordagem *fuzzy* do AHP usando números *fuzzy* triangulares para representar os julgamentos comparativos dos tomadores de decisão e o método de *extent analysis fuzzy* sintética para decidir a prioridade final dos diferentes critérios de decisão.

Sevкли, Koh, *et al.* (2008) propuseram um modelo híbrido de seleção de fornecedores baseado em programação linear difusa ponderada por processo de hierarquia analítica (AHP-FLP), comparando com o método AHP clássico aplicado a um caso real, no qual os pesos dos vários critérios, tomados como pesos locais de uma determinada matriz de julgamento, são calculados usando o processo de hierarquia analítica (AHP), que também são considerados como pesos do modelo de programação linear difusa.

Barin, Canha, *et al.* (2010) apresentam uma metodologia para tomada de decisão multicritério visando a seleção de sistemas renováveis de energia baseando-se no método *Analytic Hierarchy Process* (AHP) e a lógica *fuzzy*, avaliando sistemas de geração distribuída utilizando-se de critérios, como: eficiência, custos, vida útil, obtendo-se uma classificação em ordem de prioridade para uso das fontes de geração.

Shen, Lin, *et al.* (2010) aplicaram o método *Fuzzy AHP* para avaliar fontes de energia renovável com o objetivo de atingir metas relacionadas à energia, meio ambiente e economia. Como resultado do estudo, eles obtiveram que as fontes de energia renováveis, que seriam alternativas para atender as metas da política energética, são energia hidrelétrica, energia solar e energia eólica.

Yang, Khan e Sadiq (2011) propuseram uma abordagem híbrida usando a lógica *Fuzzy* e o método AHP como uma ferramenta robusta para a priorização das questões ambientais nas operações de óleo e gás na situação *offshore*. Uma aplicação da abordagem proposta é demonstrada através de um exemplo numérico.

Kabir e Hasin (2011) fazem uma análise comparativa do método AHP tradicional e *Fuzzy* AHP (FAHP) para o modelo de classificação de inventário multicritério, para credenciar os modelos propostos, em uma grande empresa de engenharia de energia de Bangladesh.

Dalalah, Hayajneh e Batieha (2011) apresentam no seu trabalho um modelo híbrido *fuzzy* para tomada de decisão em múltiplos critérios de grupo *Multi Criteria Decision Making* (MCDM), juntamente com um modelo TOPSIS modificado para avaliar critérios em relação a cada alternativa, sendo aplicado em um estudo de caso industrial para seleção de fornecedores, obtendo resultados robustos e válidos às reais preferências dos especialistas consultados.

Ferret (2012) aplica a metodologia AHP para hierarquizar alimentadores para fins de manutenção preventiva, através de critérios técnicos, dados históricos e de confiabilidade, sendo que alimentadores são priorizados conforme os julgamentos dos especialistas em uma determinada empresa de distribuição de energia elétrica no Brasil.

Linhares, Gussen e Ribas (2012) aplicam a metodologia *Fuzzy* AHP no processo de análise de riscos de usinas hidrelétricas em fase de construção, com a aplicação do *extent analysis* proposto em Chang (1996) para fins de hierarquização dos riscos identificados de forma a mitigar eventuais perdas.

No trabalho desenvolvido por Piltan, Mehmanchi e Ghaderi (2012) apresenta-se um modelo híbrido de tomada de decisão proposto para priorizar indústrias iranianas, integrando o AHP e lógica *fuzzy*, modificando a altura das funções de pertinência utilizadas conforme os pesos da matriz de julgamento de critérios no AHP, obtendo resultados semelhantes a instalação de diferentes indústrias existentes.

Kuo e Lu (2013) utilizam-se de método de tomada de decisão multicritério e lógica *fuzzy* para avaliação de risco de projeto, medindo o impacto relativo sobre o desempenho do projeto de vinte fatores de risco identificados.

Na pesquisa realizada por Taylan, Bafail, *et al.* (2014) é apresentado um modelo híbrido *fuzzy* AHP e *fuzzy* TOPSIS para análise de riscos aplicada ao problema de seleção de projetos, sendo analisados cerca de 30 projetos através de variáveis linguísticas com aplicação de cinco critérios, no qual especialistas fazem a análise qualitativa sendo tratadas quantitativamente através de números *fuzzy*.

Fernandes (2014) se utiliza do AHP para desenvolvimento de uma ferramenta de apoio à priorização de obras de manutenção em redes de distribuição de energia elétrica. A aplicação do método AHP indicou as estações avançadas em uma concessionária que possuem prioridade de aplicação de recursos que visam a execução de ações de manutenção em rede de distribuição para melhoria nos indicadores de continuidades do fornecimento de energia.

Vargas (2015) utiliza-se do método AHP para auxílio à tomada de decisão e priorização de obras para planejamento da expansão do sistema de distribuição através da simulação de alternativas e análise multicritério. Considerou-se como critérios os ganhos operacionais das obras em relação às perdas técnicas, carregamento dos condutores, nível de tensão, assim como aspectos físicos e financeiros.

Soares (2015) se utiliza também da metodologia AHP para priorização de investimentos em redes primárias de distribuição de energia elétrica, para otimização no planejamento de obras de melhoria com focos em ganhos operacionais e financeiros.

Firouz e Ghadimi (2015) apresentam através da aplicação do método *Fuzzy AHP* uma otimização das políticas de manutenção preventivas otimizadas para os sistemas de distribuição de energia elétrica, considerando critérios de custo e confiabilidade.

Pereira, Silva, *et al.* (2016) se apoiam na metodologia AHP multicritérios para a priorização do portfólio de obras proposto pelo planejamento integrado do sistema elétrico da Cemig Distribuição, quantificando os benefícios segundo aspectos técnicos, financeiros, e de segurança.

Bernardon, Neto, *et al.* (2016) apresentam o desenvolvimento de uma tecnologia denominada *Planning Smart Management (PSM)* – para concepção de planejamento de sistemas de distribuição, utilizando-se do método AHP como premissa de julgamento e conversão de critérios em pesos para priorização de novas redes.

Pressi (2017) utiliza-se do processo decisório de investimento para fins de planejamento da expansão do sistema de distribuição em uma concessionária distribuidora de energia elétrica, baseado em AHP e Teoria da Utilidade Multiatributo (MAUT), com o desenvolvimento de uma ferramenta para tratamento de volume de dados para auxílio na tomada de decisão de investimentos que melhorem a qualidade do fornecimento e atendam o crescimento do sistema.

Dessa forma, todos esses trabalhos têm em comum a aplicação de métodos de tomada de decisão com classificação e priorização via multicritérios voltados à escolha, por ordem de prioridade, das alternativas relacionadas em cada problema.

1.6 Disposição geral do documento

A presente dissertação está disposta em oito capítulos. No capítulo 1 faz-se a contextualização atual da temática abordada no presente trabalho com a descrição das motivações para realização da pesquisa, explanando os objetivos, geral e específicos, e produções científicas.

O capítulo 2 exhibe a metodologia utilizada, com a descrição das etapas aplicadas em cada processo para alcance dos resultados esperados.

No capítulo 3 é descrito a fundamentação teórica com o levantamento do estado da arte sobre as metodologias *Analytic Hierarchy Process* (AHP) tradicional, o AHP Linearizado e a descrição do método *Fuzzy AHP extent analysis*, apresentando a estrutura de cada método através das comparações par a par entre critérios e alternativas, determinação da consistência no AHP tradicional, além de breve explanação sobre lógica *fuzzy*.

No capítulo 4 apresenta-se de fato o modelo híbrido baseado em AHP e lógica *fuzzy* para priorização de construção de novos alimentadores, com a independência de geração de matrizes de comparação pareada entre alternativas, com a definição da modificação da altura das funções de pertinência, elaboração das regras, *defuzzificação* e normalização dos dados de entrada.

No capítulo 5 estão descritos os critérios a serem considerados e o processo de validação destes por especialistas das áreas de Planejamento, Operação, Comercial e Manutenção em uma concessionária de energia elétrica

O capítulo 6 retrata a aplicação de um estudo de caso para priorização de alimentadores em uma subestação “01”, com a aplicação dos métodos tradicionais e o modelo híbrido proposto neste trabalho.

No capítulo 7, um segundo estudo de caso para a determinação da ordem de construção de novos alimentadores da subestação “02” é aplicado com todos os métodos descritos neste trabalho, e sem a construção de matrizes de comparação pareada entre alternativas no modelo híbrido em questão.

No capítulo 8 são apresentadas as conclusões sobre a pesquisa realizada, bem como as sugestões para trabalhos futuros.

2 METODOLOGIA UTILIZADA

Este capítulo apresenta a metodologia utilizada neste trabalho com alguns procedimentos técnicos incluindo os processos de coleta e análise de dados e as etapas da pesquisa, descritos nos seguintes tópicos:

- *Etapa 1: Levantamento do estado da arte e revisão de literatura continuada*

Como primeira etapa, realizou-se o levantamento do estado da arte com revisão bibliográfica dos métodos AHP tradicional baseado em Saaty (1977), AHP linearizado com referência em Vasconcelos e Mota (2014) e *Fuzzy-AHP extent analysis* fundamentado em Chang (1996) e propostos para aplicação da priorização de construção de novos alimentadores como métodos tradicionais, com resolução de problemas semelhantes de classificação e priorização.

Posteriormente, fundamentou-se a elaboração de um modelo híbrido baseado na matriz de comparação entre critérios do AHP tradicional e lógica *fuzzy*, com a análise de problemas semelhantes de classificação com tomada de decisão com referência em Piltan, Mehmanchi e Ghaderi (2012).

- *Etapa 2: Identificação das variáveis e critérios para implementação do modelo*

Para aplicação dos métodos AHP tradicional, AHP linearizado e *Fuzzy-AHP extent analysis* foram identificadas e extraídas das diretrizes de planejamento da expansão do sistema no PRODIST, módulo 2, os critérios a serem validados por especialistas das áreas de Planejamento, Operação, Manutenção e setor Comercial em uma empresa de distribuição de energia elétrica, incluindo a geração distribuída conectada na rede, como um dos critérios a serem validados.

Através de pesquisa de opinião em escala de 1 (menor importância) a 10 (máxima importância) para um determinado critério, conforme modelo no Apêndice B, foram dadas notas individuais a estes. Toda pesquisa se deu com anuência do Comitê de Ética em Pesquisa – CEP, com Certificado de Apresentação para Apreciação Ética – CAAE n° 15340819.0.0000.5209 e conforme Parecer Consubstanciado n° 3.469.784.

Para validação dos critérios a serem utilizados, após a avaliação dos critérios pelos especialistas, aplicou-se a função de densidade de probabilidade para análise da dispersão das respostas e o Coeficiente de Variação (CV) até 30% para manutenção do critério a ser considerado no problema (OLIVEIRA, 2017).

Foram selecionados, portanto, 10 (dez) critérios para priorização de construção de alimentadores e aplicação das metodologias de análise multicritério entre os especialistas das áreas, sendo eles:

- a) Critério “A” – Atender o Crescimento do Mercado;
- b) Critério “B” – Maior Redistribuição de Carga (carregamento)
- c) Critério “C” – Melhorar Perfil de Tensão
- d) Critério “D” – Aumentar Recursos Operacionais e Manobras
- e) Critério “E” – Maior Número de Clientes beneficiados
- f) Critério “F” – Reduzir DEC
- g) Critério “G” – Maior Atendimento a Cargas Especiais (Hospitais, Industrias, Órgãos Públicos)
- h) Critério “H” – Reduzir Perdas Técnicas
- i) Critério “I” – Reduzir FEC
- j) Critério “J” – Atender redes com maior quantidade de geração distribuída

Destaca-se que o Critério “J” foi incluído propositalmente nesta pesquisa devido a relevância do tema atualmente, mesmo este não ser validado pelas áreas envolvidas, e também não ser uma diretriz definida no PRODIST para expansão de novas redes em média tensão.

Para aplicação das metodologias multicritérios tradicionais foram escolhidos para estudos de caso e validação do modelo híbrido proposto, sistemas reais planejados, sendo definidos como estudos de caso para um caso 1 e caso 2 – aplicados à subestação “01” e “02” e seus 04 (quatro) alimentadores planejados, respectivamente. Tomou-se como referência os ganhos obtidos com a entrada em operação de cada um no sistema de distribuição bem como as características técnicas destes em relação aos critérios escolhidos.

Destaca-se que a zona de localização da SE “01” escolhida é uma região com grande quantidade de geração distribuída conectada nos alimentadores existentes, e que com a construção de novos alimentadores provenientes desta SE “01” se conectarão aos alimentadores vizinhos nesta região. Já a SE “02” não possui grandes destaques em relação aos critérios, no entanto, os alimentadores a serem construídos a partir desta subestação servirão para validação do modelo híbrido proposto.

- *Etapa 3: Aplicação das técnicas de classificação e priorização*

Com a definição dos critérios e alternativas, destacou-se um representante especialista em cada área de atuação de uma empresa de distribuição de energia elétrica, sendo os setores envolvidos: Planejamento, Operação, Comercial e Manutenção, ou seja, um especialista para avaliação em cada área. Posteriormente, utilizou-se dessas avaliações para geração das matrizes

de comparação pareada entre critérios e alternativas sendo estas baseadas na Escala Numérica de Saaty (SAATY, 1991). Tal procedimento é aplicado tanto no estudo de caso 1 quanto no estudo de caso 2.

Para montagem da matriz de julgamentos entre critérios e alternativas fora considerado a média geométrica das respostas dadas nas matrizes de comparação pareada conforme Rabbani e Rabbani (1996). Estes valores foram aplicados nos métodos tradicionais descritos de forma a se obter as prioridades globais das alternativas.

As simulações foram desenvolvidas em ambiente computacional com a utilização de planilhas eletrônicas no software Microsoft Excel¹ além da modelagem, validação e análise através do programa Matlab² com algoritmos adaptados para este trabalho, bem como a utilização da *toolbox Fuzzy Logic* como apoio na modelagem. Os ganhos relativos a cada alimentador com sua entrada em operação foram obtidos junto à concessionária de energia elétrica local.

- *Etapa 4: Modelagem do sistema especialista híbrido AHP Fuzzy*

Destaca-se que o algoritmo do modelo híbrido AHP *Fuzzy* proposto fora adaptado de Piltan, Mehmanchi e Ghaderi (2012) e modelado conforme o problema de classificação por ordem de prioridade de construção entre alimentadores, sem a geração de matrizes de comparação pareada entre alternativas.

Utilizou-se dos pesos obtidos na matriz de julgamentos entre critérios do AHP tradicional para modificação das alturas das funções de pertinência triangulares no sistema *fuzzy*. Para elaboração das regras seguiu-se o método de inferência Mamdani, com composição de inferência *max-min* (MAMDANI e ASSILIAN, 1975). Adicionalmente, foi considerado método de *defuzzificação* por centro de gravidade.

Para os valores de entrada foi necessário a normalização dos dados no intervalo [0 1], para atributos de maximização dos critérios, bem como normalizar pela soma os resultados do nível de prioridade de construção das alternativas na saída do algoritmo.

- *Etapa 5: Comparação e análise dos resultados obtidos*

De forma a validar o modelo híbrido AHP *Fuzzy* para priorização de alimentadores foram comparados os resultados obtidos com os métodos tradicionais, avaliando-se a ordem de classificação em cada método, o percentual de pesos dos critérios e alternativas e a quantidade

¹ Microsoft Office versão 2013

² Matlab, versão 2015a

de comparações necessárias. Tais comparações foram realizadas entre os estudos de caso para SE “01” e SE “02”, com seus respectivos alimentadores.

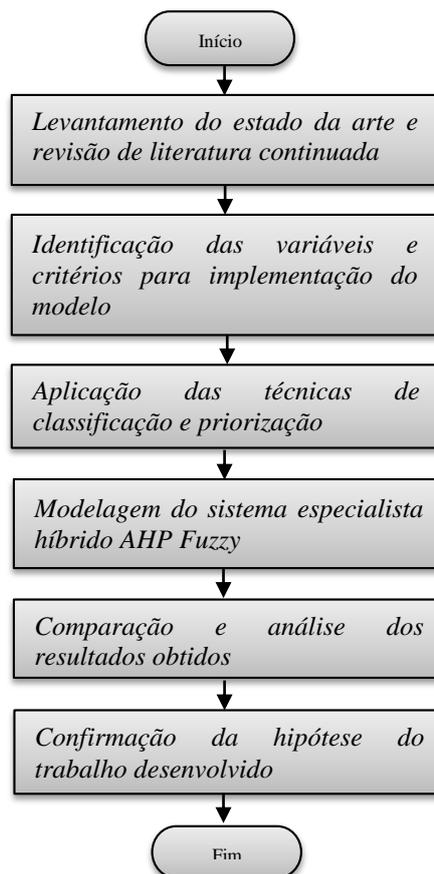
Na análise dos resultados obtidos, o modelo híbrido desenvolvido conseguiu estabelecer a classificação dos alimentadores por ordem de prioridade de construção, sem a necessidade de criação de matrizes de comparação pareada entre alternativas, tais como os métodos tradicionais descritos, obtendo resultados semelhantes a estes. Outra vantagem do modelo proposto, se deu pela maior independência dos resultados em relação às análises dos especialistas, o que pode dar maior agilidade no processo de decisão de investimentos.

- *Etapa 6: Confirmação da hipótese do trabalho desenvolvido*

Na etapa final deste trabalho, a hipótese inicialmente levantada de que seria possível o desenvolvimento de um sistema híbrido baseado em AHP e Lógica *Fuzzy* capaz de gerar resultados semelhantes aos métodos tradicionais, foi confirmada. Ou seja, para fins de classificação de alimentadores por ordem de prioridade de construção é possível o desenvolvimento e aplicação do sistema especialista desenvolvido gerando independência de criação de matrizes de comparação pareada entre alternativas.

As etapas da pesquisa são melhor visualizadas de forma sequencial através do fluxograma na Figura 2.

Figura 2 – Fluxograma das etapas da pesquisa



3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A seguir estão descritos os métodos de auxílio a tomada de decisão abordados neste trabalho e utilizados como referência para contextualização. Tais métodos empregam o conhecimento de especialistas nas análises, com a criação e utilização de matrizes de comparações pareadas entre os critérios selecionados e as alternativas propostas.

3.1 *Analytic Hierarchy Process* (AHP) tradicional

A metodologia *Analytic Hierarchy Process*-AHP foi desenvolvida na década de 1970 por Thomas L. Saaty, então professor na Escola Wharton da Universidade da Pensilvânia (SAATY, 1977). Ao longo dos anos, vem sendo extensivamente estudada, refinada e aplicada nos mais diversos problemas para auxiliar pessoas na tomada de decisões complexas, determinando qual a decisão correta a ser tomada e justificando essa escolha baseado em princípios da matemática e psicologia (SAATY, 1980; SAATY, 1999).

De acordo com Fontanive, Corso, *et al.* (2017), a metodologia AHP é estruturada de forma competente, permitindo encontrar soluções precisas com o apoio da experiência e intuição dos tomadores de decisão, proporcionando também um maior conhecimento das atividades e das possibilidades do negócio.

O método AHP neste trabalho se apoiou na estruturação do processo de auxílio à tomada de decisão, por ser considerado um método simples, de extensa aplicabilidade, sendo um dos mais conhecidos e referenciados em diversas pesquisas científicas e empregados em decisões multicritérios (REIS, LADEIRA e FERNANDES, 2013).

Saaty e Vargas (2001) explicam que o método AHP possui sete pilares básicos para sua sustentação. São eles:

- I. Escalas de razão, proporcionalidade e escalas de razão normalizadas;
- II. Comparações par a par recíprocas;
- III. Sensibilidade do autovetor direito principal;
- IV. Homogeneidade e *clusterização*;
- V. Síntese que pode ser estendida para dependência e *feedback*;
- VI. Reversibilidade e preservação de ordem;
- VII. Decisão em grupo

Pode-se verificar que a aplicação do método AHP deve contemplar a observação e compreensão das seguintes etapas:

- a) **Estruturação hierárquica do problema de decisão:** representação da hierarquia do problema em seus vários níveis inter-relacionados;
- b) **Comparações par a par:** avaliação das preferências do decisor com relação a cada elemento em um dado nível hierárquico através de uma escala de comparações;
- c) **Determinação da solução através de autovalores e autovetores:** estimativa dos pesos relativos dos elementos dentro dos níveis hierárquicos;
- d) **Determinação da consistência:** avaliação do grau de consistência das matrizes de comparações pareadas criadas pelo decisor;
- e) **Agregação das prioridades e escolha final:** maneira de avaliar o resultado referente ao objetivo.

a) Estruturação hierárquica do problema

O processo de hierarquização e modelagem do problema é fundamental no método AHP. O problema é estruturado hierarquicamente, acompanhado posteriormente do processo de priorização de alternativas.

A construção de hierarquias é uma etapa fundamental no processo do raciocínio humano. O problema deve ser estruturado em níveis hierárquicos, como forma de buscar uma melhor compreensão e avaliação do mesmo (FERRET, 2012).

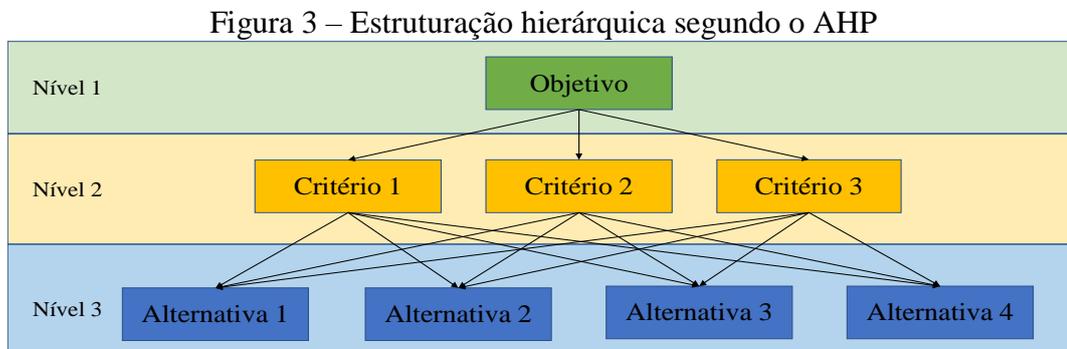
O decisor deve combinar os critérios definidos segundo os níveis hierárquicos necessários de forma mais representativa da realidade. Posteriormente, as alternativas são identificadas para o problema em questão. À medida que o processo de coleta de informações vai aumentando, muitas vezes, essa tarefa passa a ser extremamente exaustiva, tendo em vista que ao fazer as estimativas e manter as comparações relevantes, um indivíduo deve ter em mente todos os elementos que estão sendo comparados, observando-se o chamado limite psicológico, no qual um indivíduo não pode comparar simultaneamente mais de 7 ± 2 elementos (SAATY, 1990).

Para Keeney e Raiffa (1976) os critérios devem ser identificados em cada nível sendo não redundantes e homogêneos, apresentando o mesmo grau de importância dentro do processo e independentes, considerando cinco fatores para identificação destes:

- a) **Completeness:** de modo que cubra todos os aspectos importantes do problema;
- b) **Operationalidade:** para que possa ser usado de forma significativa na análise;
- c) **Decomponibilidade:** de modo que os aspectos do processo de avaliação possam ser simplificados dividindo-os em partes;
- d) **Não redundância:** para que a dupla contagem de impactos possa ser evitada;

- e) Tamanho mínimo: para que a dimensionalidade do problema seja mantida tão pequena quanto possível.

Na Figura 3 a seguir, adaptada de Leung e Cao (2001), apresenta-se um exemplo simples de estruturação dos critérios e alternativas na formulação do AHP, no qual tem-se três níveis hierárquicos bem definidos: Nível 1 = Objetivo; Nível 2 = Critérios; Nível 3 = Alternativas.



Fonte: Leung e Cao (2001). Adaptado para este trabalho.

b) Comparações par a par

A segunda etapa no desenvolvimento do AHP é determinada pelos julgamentos paritários entre os elementos de um determinado nível hierárquico.

Tomando como base a Figura 3 anterior, o critério 1 será comparado com o critério 2 em relação ao objetivo, ou seja, deve se identificar qual dos dois critérios é o mais relevante e o quanto, tendo como referência o elemento do nível superior. Posteriormente, comparar-se-á cada alternativa alocada no nível 3 em relação ao critério de nível superior, ou seja, será comparada a alternativa 1 com a alternativa 2 em relação ao critério 1, e assim, sucessivamente (RIBEIRO, 2017).

Segundo Saaty (1991), a matriz de comparações ou julgamentos gera relações recíprocas. As preferências do decisor são organizadas em uma matriz de julgamentos quadrada de ordem n , $M = (x_{ij})$, $i, j = 1, 2, 3, \dots, n$. Assim, para cada julgamento registrado na posição de linha i e coluna j , representado por x_{ij} , há um valor igual a $1/x_{ji}$ na posição recíproca, isto é, na posição de linha j e coluna i .

Para um conjunto de alternativas A_1, A_2, \dots, A_n , representa-se a razão entre os pesos que a alternativa A_i tem sobre A_j em relação a um critério em um nível imediatamente acima da hierarquia considerando-se as posições de elemento de linha e coluna i e j , respectivamente, variando de 1 a n , os elementos x_{ij} obedecendo às seguintes regras: (RIBEIRO e ALVES, 2016)

Regra 1: Se $x_{ij} = \alpha$, então $x_{ji} = 1/\alpha$, $\alpha \neq 0$, na qual α é o valor numérico do julgamento baseado na escala de Saaty (1991). Logo, tem-se $x_{ji} = 1/x_{ij}$.

Regra 2: Se A_i é julgado de igual importância relativa a A_j , então $x_{ij} = 1$ e $x_{ji} = 1$; e, em particular, $x_{ij} = 1, \forall i=j$.

Assim, a matriz de julgamento M entre alternativas em relação a um determinado critério C_1 está descrita na Tabela 1 a seguir.

Tabela 1 – Matriz de Julgamentos M entre alternativas em relação a um critério (C_1).

C_1	A_1	A_2	...	A_n
A_1	1	x_{12}	...	x_{1n}
A_2	$1/x_{12}$	1	...	x_{2n}
...
A_n	$1/x_{n1}$	$1/x_{n2}$...	1

Na Tabela 1 a quantidade de julgamentos necessários para construção dessa matriz de comparações pareadas é dada pela Equação (1), sendo n o número de elementos pertencentes a esta matriz (VASCONCELOS e MOTA, 2014).

$$n(n-1)/2 \quad (1)$$

De acordo com Saaty e Vargas (2001) os sujeitos são capazes de dividir suas respostas qualitativamente em três grupos ou categorias: alta, média e baixa, refinando essas divisões novamente em: alta, média e baixa, gerando nove subdivisões.

Em suma, deve-se julgar par a par os elementos de um determinado nível hierárquico à luz de cada elemento, em conexão com o nível superior compondo a matriz de julgamento, correlacionando os julgamentos em uma escala numérica de 1 a 9, conforme Tabela 2 (SAATY, 2002; BARROS, MARINS e SOUZA, 2009).

Tabela 2 -Associação de classificações numéricas e classificações verbais para julgamentos de comparação par a par

Escala numérica	Escala Verbal	Explicação
1	Ambos os elementos são de igual importância.	Ambos elementos contribuem com a propriedade de igual forma.
3	Moderada importância de um elemento sobre o outro.	A experiência e a opinião favorecem um elemento sobre o outro.
5	Forte importância de um elemento sobre o outro.	Um elemento é fortemente favorecido.
7	Importância muito forte de um elemento sobre o outro.	Um elemento é muito fortemente favorecido sobre o outro.
9	Extrema importância de um elemento sobre o outro.	Um elemento é favorecido pelo menos com uma ordem de magnitude de diferença.
2, 4, 6 e 8	Valores intermediários entre as opiniões adjacentes.	Usados como valores de consenso entre as opiniões.

Essas comparações par a par correlacionam o grau de preferência de uma alternativa sobre a outra, em relação a um determinado critério ou entre critérios. Essa preferência é expressa pela escala numérica de Saaty (1991), oriunda da relação entre reações humanas e estímulos.

É importante destacar que a cada nova análise a ser realizada para outras alternativas, a formação ou complementação de matrizes de comparação par a par são necessárias, sendo imprescindível novas comparações pareadas pelos especialistas, causando dependência das opiniões desse grupo e maior quantidade de tempo para avaliações.

c) Solução com autovalores e autovetores

Segundo Saaty e Vargas (2001) existe um número infinito de maneiras de derivar o vetor de prioridades da matriz (x_{ij}). Se o analista ou o tomador de decisão soubesse os pesos relativos de cada um dos critérios de uma matriz de n elementos, então formaríamos a matriz de comparações de razão e multiplicamos à direita por W para obter nw , conforme Equação (2).

$$\begin{bmatrix} \frac{w_1}{w_1} & \frac{w_1}{w_2} & \dots & \frac{w_1}{w_n} \\ w_1 & w_2 & \dots & w_n \\ \frac{w_2}{w_1} & \frac{w_2}{w_2} & \dots & \frac{w_2}{w_n} \\ w_1 & w_2 & \dots & w_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{w_n}{w_1} & \frac{w_n}{w_2} & \dots & \frac{w_n}{w_n} \\ w_1 & w_2 & \dots & w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} = n \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \quad (2)$$

Dessa maneira, os pesos relativos podem ser facilmente obtidos de qualquer uma das n linhas de M , posto que:

$$Mw = nw \quad (3)$$

e,

$$w = (w_1, w_2, \dots, w_n) \quad (4)$$

Em álgebra linear, de acordo com Anton e Rorres (2012), n e w são chamados respectivamente de autovalor e autovetor direito da matriz M . O AHP considera que o decisor que constrói a matriz de comparação pareada não conhece w . Como a matriz M contém inconsistências do processo natural de comparações entre os critérios e alternativas, é necessário determinar uma medida de consistência aceitável para o método.

d) Determinação da consistência

Para Wolff (2008) geralmente quando as matrizes apresentam alto grau de inconsistência, os julgamentos foram aleatórios, por isso tais julgamentos, nestes casos, deveriam ser refeitos ou passar por métodos de melhoria de consistência.

Seja λ_{\max} o autovalor máximo de uma matriz de julgamentos e n a ordem da matriz ou ainda o número de alternativas, o valor de λ_{\max} sempre será maior do que o número de fatores de decisão do nível em análise, representado por n . Quanto mais próximo o valor de λ_{\max} estiver do número de fatores, maior a consistência da matriz de comparação pareada (SAATY, 2003).

Sendo assim, pode-se afirmar que o valor teórico esperado de λ_{\max} é n , portanto seu desvio é dado por $(\lambda_{\max} - n)$, o que possibilita calcular a razão de inconsistência dos julgamentos. Esta medida é calculada relativamente ao número de graus de liberdade da matriz $(n - 1)$. Tal propriedade permite o uso de um Índice de Consistência (IC) que é dado conforme Equação (5) (SAATY, 2012).

$$IC = (\lambda_{\max} - n) / (n - 1) \quad (5)$$

Em Saaty (1991) é apresentado os valores de IC em função da ordem da matriz, conforme exposto na Tabela 3 a seguir.

Tabela 3 – Valores de IC máximos em função da ordem da matriz n

n (ordem da matriz)	3	4	Maior ou igual a 5
IC _{máx}	5%	8%	10%

De acordo com Saaty (2012) o ser humano tem habilidade de estabelecer relações entre ideias ou objetos de forma que elas sejam coerentes, de forma que elas se relacionem bem entre si e suas relações apresentem consistência. Dessa maneira, o AHP se propõe a calcular a Razão de Consistência (RC) dos julgamentos, representada pela Equação (6).

$$RC = IC / IR \quad (6)$$

Em que a Inconsistência Aleatória Média (IR) é obtida para uma matriz recíproca de ordem n , com elementos não-negativos e gerada randomicamente, conforme Tabela 4 (COSTA, 2006).

Tabela 4 - Inconsistência Aleatória Média (IR)

Dimensão da matriz (n)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Inconsistência Aleatória Média (IR)	0	0	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49

Para Baldioti (2014) , a avaliação da Razão de Consistência (RC) do julgamento pode ser analisada mediante a seguinte regra sugerida:

- a) $RC \leq 0,1$ = Julgamento coerente;
- b) $0,1 < RC < 0,2$ = Julgamento questionável;
- c) $RC \geq 0,2$ = Julgamento incoerente.

Neste trabalho será considerado como regra geral, o $RC \leq 0,1$. Caso contrário, ou seja ($RC > 0,1$), recomenda-se que o decisor reavalie suas comparações par a par, sendo mais coerente e cuidadoso no estabelecimento das preferências, pois estas podem estar muito inconsistentes (SAATY e VARGAS, 1982).

e) Agregação das prioridades e escolha final

A etapa final da aplicação do AHP agrega as prioridades relativas nos vários níveis hierárquicos com o objetivo de produzir um vetor de prioridades na busca do objetivo principal do problema.

Para Saaty (1994) há dois meios de sintetizar as prioridades locais das alternativas, usando prioridades globais dos critérios: o modo distributivo e o modo ideal. No distributivo, os pesos das alternativas somam 1,0 ou, percentualmente 100%, a partir da matriz de julgamentos normalizada. É adotado quando há dependência entre as alternativas e uma prioridade unitária é distribuída entre elas, ou seja, quando o objetivo é escolher uma alternativa que é melhor em relação a outras.

Já o modo ideal é utilizado para obter a melhor alternativa entre alternativas distintas e sem relação de dependência. Nesse modo as prioridades locais das alternativas são divididas pelo maior valor entre elas. Isso é feito para cada critério, e a alternativa torna-se ideal de valor 1,0. Se as alternativas são suficientemente distintas, sem dependência nas definições, o modo ideal seria o meio de síntese (SILVA, 2007). Este modo ideal é apropriado quando há experiência suficiente numa dada atividade (GRANDZOL, 2005).

Para resumir as Prioridades Médias Locais (PML's) das alternativas geradas pelo AHP este trabalho adotará o modo absoluto, que representa a classificação (*rating*) de alternativas independentes em termos de intensidades para cada critério. Uma intensidade pode ser expressa por um intervalo numérico, se o critério é quantificável, ou por padrões qualitativos. Com esse modo absoluto é possível classificar as alternativas de forma independente e escolher uma alternativa entre muitas (SAATY, 1994).

3.2 Método AHP Linearizado

O método AHP Linearizado a seguir envolve a estruturação e montagem das matrizes de comparação entre critérios e alternativas, no entanto, apresenta em seu processo de aplicação uma menor quantidade de comparações pareadas como pode-se observar em seus procedimentos a seguir.

a) Linearização do AHP

No processo de comparação par a par, o ser humano se utiliza do seu conhecimento e experiência para comparar alternativas e/ou critérios montando matrizes de comparação, no entanto, inconsistências podem acontecer caso existam um grande número de julgamentos na resolução do problema proposto (TOMA e ASHARIF, 2003).

Para Saaty (1980), uma matriz cujos elementos sejam não negativos e recíprocos, e para os quais valha a propriedade da transitividade, apresenta seu maior autovalor $\lambda_{\text{máx}}$ com valor

igual à ordem da matriz. Quando isso ocorre, a matriz de comparações pode ser dita consistente ou recíproca, ou seja, o Índice de Consistência (IC) será zero e, conseqüentemente, a Razão de Consistência (RC) também. Na Tabela 5 apresenta-se a relação entre os elementos em uma matriz linearizada (VASCONCELOS e MOTA, 2015).

Tabela 5 – Matriz de comparações linearizada

	A1	A2	A3	...	A _n
A1	$I_{A1/A1}$	$I_{A1/A2}$	$I_{A1/A3}$...	I_{A1/A_n}
A2	$I_{A1/A1}/I_{A1/A2}$	$I_{A2/A2}$	$I_{A1/A3}/I_{A1/A2}$...	$I_{A1/A_n}/I_{A1/A2}$
A3	$I_{A1/A1}/I_{A1/A3}$	$I_{A1/A2}/I_{A1/A3}$	$I_{A3/A3}$...	$I_{A1/A_n}/I_{A1/A3}$
...
A _n	$I_{A1/A1}/I_{A1/A_n}$	$I_{A1/A2}/I_{A1/A_n}$	$I_{A1/A3}/I_{A1/A_n}$...	I_{A_n/A_n}

A linearização do processo de comparação exige que decisor realize apenas as comparações de uma das linhas da matriz de comparação, sendo que os demais valores serão preenchidos normalmente obedecendo as conjecturas matemáticas de uma matriz recíproca, tornando a matriz de comparação resultante consistente baseada nas comparações do decisor. A escolha da linha na qual o decisor irá realizar as comparações, a princípio, poderia ser aleatória, no entanto, é importante que o decisor sempre faça as comparações da linha em relação ao critério mais importante ou onde encontra-se a melhor alternativa à luz do critério em questão (VASCONCELOS e MOTA, 2015).

De forma a corroborar o processo de linearização descrito na Tabela 5 no qual a matriz de comparações satisfaz o critério de consistência e reciprocidade, segue abaixo o teste (VASCONCELOS e MOTA, 2015).

$$I_{i,j} = I_{i,k} \times I_{k,j} = \frac{I_{k,j}}{I_{k,i}} \quad (7)$$

$$I_{2,1} = \frac{I_{A1/A1}}{I_{A1/A2}} \text{ e } I_{1,3} = I_{A1,A3} \quad (8)$$

Logo,

$$I_{2,3} = I_{2,1} \times I_{1,3} = \frac{I_{A1/A1}}{I_{A1/A2}} \times I_{A1/A3} \quad (9)$$

Como

$$I_{A1/A1} = 1 \rightarrow I_{2,3} = \frac{I_{A1/A3}}{I_{A1/A2}} \quad (10)$$

Um dos grandes problemas do método de comparação par a par tradicional em relação a sua aplicabilidade, encontra-se em situações em que o número de critérios e alternativas é muito grande. Em ocasiões como essas, a quantidade de comparações par a par feita pelo decisor cresce bastante (MILLET e HARKER, 1990).

Como exemplo, se considerarmos um problema com 10 critérios e 20 alternativas, no qual tem-se n como o número de critérios e m o número de alternativas, calcula-se da forma a seguir:

$$\text{N}^\circ \text{ Total Comparações} = \text{N}^\circ \text{ Comparações Critérios} + \text{N}^\circ \text{ Comparações Alternativas} \quad (11)$$

$$\text{N}^\circ \text{ Total Comparações} = n \times (n - 1) / 2 + n \times [m \times (m - 1) / 2] \quad (12)$$

$$\text{N}^\circ \text{ Total Comparações} = 10 \times (10 - 1) / 2 + 10 \times [20 \times (20 - 1) / 2] \quad (13)$$

$$\text{N}^\circ \text{ Total Comparações} = 45 + 1.900 = 1.945 \quad (14)$$

b) Quantidade de comparações par a par

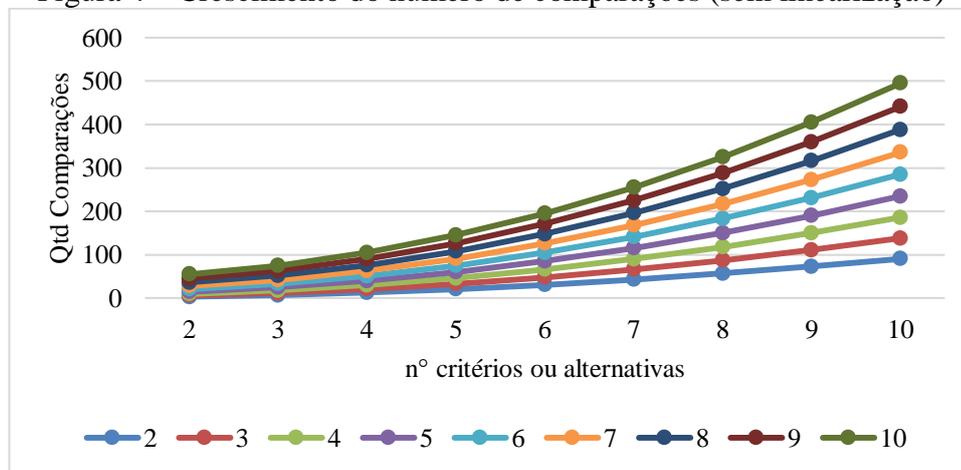
O número elevado de comparações à medida que a quantidade de critérios e/ou alternativas cresce pode ser um ponto crítico para os tomadores de decisão dentro de um ambiente empresarial tendo em vista que o processo de comparações paritárias pode se tornar bastante dispendioso em relação ao tempo gasto necessário para conclusão desta atividade. Isso pode ser visualizado na Tabela 6 que trata da quantidade de comparações par a par necessárias em um determinado problema (VASCONCELOS e MOTA, 2014).

Tabela 6 – Quantidade de comparações par a par *sem* linearização

		número de alternativas								
		2	3	4	5	6	7	8	9	10
número de critérios	2	3	7	13	21	31	43	57	73	91
	3	6	12	21	33	48	66	87	111	138
	4	10	18	30	46	66	90	118	150	186
	5	15	25	40	60	85	115	150	190	235
	6	21	33	51	75	105	141	183	231	285
	7	28	42	63	91	126	168	217	273	336
	8	36	52	76	108	148	196	252	316	388
	9	45	63	90	126	171	225	288	360	441
	10	55	75	105	145	195	255	325	405	495

Na Figura 4 percebe-se a evolução na quantidade de comparações pareadas em relação ao aumento da quantidade de critérios e alternativas em uma determinada análise sem a realização do procedimento de linearização.

Figura 4 – Crescimento do número de comparações (sem linearização)



A linearização do processo de comparação reduz sensivelmente o número de comparações realizadas pelo decisor. Do exemplo anterior:

$$\text{Total Comparações Linearizadas} = (n - 1) + n \times (m - 1) \quad (15)$$

$$\text{Total Comparações Linearizadas} = (10 - 1) + 10 \times (20 - 1) \quad (16)$$

$$\text{Total Comparações Linearizadas} = 199 \quad (17)$$

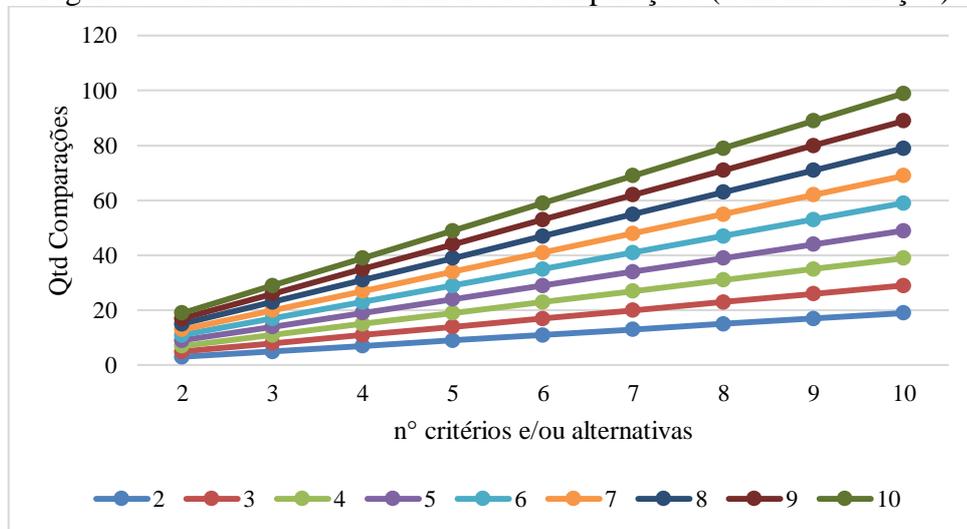
Na Tabela 7 verifica-se a quantidade de comparações par a par em função do número de critérios e alternativas realizando-se o processo de linearização no problema com as matrizes de comparação (VASCONCELOS e MOTA, 2014).

Tabela 7 – Quantidade de comparações par a par *com* linearização
número de alternativas

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	5	7	9	11	13	15	17	19
3	5	8	11	14	17	20	23	26	29
4	7	11	15	19	23	27	31	35	39
5	9	14	19	24	29	34	39	44	49
6	11	17	23	29	35	41	47	53	59
7	13	20	27	34	41	48	55	62	69
8	15	23	31	39	47	55	63	71	79
9	17	26	35	44	53	62	71	80	89
10	19	29	39	49	59	69	79	89	99

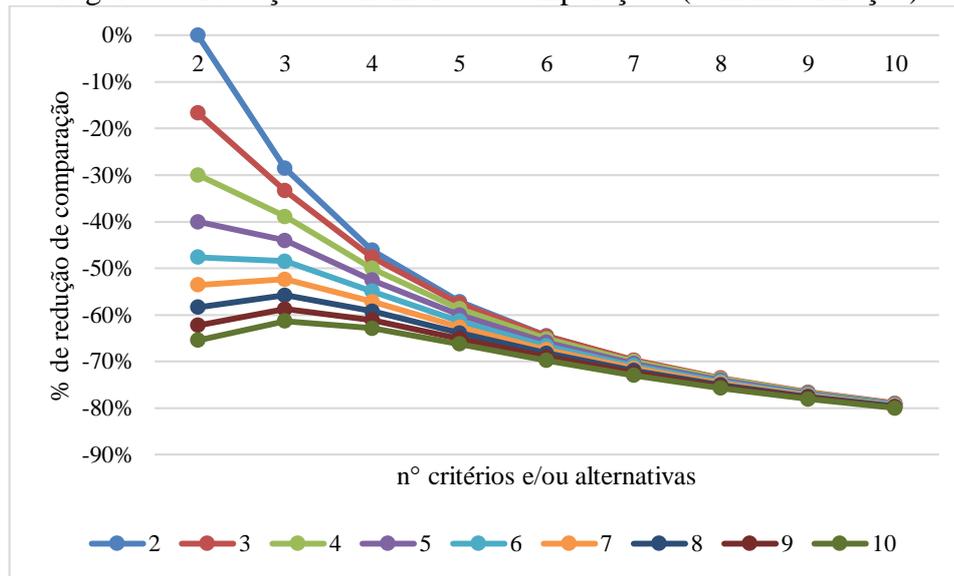
Na Figura 5, constata-se a redução da quantidade de comparações pareadas com a aplicação da linearização no problema.

Figura 5 – Crescimento do número de comparações (com linearização)



Com a aplicação do processo de linearização em problemas de grande quantidade de critérios e alternativas é possível reduzir até cerca de 80% na quantidade de comparações necessárias, conforme verifica-se na Figura 6 abaixo.

Figura 6 – Redução do número de comparações (com linearização)



Dessa maneira, é grande a redução do esforço do decisor quando se utiliza a linearização da matriz de comparação, o que pode refletir numa avaliação mais cuidadosa das comparações par a par. Por outro lado, um erro (ou grande imprecisão) na avaliação de comparação par a par inicial pode inserir distorções no processo de decisão, e mesmo com a linearização, ainda existe a dependência da formação de novas matrizes de comparação para avaliação de outras alternativas.

3.3 Fuzzy-AHP extent analysis

O método *Fuzzy-AHP* é uma variação da metodologia AHP (*Analytic Hierarchy Process*) tradicional. Ao invés de se utilizar números inteiros no processo de comparação par a par de critérios, o método *Fuzzy-AHP* emprega números *fuzzy* para este fim. Alguns autores consideram essa a abordagem mais apropriada, pois as comparações pareadas são *fuzzy* por natureza (ULHOA, LIMA e OSIRO, 2017).

Diante da diversidade e aplicação da metodologia *Fuzzy-AHP*, fez-se necessário a escolha de um método mais representativo na literatura existente sobre o tema. Considerou-se somente os estudos baseados nas análises originais de cada método, ou seja, Teoria dos Conjuntos *Fuzzy* proposta por Zadeh (1965) e no método AHP proposto por Saaty (1980). O método de Chang (1996) foi utilizado por se apresentar mais aplicável à seleção de alternativas, bem como ser o método mais empregado na literatura (KILINCCI e ONAL, 2011).

O método *Fuzzy-AHP* aplicado neste trabalho é conhecido como *extent analysis*, utilizando julgamentos linguísticos nas comparações entre critérios e alternativas, estabelecendo algumas etapas apresentadas da seguinte forma (CHANG, 1996; FIROUZ e GHADIMI, 2015):

- a) Julgamentos pareados dos critérios e alternativas
- b) Conversão dos termos ou números *fuzzy* e grau de *fuzzyficação*
- c) Obtenção da extensão sintética *fuzzy* para cada objetivo
- d) Cálculo da prioridade (*viabilidade*) do S_i sobre o S_k
- e) Cálculo do vetor de peso
- f) Normalização do vetor W' e obtendo o vetor de peso normalizado W .

a) *Julgamentos pareados dos critérios e alternativas*

A primeira tarefa do método *Fuzzy-AHP* é decidir sobre a importância relativa de cada par de fatores na mesma hierarquia. Usando números *fuzzy* triangulares, via comparação pareada, a matriz de avaliação *fuzzy* $A = (a_{ij})_{n \times m}$ é construída. Por exemplo, importância essencial ou forte do elemento i sobre o elemento j sob um determinado critério então: $a_{ij} = (l, 5, u)$, em que l e u representam um grau *fuzzy* de julgamento. Quanto maior o valor de u , mais impreciso é o grau; quando $u - l = 0$, o julgamento é um número não-*fuzzy* (CHANG, 1996).

Nessa conjuntura, em uma dada comparação pareada entre os elementos i e j , na qual o elemento i é preferível ao elemento j , o valor m do número triangular *fuzzy* resultante dessa comparação será um dos valores da escala de Saaty. O valor l é o **limite inferior** e o valor u é o **limite superior** do número triangular *fuzzy*, por sua vez, descreverão a imprecisão do julgamento (LINHARES, GUSSEN e RIBAS, 2012).

b) *Conversão dos termos ou números fuzzy e grau de fuzzyficação*

Um determinado número *fuzzy* triangular pode ser descrito da seguinte maneira (KILINCCI e ONAL, 2011):

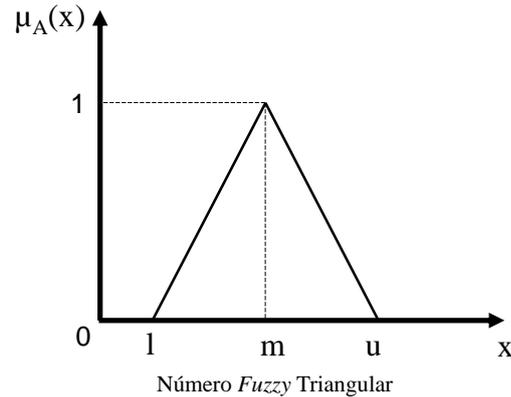
$$(l, m, u) \tag{18}$$

na qual:

l = limite inferior;

m = valor modal (valor de pertinência = 1);

u = limite superior.

Figura 7 – Número *fuzzy* triangular

O número *fuzzy* triangular descrito na Figura 7 é definido pelas equações abaixo, sendo valor “0” caso contrário.

$$(x - l)/(m - l), \text{ se } x \in [l, m] \quad (19)$$

$$(u - x)/(u - m), \text{ se } x \in [m, u] \quad (20)$$

Quando $l = m = u$, este é um número não *fuzzy* por convenção, o que equivale a um *singleton* (CHAN e KUMAR, 2007).

Sejam M_1 e M_2 dois números *fuzzy* triangulares reais positivos com $\lambda > 0$ cujos parâmetros e são $M_1 = (l_1, m_1, u_1)$ e $M_2 = (l_2, m_2, u_2)$, as suas operações aritméticas podem ser resumidas conforme Tabela 8 a seguir (ELOMDA, HEFNY e HASSAN, 2013).

Tabela 8 – Operações números *fuzzy* triangulares

Operação	Fórmula	Resultado
Soma	$M_1 \oplus M_2$	$(l_1 + l_2, m_1 + m_2, u_1 + u_2)$
Subtração	$M_1 \ominus M_2$	$(l_1 - u_2, m_1 - m_2, u_1 - l_2)$
Multiplicação	$M_1 \otimes M_2$	$(l_1 \cdot l_2, m_1 \cdot m_2, u_1 \cdot u_2)$
Divisão	M_1 / M_2	$(l_1 / u_2, m_1 / m_2, u_1 / l_2)$
Produto Escalar	$\lambda \times M_1$	$(\lambda \cdot l_1, \lambda \cdot m_1, \lambda \cdot u_1)$
Inversa	$M_1^{-1} = 1 / M_1$	$(1 / u_1, 1 / m_1, 1 / l_1)$

As referidas operações aritméticas com números *fuzzy* triangulares servirão de base para desenvolvimento da metodologia *Fuzzy-AHP* aplicada neste trabalho.

De acordo com Linhares, Gussen e Ribas (2012) o grau de *fuzzyficação* (δ) é o elemento responsável por expressar o grau de imprecisão do julgamento feito pelo usuário nas comparações pareadas do modelo *Fuzzy-AHP*. Dessa forma, caso uma função de pertinência $\mu_A(x)$ seja considerada simétrica, tem-se:

$$m - 1 = u - m = \delta \quad (21)$$

Sendo assim, dado o valor de m , o número *fuzzy* triangular associado à comparação entre os elementos i e j , na qual i é diferente de j e i é preferível a j , será:

$$(m - \delta, m, m + \delta) \quad (22)$$

E o seu respectivo inverso será:

$$(1/(m + \delta), 1/m, 1/(m - \delta)) \quad (23)$$

No entanto, quando o valor de m na comparação pareada for igual a 1 (valor extremo inferior na escala Saaty), o número *fuzzy* triangular associado a essa comparação será (KREJČÍ, 2018):

$$(1/(1+\delta), 1, 1 + \delta) \quad (24)$$

Semelhantemente, quando o valor de m for igual a 9 (valor extremo superior da escala de Saaty), o número *fuzzy* triangular associado a essa comparação será:

$$(9 - \delta, 9, 9) \quad (25)$$

As comparações pareadas entre os critérios e alternativas são compiladas em matrizes, servindo de dados de entrada para o *Fuzzy-AHP*. O grau de *fuzzyficação* segundo Tang e Beynon (2005) é um *input* para o modelo *Fuzzy-AHP*. De acordo com Zhu, Jing e Chang (1999), na prática, os valores de δ mais adequados estão no intervalo de $0,5 \leq \delta \leq 1$, pois quando $\delta > 1$, o grau de *fuzzyficação* aumenta e o grau de confiança diminui, no entanto conforme Saxena, Jain, *et al.* (2010), valores maiores podem ser utilizados.

Tanto as comparações par a par entre os critérios definidos e as alternativas são baseadas na escala de itens de Saaty, conforme Tabela 2 anterior. Dessa maneira, a escala de Saaty pode

ser apresentada da seguinte maneira, conforme expressões em 22, 23, 24, 25 na Tabela 9 a seguir.

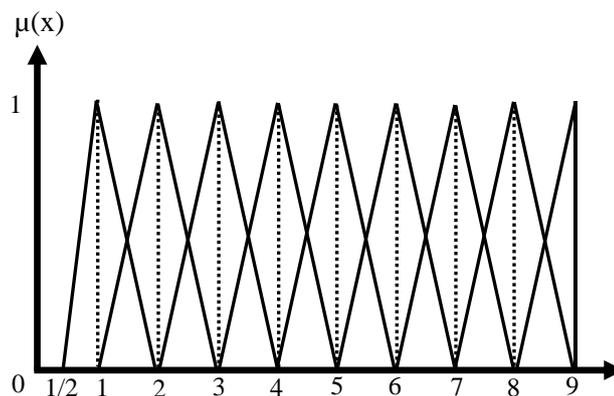
Tabela 9 – Escala Comparativa de Saaty em grau de *fuzzyficação* de 9 pontos.

Intensidade da escala	Definição de valores linguísticos	Escala <i>fuzzy</i> triangular	Escala <i>fuzzy</i> triangular recíproca
1	Igual Importância	$(1/(1+\delta)), 1, 1 + \delta)$	$(1/(1 + \delta)), 1, (1+\delta)$
2	Importância igualmente moderada	$(2 - \delta, 2, 2 + \delta)$	$(1/(2 + \delta), 1/2, 1/(2 - \delta))$
3	Importância moderada	$(3 - \delta, 3, 3 + \delta)$	$(1/(3 + \delta), 1/3, 1/(3 - \delta))$
4	Importância moderadamente forte	$(4 - \delta, 4, 4 + \delta)$	$(1/(4 + \delta), 1/4, 1/(4 - \delta))$
5	Forte importância	$(5 - \delta, 5, 5 + \delta)$	$(1/(5 + \delta), 1/5, 1/(5 - \delta))$
6	Importância fortemente muito forte	$(6 - \delta, 6, 6 + \delta)$	$(1/(6 + \delta), 1/6, 1/(6 - \delta))$
7	Importância muito forte	$(7 - \delta, 7, 7 + \delta)$	$(1/(7 + \delta), 1/7, 1/(7 - \delta))$
8	Importância extremamente extrema	$(8 - \delta, 8, 8 + \delta)$	$(1/(8 + \delta), 1/8, 1/(8 - \delta))$
9	Extrema importância	$(9 - \delta, 9, 9)$	$(1/9, 1/9, 1/(9 - \delta))$

Fonte: Krejčí (2018). Adaptado para este trabalho.

Inicialmente, será dotado o valor de $\delta = 1$ na montagem das matrizes de julgamentos de critérios e alternativas, observando-se os seus comportamentos, conforme Krejčí e Talašová (2013). Na Figura 8 verifica-se a Escala de Comparação de Saaty *fuzzyficada*, com $\delta = 1$.

Figura 8 – Escala Comparativa de Saaty em grau de *fuzzyficação* de 9 pontos com $\delta = 1$



De acordo com Chang (1996) o método *Fuzzy-AHP extent analysis*, seja $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ um conjunto de objetos e $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ um conjunto de objetivos, podemos utilizar cada objeto e executar a análise para cada objetivo, portanto, podemos obter os m valores para cada objeto, com os seguintes sinais:

$$M_{g_i}^1, M_{g_i}^2, \dots, M_{g_i}^m, i=1, 2, \dots, m \quad (26)$$

Sendo que todos os $M_{g_i}^j$ ($j=1,2, \dots, m$) são números *fuzzy* triangulares expressos na Figura 8 anterior.

Sendo assim, considerando a matriz de comparação *fuzzy* triangular tem-se:

$$(M_{ij})_{n \times n} = \begin{bmatrix} (1, 1, 1) & (l_{12}, m_{12}, u_{12}) & \dots & (l_{1n}, m_{1n}, u_{1n}) \\ (l_{21}, m_{21}, u_{21}) & (1, 1, 1) & \dots & (l_{2n}, m_{2n}, u_{2n}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ (l_{n1}, m_{n1}, u_{n1}) & (l_{n2}, m_{n2}, u_{n2}) & \dots & (1, 1, 1) \end{bmatrix} \quad (27)$$

c) Obtenção da extensão sintética *fuzzy* para cada objetivo

Se $M_{g_i}^1, M_{g_i}^2, \dots, M_{g_i}^m$ são os valores de análise de extensão para os objetivos e metas, a extensão sintética *fuzzy* para o i -ésimo objetivo é definida da seguinte forma:

$$S_i = \sum_{j=1}^m M_{g_i}^j \otimes \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{g_i}^j \right]^{-1} \quad (28)$$

Se $M_{g_i}^j = (l_{ij}, m_{ij}, u_{ij})$ então $\sum_{j=1}^m M_{g_i}^j$ pode ser definido da seguinte forma aplicando o operador de adição *fuzzy* aos valores de análise de extensão para m objetivos:

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^m M_{g_i}^j &= (l_{i1}, m_{i1}, u_{i1}) \oplus (l_{i2}, m_{i2}, u_{i2}) \oplus \dots \oplus (l_{im}, m_{im}, u_{im}) = \\ &= \left(\sum_{j=1}^m l_{ij}, \sum_{j=1}^m m_{ij}, \sum_{j=1}^m u_{ij} \right) = (l'_i, m'_i, u'_i) \end{aligned} \quad (29)$$

Além disso, $\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{g_i}^j \right]^{-1}$ pode ser obtido da seguinte forma, aplicando o operador de adição *fuzzy* novamente:

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{g_i}^j = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^m l_{ij}, \sum_{j=1}^m m_{ij}, \sum_{j=1}^m u_{ij} \right) = \left(\sum_{i=1}^n l'_i, \sum_{i=1}^n m'_i, \sum_{i=1}^n u'_i \right) \quad (30)$$

Dessa maneira,

$$S_i = \sum_{j=1}^m M_{g_i}^j \otimes \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{g_i}^j \right]^{-1} = \left(\frac{l'_i}{\sum_{i=1}^n u'_i}, \frac{m'_i}{\sum_{i=1}^n m'_i}, \frac{u'_i}{\sum_{i=1}^n l'_i} \right) = (l_i, m_i, u_i) \quad (31)$$

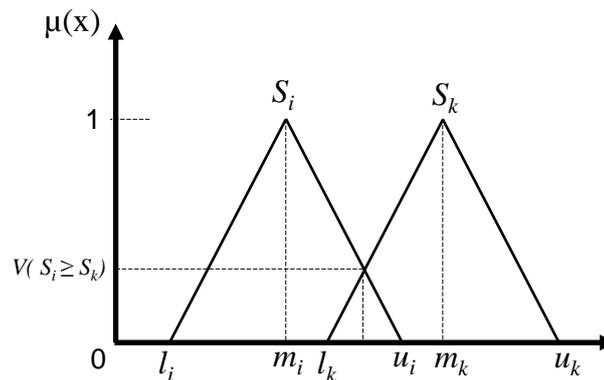
d) Cálculo da prioridade (viabilidade) do S_i sobre o S_k

Se $S_i = (l_i, m_i, u_i)$ e $S_k = (l_k, m_k, u_k)$ então a prioridade de S_i sobre S_k (que é representada por $V(S_i \geq S_k)$) é definida da seguinte forma:

$$V(S_i \geq S_k) = \begin{cases} 1, & \text{se } m_i \geq m_k \\ \frac{l_k - u_i}{(m_i - u_i) - (m_k - l_k)}, & \text{outros casos} \\ 0, & \text{se } l_k \geq u_i \end{cases} \quad (32)$$

Na Figura 9 visualiza-se a comparação do grau de possibilidade entre as funções triangulares S_i e S_k .

Figura 9 – Definição do grau de possibilidade de $V(S_i \geq S_k)$



e) Cálculo do vetor de peso

A prioridade (viabilidade) de um número *fuzzy* S que é maior do que k números *fuzzy*, S_i , $i=1, 2, \dots, k$, é definido da seguinte forma:

$$\begin{aligned} V(S \geq S_1, S_2, \dots, S_k) &= V((S \geq S_1), (S \geq S_2), \dots, (S \geq S_k)) = \min (V(S \geq S_1), \\ &V(S \geq S_2), \dots, V(S \geq S_k)) = \min V(S \geq S_i) \quad i = 1, \dots, k. \end{aligned} \quad (33)$$

Assumindo que:

$$d'(A_i) = \min V(S_i \geq S_k), i, k = 1, 2, \dots, n; k \neq i \quad (34)$$

Então, o vetor de pesos pode ser obtido da seguinte maneira:

$$W' = (d'(A_1), d'(A_2), d'(A_3), \dots, d'(A_n))^T \quad (35)$$

Cabe lembrar que o vetor de pesos obtidos é um número não *fuzzy*.

f) Normalização do vetor W' e obtendo o vetor de peso normalizado W

Finalmente, define-se o vetor prioridade $W = (w_1, \dots, w_n)^T$ da matriz de comparação *fuzzy*:

$$W = (d(A_1), d(A_2), d(A_3), \dots, d(A_n)) \quad (36)$$

Dessa maneira, o método *Fuzzy-AHP* em *extent analysis* pode ser aplicado, conforme descrito em Chang (1996) e apresentado neste trabalho.

3.4 Lógica *Fuzzy*

Os princípios de lógica *fuzzy* foram desenvolvidos primeiramente por Jan Lukasiewicz (1878-1956), que no ano de 1920 desenvolveu e introduziu conjuntos com grau de pertinência que combinados aos conceitos da lógica clássica de Aristóteles, deu embasamento para Lofti Asker Zadeh na década de 60, então professor de Ciências da Computação da Universidade da Califórnia, publicasse o seu trabalho sobre lógica *fuzzy* (RIGNEL, CHENCI e LUCAS, 2011).

De acordo com a teoria dos Conjuntos *Fuzzy* proposta por Zadeh (1965), esta foi elaborada de forma a resolver os problemas de lógica incompatíveis com a Lógica Clássica. Em Cavalcanti, Melo, *et al.* (2012) define-se a Lógica *Fuzzy* (Lógica Difusa ou Lógica Nebulosa) como: “a lógica que suporta os modos de raciocínio que são aproximados ao invés de exatos”.

“A força da Lógica *Fuzzy* deriva da sua habilidade em inferir conclusões e gerar respostas baseadas em informações vagas, ambíguas e qualitativamente incompletas e imprecisas. Neste aspecto, os sistemas de base *Fuzzy* têm habilidade de raciocinar de forma semelhante à dos humanos. Seu comportamento é representado de maneira muito simples e natural, levando à construção de sistemas compreensíveis e de fácil manutenção.” (CAVALCANTI, MELO, *et al.*, 2012)

Dessa maneira, a lógica *fuzzy* pode preencher um vazio no raciocínio bivalente existente (0 ou 1) nos computadores, traduzindo os graus de verdade das afirmações de uma forma que estes mesmos computadores possam processar tais informações cada vez mais próximas ao raciocínio humano.

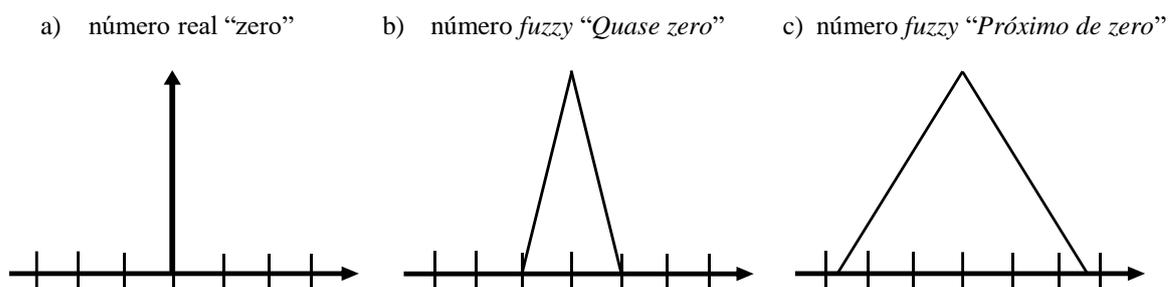
Em sua grande maioria, os métodos ou algoritmos que utilizam sistemas FAHP envolvem matrizes de comparação pareada cujas entradas são números *fuzzy* e que se diferenciam mais evidentemente na *defuzzificação* dessas matrizes com diferentes métodos implementados. O algoritmo apresentado neste trabalho se utiliza da matriz comum do método AHP tradicional, e nas etapas seguintes utiliza as prioridades obtidas no sistema *fuzzy* especialista (PILTAN, MEHMANCHI e GHADERI, 2012).

3.4.1 Números Fuzzy

De forma a entender o conceito sobre números *fuzzy*, tem-se a Figura 10 indicando o número real “0” (zero) em um eixo horizontal, considerando a altura deste normalizada (unitária). Por definição, um número real pode ser entendido como um conjunto em que seus membros pertençam por completo (100%), ou não pertençam de maneira alguma (0%). Ou seja, o conjunto “zero”, é o conjunto de todos os números na linha horizontal da Figura 10a. Supondo-se que essa linha seja aberta à esquerda e à direita em seu eixo horizontal, a esse novo conjunto chamamos de “Quase zero”, conforme Figura 10b. Ampliando ainda mais a base desse número conforme Figura 10c, tem-se o conjunto dos números “Próximo de zero”.

De forma intuitiva, o conjunto na Figura 10c “Próximo de zero” é “mais *fuzzy*” que o conjunto da Figura 10b “quase zero”. Cabe salientar que os termos “números *fuzzy*” e “conjuntos *fuzzy*” nesse caso, podem significar a mesma coisa, no entanto, existem definições matemáticas mais rigorosas (SIMÕES e SHAW, 2007).

Figura 10 – Representação do número “0” em *fuzzy*



Fonte: Simões e Shaw (2007), adaptado para este trabalho.

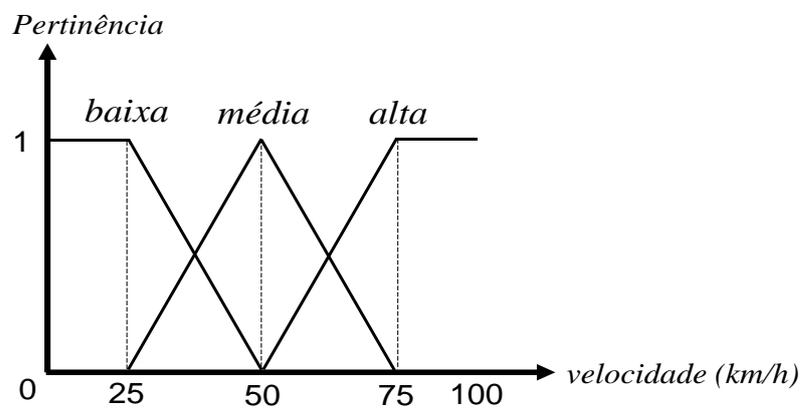
3.4.2 Variáveis Linguísticas

De acordo com Simões e Shaw (2007), uma variável linguística u no universo de discurso U é definida em um conjunto de termos, nomes ou rótulos, $T(u)$, com cada valor sendo um número *fuzzy* definido em U . Ou seja, se tomarmos como exemplo, u sendo velocidade, então $T(u)$ poderia ser:

$$T(\text{velocidade}) = \{\text{baixa, média, alta}\} \quad (37)$$

sobre o universo de discurso $U = [0, 100]$, onde baixa, média e alta são os termos, ou variáveis linguísticas da grandeza *velocidade*, conforme visualiza-se na Figura 11.

Figura 11 – Funções de pertinência para uma variável (baixa, média, alta)



Fonte: Simões e Shaw (2007), adaptado para este trabalho.

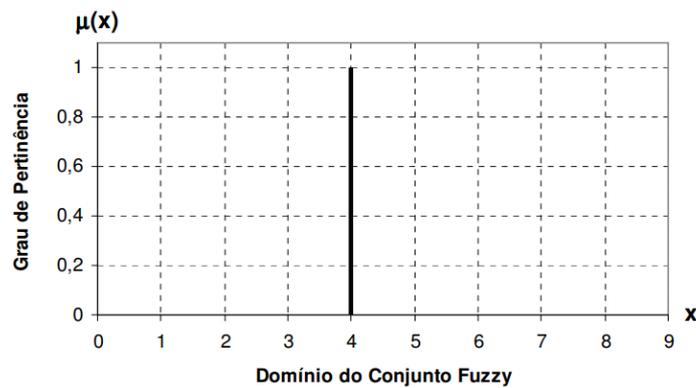
Dessa maneira, valores de uma variável linguística podem ser sentenças de uma linguagem específica, construída a partir de termos próprios, conectivos lógicos, modificadores e de delimitadores (RIGNEL, CHENCI e LUCAS, 2011).

3.4.3 Funções de Pertinência

Uma função de pertinência $\mu(x)$ pode ser definida como uma função matemática que atribui valores pertinência *fuzzy* contínuos ou discretos de uma variável em seu universo de discurso (GOMIDE e GUDWIN, 1994).

A princípio, um conjunto *fuzzy* é chamado de *singleton* se seu suporte é um único ponto em U e com de grau de pertinência igual a 1, $\mu(x) = 1$, conforme Figura 12 (RENTERÍA, 2006).

Figura 12 – Conjunto *singleton* de domínio 4



Teoricamente, qualquer tipo de função definida como $\mu_A(x) : U \rightarrow [0, 1]$ pode ser utilizada como uma função de pertinência, conforme emprego no devido contexto. Em geral, são utilizadas algumas funções parametrizadas, tais como (PEDRYCZ e GOMIDE, 1998):

- a) Funções Triangulares;
- b) Função Trapezoidal;
- c) Função Gaussiana;
- d) Função Exponencial;
- e) Função-T;
- f) Função-S.

Por possuir maior simplicidade computacional e facilidade no tratamento dos dados, a função de pertinência mais utilizada para representação dos conceitos semânticos é a triangular, sendo esta a utilizada neste trabalho (SAXENA, JAIN, *et al.*, 2010).

4 MODELO HÍBRIDO PROPOSTO AHP E LÓGICA FUZZY

Neste capítulo é apresentado o modelo híbrido proposto para priorização de construção de alimentadores em uma subestação elétrica, baseado no AHP tradicional e Lógica *Fuzzy* como ferramenta de apoio a tomada decisão, com independência de geração de novas matrizes de comparação par a par entre alternativas.

4.1 Utilização da matriz comparação critérios AHP tradicional

Nos sistemas difusos convencionais, as alturas dos triângulos das funções de pertinência, geralmente, possuem altura de valor 1. No entanto, para o sistema proposto, as alturas dos triângulos de cada função de pertinência são diferentes, variando de uma entrada para outra (PILTAN, MEHMANCHI e GHADERI, 2012). Dessa maneira, como cada entrada é um dos critérios considerados, os triângulos de entrada de cada critério têm a mesma altura do valor de importância desse critério resultante do AHP tradicional.

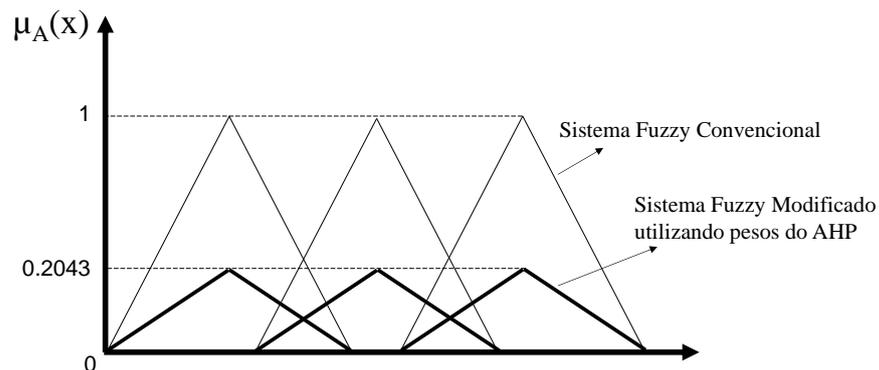
Dessa forma, na função *fuzzy* abaixo (38), tem-se:

$$A = \{(x, \mu(x)) | x \in U\} \quad (38)$$

O valor máximo de $\mu(x)$ para cada critério é igual ao valor de importância de cada critério no AHP tradicional, o que significa que $U(x)$ é um mapeamento de x para 0 e o valor de importância desse critério resultou do AHP (PILTAN, MEHMANCHI e GHADERI, 2012).

Sendo assim, cada critério participa do processo de tomada de decisão com seu grau de importância em valor oriundo do AHP tradicional no sistema *fuzzy*, conforme pode-se visualizar na Figura 13.

Figura 13 – Comparação sistema *fuzzy* convencional com modelo híbrido AHP *Fuzzy*

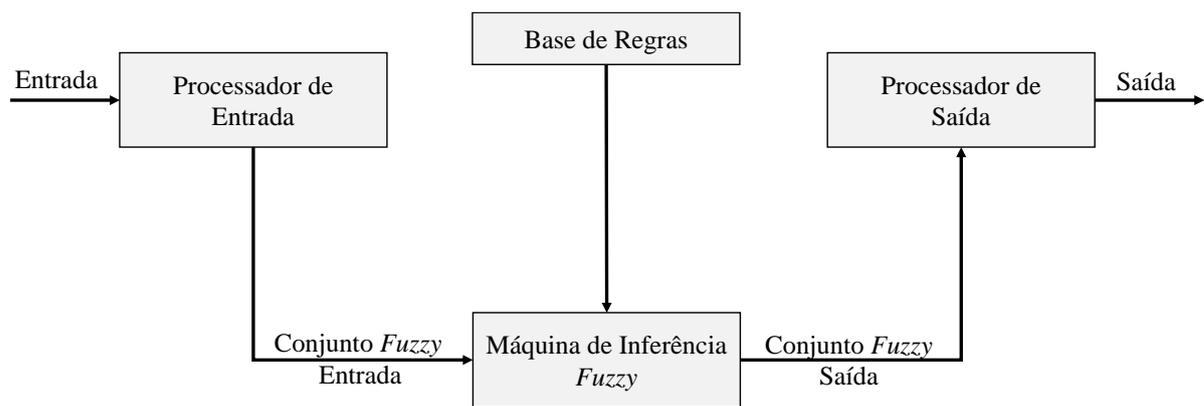


Fonte: Piltan, Mehmanchi e Ghaderi (2012), adaptado para este trabalho

4.2 Elaboração das regras para o modelo

Sistemas Baseados em Regras *Fuzzy* (SBRF) contém quatro componentes: um processador de entrada que realiza a *fuzzyficação* dos dados de entrada, uma coleção de regras *fuzzy* chamada de base de regras, uma máquina de inferência *fuzzy* e um processador de saída que fornece um vetor como saída, conforme representado na Figura 14 (BARROS, JAFELICE e BASSANEZI, 2005).

Figura 14 – Arquitetura de sistemas baseados em regras *fuzzy*.



Fonte: Jafelice (2003), adaptado para esse trabalho

O segundo passo para elaboração do sistema proposto, se refere ao método de inferência considerado para elaboração das regras, no caso em questão o método Mamdani, o qual se baseia na regra de composição de inferência max-min, conforme o procedimento a seguir:

Uma regra R_j , da base de regras *fuzzy* é definida pelo produto cartesiano *fuzzy* dos conjuntos *fuzzy* que compõe o antecedente e o consequente da regra. O método Mamdani agrega as regras através do operador lógica OU, que é modelado para t-conorma ∇ (máximo) e, em cada regra, o operador lógica E é modelado pela t-norma Δ (mínimo), seguindo as regras a seguir (MAMDANI e ASSILIAN, 1975):

$$\text{Regra 1: Se } (x \text{ é } A_1 \text{ e } y \text{ é } B_1) \text{ então } z \text{ é } C_1 \quad (39)$$

$$\text{Regra 2: Se } (x \text{ é } A_2 \text{ e } y \text{ é } B_2) \text{ então } z \text{ é } C_2 \quad (40)$$

Para o sistema proposto, cada variável linguística é definida como um critério possuindo m termos linguísticos associados, ou seja, levando em conta a quantidade de critérios c e os m termos linguísticos, a quantidade de regras do sistema pela combinação destas, seria descrita:

$$\text{Quant. Regras} = m^c \quad (41)$$

Sendo assim, utilizando-se os pesos obtidos pelo método AHP tradicional para cada critério no qual cada regra de saída corresponda a média ponderada das entradas, tem-se:

$$\text{Saída_Regra} = \frac{t_{C1}.w_{C1} + t_{C2}.w_{C2} + \dots + t_{Cn}.w_{Cn}}{w_{C1} + w_{C2} + \dots + w_{Cn}} \quad (42)$$

sendo:

t_{Cn} = termo linguístico do critério n

w_{Cn} = peso do critério n conforme autovetor da matriz julgamentos no AHP tradicional

4.3 Método de defuzzyficação utilizado

A terceira parte do sistema híbrido proposto consiste na obtenção do índice de prioridade para cada alimentador. Dessa maneira, de forma a se obter tal resultado, o valor *fuzzy* obtido no modelo precisa ser convertido em um valor *crisp*, ou valor único (PILTAN, MEHMANCHI e GHADERI, 2012).

Existem vários métodos de *defuzzyficação* em que o objetivo é obter-se um único valor numérico discreto que melhor represente os valores *fuzzy* inferidos da variável linguística de saída. No entanto, pode-se utilizar um enfoque baseado em duas técnicas mais comuns que são o Centróide ou nos valores Máximos que ocorrem da função de pertinência resultante (SIMÕES e SHAW, 2007).

De acordo com Simões e Shaw (2007) a escolha do método de *defuzzyficação* depende do contexto de decisão, no entanto, em problemas de suporte a decisões quantitativas, alocação de recursos e priorização de projetos, o método do centro de gravidade pode ser utilizado, e para o caso, possui funções de pertinência sobrepostas na saída, sendo contínuas.

4.4 Normalização dos dados de entrada

De acordo com o modelo proposto, o intervalo das funções de pertinência estão entre 0 e 1, e dessa maneira, os dados de entrada para o sistema devem estar normalizados nesse intervalo.

Cabe salientar que as possibilidades de normalização para o referido intervalo 0 e 1 devem ser seguidas conforme os atributos propostos, ou seja, para os atributos de minimização ou

maximização devem ser seguidas as equações de transformação a seguir. Tais fórmulas referem-se a um atributo k , sendo que a alternativa i tem o valor z_i^k , conforme apresentado na Tabela 10 (MATOS, 2019).

Tabela 10 – Fórmulas de transformação para normalização de um atributo

Fórmulas de transformação	Valores normalizados dos extremos da escala	Observações
$(z_i^k)_N = \frac{z_i^k - z_{min}^k}{z_{max}^k - z_{min}^k}$	Máximo = 1 Mínimo = 0	Atributos de maximização
$(z_i^k)_N = \frac{z_{max}^k - z_i^k}{z_{max}^k - z_{min}^k}$	Máximo = 0 Mínimo = 1	Atributos de minimização

Fonte: Matos (2019)

4.5 Definição dos critérios considerados

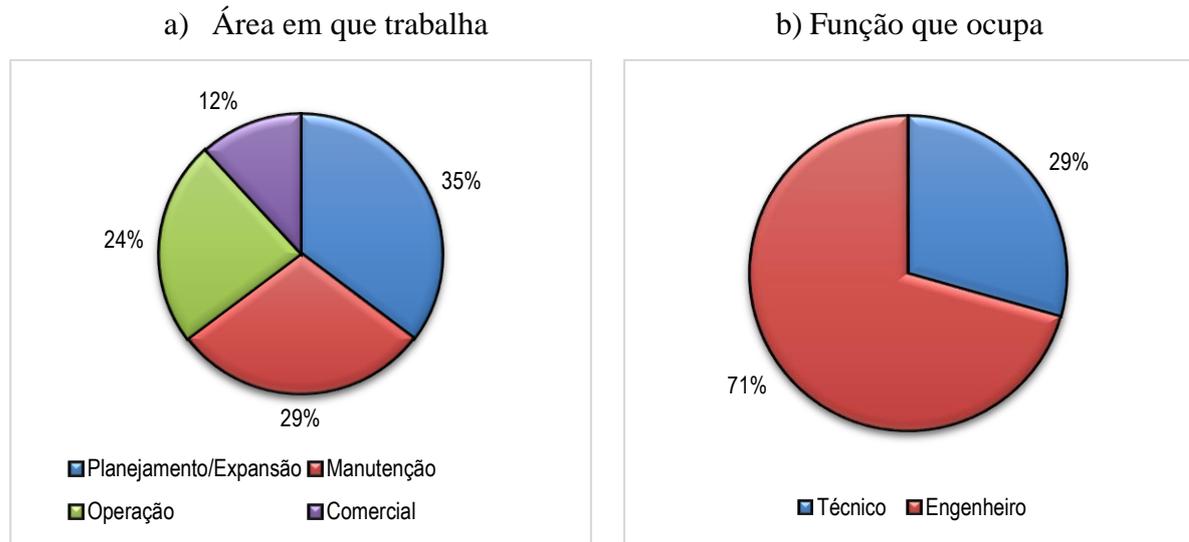
Com base no módulo 2 do PRODIST, que trata do Planejamento da Expansão do Sistema de Distribuição, foram levantados e definidos inicialmente 12 (doze) diretrizes de planejamento para expansão do SDMT, em especial, para construção de novos alimentadores, de forma adequar o sistema às melhores condições operativas, além da caracterização da carga e da rede, avaliação da qualidade e das perdas técnicas, carregamento e a estimativa da evolução da confiabilidade (PRODIST, MÓDULO 2, 2016).

De forma geral, cada empresa de distribuição de energia elétrica possui em seu organograma institucional diferentes áreas envolvidas com as atividades do seu negócio. As distribuidoras possuem como característica uma enorme cadeia de processos e atividades que contribuem no seu desempenho e resultado (FONSECA e REIS, 2012).

Dessa forma, essas diretrizes para a expansão do SDMT foram elencadas para serem validadas junto aos diferentes setores de trabalho de uma distribuidora de energia elétrica no Brasil, sendo as áreas envolvidas: Comercial, Manutenção, Operação e Planejamento da Expansão, de forma a servir de critérios para os métodos descritos.

Realizou-se uma pesquisa de opinião, via preenchimento de formulário, sendo realizadas 17 (dezessete) entrevistas com especialistas que exercem suas atividades nas áreas descritas, selecionados entre técnicos e engenheiros, conforme estratificado na Figura 15.

Figura 15 – Estratificação dos entrevistados



A pesquisa consistia em uma escala de nível de prioridade, entre nível 1 (menor prioridade) e 10 (máxima prioridade) para cada um dos 12 critérios elencados do PRODIST, onde perguntou-se aos entrevistados: “De forma genérica, dos critérios considerados, o que um novo alimentador deve priorizar? Na Tabela 11 apresenta-se as diretrizes para Expansão do Sistema de Média Tensão elencadas com base no PRODIST, módulo 2.

Tabela 11 - Diretrizes consideradas para priorização de construção de novos alimentadores

Critério	Descrição do Critério
A	Atender o Crescimento do Mercado
B	Maior Redistribuição de Carga (carregamento)
C	Melhorar Perfil de Tensão
D	Aumentar Recursos Operacionais e Manobras
E	Maior Número de Clientes beneficiados
F	Reduzir DEC
G	Maior Atendimento a Cargas Especiais (Hospitais, Indústrias, Órgãos Públicos)
H	Reduzir Perdas Técnicas
I	Reduzir FEC
J	Atender Redes com maior quantidade de Geração Distribuída
K	Menor Investimento para sua Construção (R\$)
L	Maior Viabilidade para Obtenção de Licenças Ambientais

Os resultados dos cálculos realizados das médias e desvios padrões das amostras obtidas, os quais analisaram a frequência das respostas em relação aos níveis de prioridade 1 a 10, e considerados nas entrevistas para cada critério, estão apresentados na Tabela 12 a seguir.

Tabela 12 - Médias e Desvios Padrões das respostas obtidas nas entrevistas

Critérios	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Parâmetros												
Média Aritmética (μ)	9,47	8,94	9,06	8,71	8,59	9,18	7,65	9,00	9,06	6,82	6,53	5,76
Desvio Padrão (σ)	0,80	1,03	1,25	1,26	1,37	1,47	1,54	1,66	1,75	2,40	2,43	2,95
Média + 4 σ	12,67	13,06	14,05	13,76	14,08	15,05	13,80	15,63	16,05	16,44	16,24	17,56
Média - 4 σ	6,27	4,83	4,06	3,65	3,10	3,31	1,49	2,37	2,06	-2,79	-3,18	-6,03

De acordo com Correa (2003), a distribuição normal tem sua função de densidade de probabilidade dada conforme Equação (43).

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (43)$$

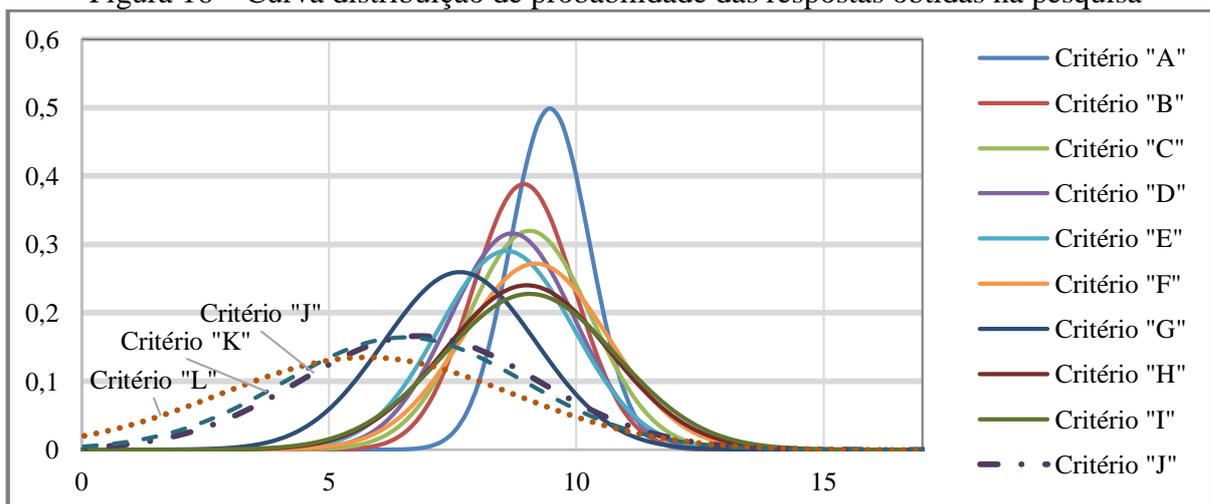
A distribuição normal inclui os parâmetros μ e σ , possuindo os seguintes significados:

μ : posição central da distribuição (média, μ_x)

σ : dispersão da distribuição (desvio padrão, σ_x)

Levando-se em conta a diversidade dos dados, traçou-se uma curva distribuição de probabilidade para as variáveis discretas dadas de 1 a 12, num intervalo de quatro desvios padrões, de forma a representar cerca de 99,9994% do conjunto de dados em relação à média aritmética de cada critério baseada nas respostas obtidas dos entrevistados nas suas respectivas áreas de atuação. Os critérios "J", "K" e "L" obtiveram valores bastante dispersos em relação aos demais, presumindo-se que não houve um consenso entre os entrevistados sobre a utilização destes critérios como forma de priorização para construção de um novo alimentador, conforme apresentado na Figura 16 (LARSON e FARBER, 2010).

Figura 16 – Curva distribuição de probabilidade das respostas obtidas na pesquisa



De acordo com Oliveira (2017) o Coeficiente de Variação (CV) é uma medida que indica o tamanho do desvio padrão em relação à média. Diz-se que uma distribuição tem:

Baixa dispersão: $CV \leq 15\%$

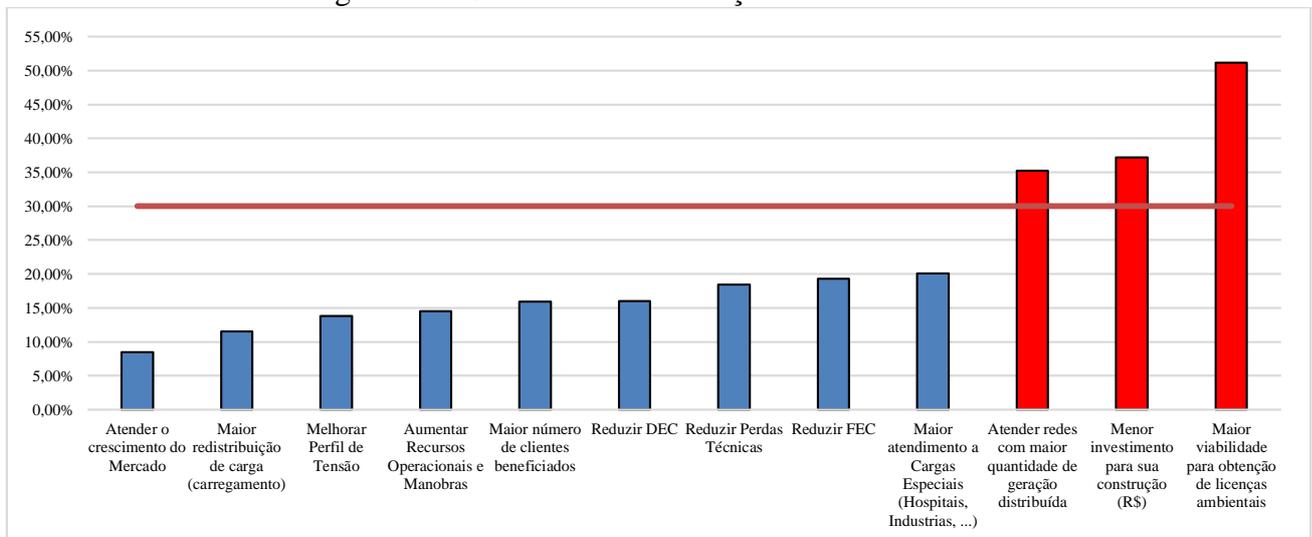
Média dispersão: $15\% < CV < 30\%$

Alta dispersão: $CV \geq 30\%$

Sendo assim, selecionou-se entre as respostas dos especialistas, as diretrizes descritas no PRODIST para expansão do SDMT com coeficiente de variação com baixa e média dispersão, de modo a serem definidas como critérios de priorização de construção de novos alimentadores.

Na Figura 17 verifica-se o Coeficiente de Variação - CV das diretrizes de expansão do SDMT baseada nas respostas dos especialistas.

Figura 17 – Coeficiente de Variação entre os critérios



No entanto, conforme justificativas anteriormente descritas relativas ao critério de geração distribuída no contexto atual, este também será considerado um critério de priorização de redes, selecionando-se dessa forma 10 (dez) critérios para análise, apesar deste último não ser, em específico, uma diretriz definida no PRODIST para expansão do SDMT.

Dessa maneira, os critérios considerados para construção da matriz de julgamentos de comparação pareada, bem como a priorização de alimentadores, foram descritos na Tabela 13.

Tabela 13 – Critérios a serem considerados para montagem da matriz de julgamentos

Critério	Descrição do Critério
A	Atender o Crescimento do Mercado
B	Maior Redistribuição de Carga (carregamento)
C	Melhorar Perfil de Tensão
D	Aumentar Recursos Operacionais e Manobras
E	Maior Número de Clientes beneficiados
F	Reduzir DEC
G	Maior Atendimento a Cargas Especiais (Hospitais, Industrias, Órgãos Públicos)
H	Reduzir Perdas Técnicas
I	Reduzir FEC
J	Atender Redes com maior quantidade de Geração Distribuída

5 ANÁLISE DOS RESULTADOS OBTIDOS

Neste capítulo serão abordados os resultados obtidos com a aplicação do modelo híbrido AHP *Fuzzy* proposto em redes reais e planejadas. O estudo de caso 1 se refere a priorização para construção de quatro alimentadores em uma subestação elétrica de uma distribuidora de energia elétrica considerando os critérios descritos e os pesos obtidos para a matriz de julgamentos.

O estudo de caso 2 também se refere à priorização de novos alimentadores em média tensão, no entanto, com características bastante distintas em relação ao estudo de caso 1, como por exemplo, a priorização de redes nas quais não existem gerações distribuídas conectadas.

5.1 Estudo de caso 1 - aplicação dos métodos no problema de priorização de alimentadores

De forma a se ponderar a ordem de priorização para construção de novos alimentadores planejados em média tensão, foram avaliadas as alternativas representadas por 04 (quatro) alimentadores (01G1, 01G2, 01G3 e 01G4), conforme descrito na Figura 18, Figura 19, Figura 20 e Figura 21.

Figura 18 – Alimentador 01G1-13,8kV da futura SE “01” 69/13,8kV

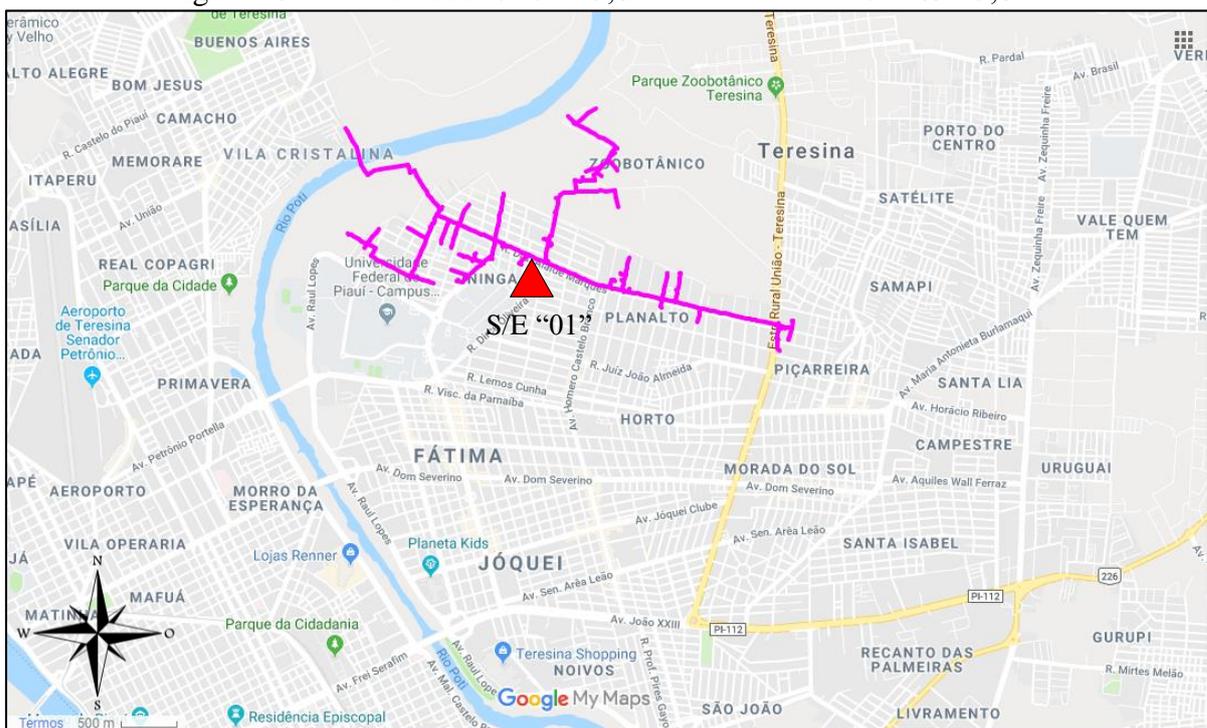


Figura 19 – Alimentador 01G2-13,8kV da futura SE “01” 69/13,8kV



Figura 20 – Alimentador 01G3-13,8kV da futura SE “01” 69/13,8kV

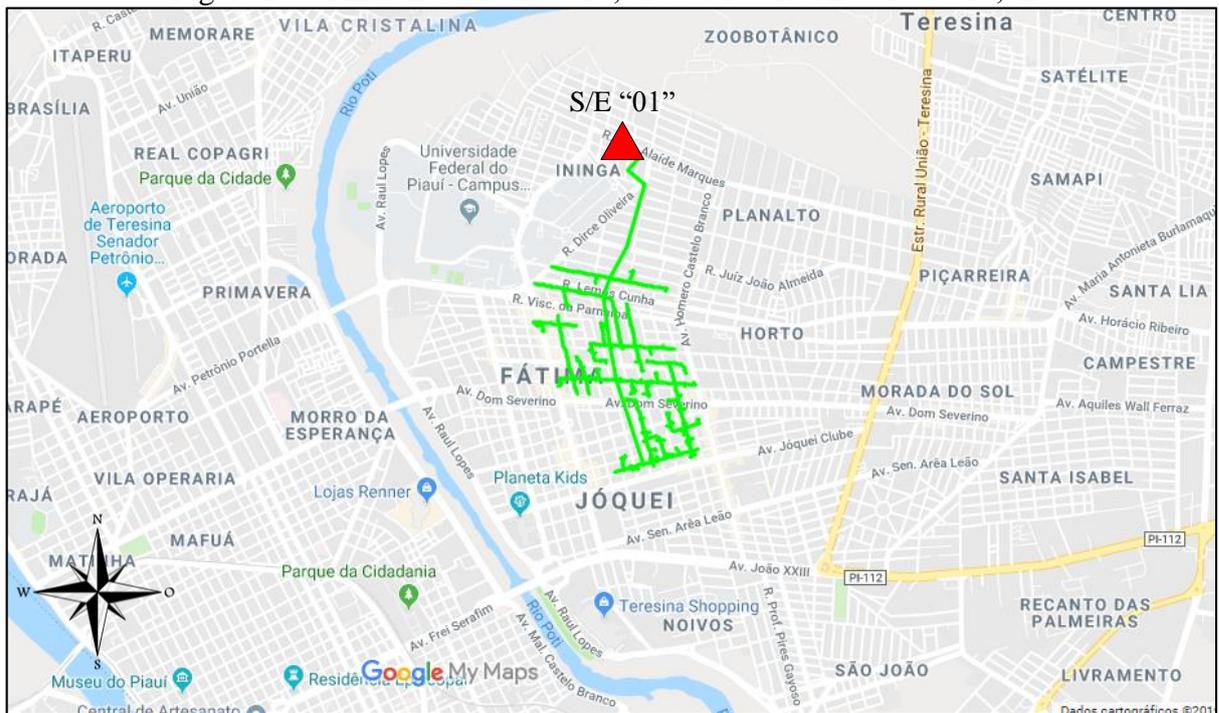
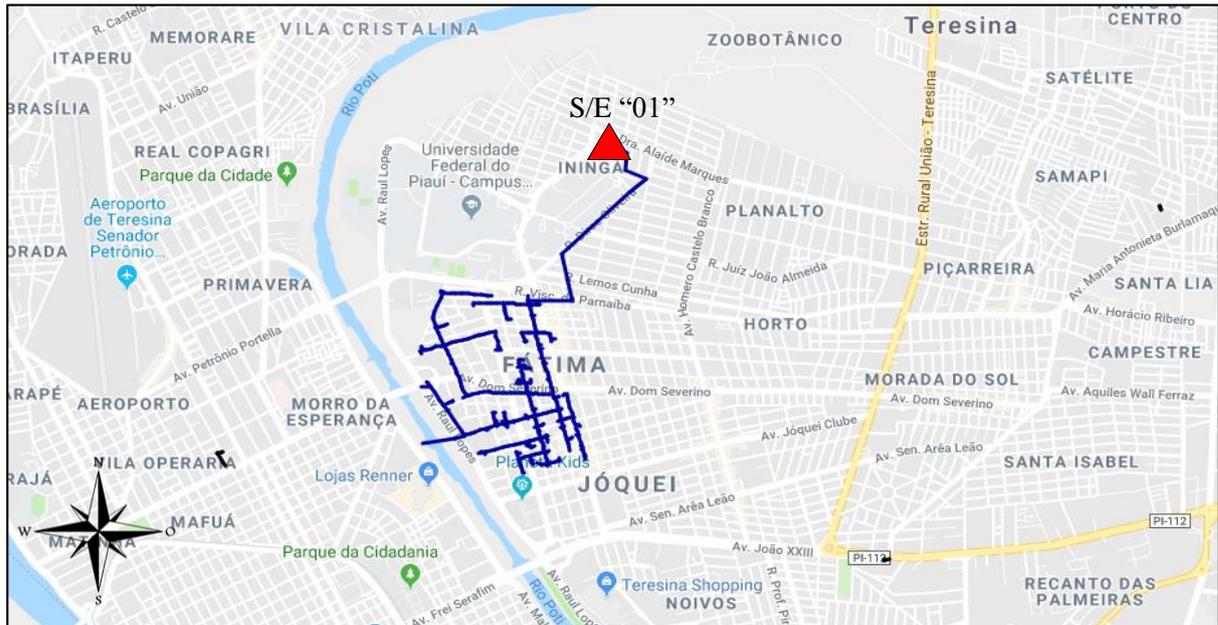


Figura 21 – Alimentador 01G4-13,8kV da futura SE “01” 69/13,8kV



Todos esses alimentadores planejados têm tensão nominal de 13,8kV entre linhas e são oriundos de uma futura subestação abaixadora de distribuição de energia elétrica, a ser definida neste trabalho como S/E “01” na tensão de transformação 69/13,8kV.

A partir de então, levantou-se os dados e características técnicas desses alimentadores de forma que estes sejam hierarquizados por nível de prioridade de construção, com as características a serem observadas em cada um destes baseados nos aspectos, atributos e ganhos individuais que estes proporcionam ao sistema de distribuição.

Na Tabela 14 indicam-se as características de cada alimentador e seus ganhos com a entrada deste no sistema de distribuição em relação aos critérios considerados.

Tabela 14 - Características e ganhos dos alimentadores (alternativas) – Caso 1

Características Alimentadores	01G1	01G2	01G3	01G4
Crescimento de Mercado (%)	3,35	3,28	3,26	3,28
Redistribuição de carga (%)	75,00	53,30	83,20	52,35
Melhoria do Perfil de Tensão (%)	6,10	6,00	1,00	3,50
Quant. de Recursos Operacionais e Manobras	4	6	7	4
Números de Clientes Beneficiados	3.030	1.437	2.664	2.010
Estimativa Redução no DEC (h)	4,64	3,75	0,19	0,89
Quant. de Atendimento a Cargas Especiais	2	3	11	4
Redução Perdas Técnicas em relação a energia injetada (%)	53,33	2,38	0,20	3,96
Estimativa Redução no FEC	2,38	1,93	0,86	1,67
Quant. Geração Distribuída (kWp)	143,82	92,9	31	64

5.1.1 Método AHP tradicional na priorização de construção de alimentadores

Seguindo as etapas descritas para aplicação e desenvolvimento do método AHP, foram realizados os estágios descritos anteriormente e apresentados conforme Saaty e Vargas (2001).

As comparações pareadas para montagem das matrizes de julgamento entre critérios e alternativas foram simulados baseados no julgamento dos especialistas nas características técnicas com os ganhos obtidos com a entrada em operação desses alimentadores planejados, de forma a se avaliar os resultados obtidos e a aplicabilidade do método AHP no problema em questão.

Dessa forma, foi aplicado o modelo AHP completo com solução exata utilizando autovalores e autovetores, no qual as alternativas são representadas pelos alimentadores anteriormente descritos e já planejados para uma futura subestação de energia elétrica, sendo estes hierarquizados em nível de prioridade de construção. Os critérios definidos são as características a serem observadas em cada alimentador baseados nos aspectos, atributos e ganhos individuais que estes proporcionam ao sistema de distribuição (HARKER e VARGAS, 1987).

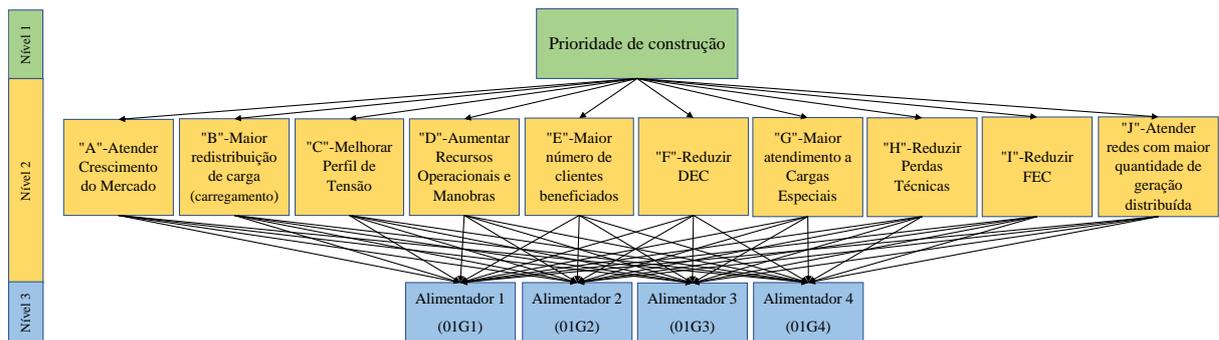
As informações foram preenchidas através da montagem das matrizes de julgamento, utilizando a comparação par a par, cujo método foi realizado com o auxílio e uso da ferramenta computacional Microsoft Excel³, com posterior modelagem matemática para cada matriz.

Segundo Costa (2002) o AHP se baseia em três princípios básicos do pensamento analítico: construção de hierarquias, definição de prioridades e consistência lógica.

Foram definidos 03 (três) níveis de estruturação do modelo hierárquico para o problema em destaque: o primeiro nível é ocupado pela meta ou problema definido que é a hierarquização dos alimentadores por prioridade de construção; o segundo nível é ocupado pelos critérios anteriormente descritos, no qual especifica o que um novo alimentador deve priorizar ao ser construído; o terceiro nível é ocupado pelos alimentadores (alternativas) referentes a cada um dos critérios escolhidos, conforme apresentado na Figura 22.

³ Microsoft Excel, versão Office 2013.

Figura 22 – Modelo hierárquico de estruturação no AHP no estudo de caso



A definição das prioridades fundamenta-se na habilidade do ser humano de perceber o relacionamento entre objetos e situações observadas, comparando paritariamente, à luz de um determinado foco, critérios ou julgamentos (COSTA, 2002). Para tanto, fez-se necessário o cumprimento das seguintes etapas: julgamentos paritários, normalização das matrizes de julgamento, cálculo das Prioridades Médias Locais (PML's) e Cálculo das Prioridades Globais (PG's).

Após definição dos critérios a serem utilizados nesse processo, foi destacado 01 (um) representante das referidas áreas de Planejamento, Operação, Manutenção e Comercial, que baseados na Escala de Comparação de Saaty compararam par a par os critérios elencados (SAATY, 2002). Quando se trata de decisão em grupo, no qual a importância de todos os participantes no processo é igual, toma-se a Média Geométrica dos julgamentos, pois é a única que funciona para o AHP, ou seja, cada elemento a_{ij} de uma matriz resultante é a Média Geométrica dos elementos a_{ij} atribuídos pelos participantes (RABBANI e RABBANI, 1996).

Das respostas individuais dos especialistas, foi calculada a Média Geométrica destas, par a par, dos critérios analisados, gerando a matriz de julgamentos entre os critérios, em que cada elemento da matriz quadrada é definido como $a_{ij} = 1/a_{ji}$, sendo que os itens acima da diagonal principal correspondem a esse resultado das respostas dos especialistas das áreas, conforme Tabela 15 a seguir (FREITAS, TREVIZANO e COSTA, 2008).

Tabela 15 - Matriz de julgamentos dos critérios com média geométrica das avaliação dos especialistas

Crítérios	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	Autovetor
A	1	1,565	1,778	2,000	1,732	1,968	3,162	3,761	2,213	5,566	17,22%
B	0,639	1	1,682	3,162	2,828	2,340	6,192	5,180	3,834	6,620	20,43%
C	0,562	0,595	1	3,130	2,991	3,201	5,958	3,807	3,984	6,880	18,59%
D	0,500	0,316	0,319	1	1,778	1,495	3,130	3,807	4,527	6,293	11,14%
E	0,577	0,354	0,334	0,562	1	2,060	3,409	3,027	3,708	6,901	10,20%
F	0,508	0,427	0,312	0,669	0,485	1	2,378	2,449	2,340	8,207	8,07%
G	0,316	0,161	0,168	0,319	0,293	0,420	1	2,115	1,682	3,722	4,42%
H	0,266	0,193	0,263	0,263	0,330	0,408	0,473	1	1,732	4,821	4,09%
I	0,452	0,261	0,251	0,221	0,270	0,427	0,595	0,577	1	6,000	4,20%
J	0,180	0,151	0,145	0,159	0,145	0,122	0,269	0,207	0,167	1	1,62%

O autovetor da matriz de julgamento de critérios na Tabela 15 anterior é mostrado que cada linha é resultado da multiplicação dessa matriz por ela mesma, obtendo-se o autovetor normalizado em questão através da soma de cada linha pela razão da soma da matriz.

Para avaliação das alternativas entre os especialistas à luz de cada critério, assim como para construção da matriz de julgamento de critérios, foi utilizada a média geométrica das respostas dos especialistas das áreas, obtendo-se como resultado as matrizes contidas da Tabela 16 a Tabela 25.

Tabela 16 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "A"

Alternativas	AL. 1 (01G1)	AL. 2 (01G2)	AL. 3 (01G3)	AL. 4 (01G4)	Autovetor
AL. 1 (01G1)	1	3,41	3,03	3,46	51,12%
AL. 2 (01G2)	0,29	1	2,21	1,57	21,55%
AL. 3 (01G3)	0,33	0,45	1	2,00	15,78%
AL. 4 (01G4)	0,29	0,64	0,50	1	11,55%

Tabela 17 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "B"

Alternativas	AL. 1 (01G1)	AL. 2 (01G2)	AL. 3 (01G3)	AL. 4 (01G4)	Autovetor
AL. 1 (01G1)	1	3,31	2,91	3,08	50,21%
AL. 2 (01G2)	0,30	1	2,21	2,06	23,20%
AL. 3 (01G3)	0,34	0,45	1	1,41	14,44%
AL. 4 (01G4)	0,32	0,49	0,71	1	12,15%

Tabela 18 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "C"

Alternativas	AL. 1 (01G1)	AL. 2 (01G2)	AL. 3 (01G3)	AL. 4 (01G4)	Autovetor
AL. 1 (01G1)	1	2,63	4,74	4,68	53,10%
AL. 2 (01G2)	0,38	1	3,22	2,71	26,26%
AL. 3 (01G3)	0,21	0,31	1	2,21	12,17%
AL. 4 (01G4)	0,21	0,37	0,45	1	8,47%

Tabela 19 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "D"

Alternativas	AL. 1 (01G1)	AL. 2 (01G2)	AL. 3 (01G3)	AL. 4 (01G4)	Autovetor
AL. 1 (01G1)	1	1,68	2,45	2,06	39,12%
AL. 2 (01G2)	0,59	1	2,45	1,57	28,61%
AL. 3 (01G3)	0,41	0,41	1	1,57	16,77%
AL. 4 (01G4)	0,49	0,64	0,64	1	15,50%

Tabela 20 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "E"

Alternativas	AL. 1 (01G1)	AL. 2 (01G2)	AL. 3 (01G3)	AL. 4 (01G4)	Autovetor
AL. 1 (01G1)	1	4,56	3,66	4,41	58,00%
AL. 2 (01G2)	0,22	1	1,68	1,73	17,68%
AL. 3 (01G3)	0,27	0,59	1	1,41	13,57%
AL. 4 (01G4)	0,23	0,58	0,71	1	10,76%

Tabela 21 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "F"

Alternativas	AL. 1 (01G1)	AL. 2 (01G2)	AL. 3 (01G3)	AL. 4 (01G4)	Autovetor
AL. 1 (01G1)	1	3,56	5,58	5,58	59,04%
AL. 2 (01G2)	0,28	1	2,51	3,56	22,67%
AL. 3 (01G3)	0,18	0,40	1	2,00	11,03%
AL. 4 (01G4)	0,18	0,28	0,50	1	7,26%

Tabela 22 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "G"

Alternativas	AL. 1 (01G1)	AL. 2 (01G2)	AL. 3 (01G3)	AL. 4 (01G4)	Autovetor
AL. 1 (01G1)	1	1,32	2,28	2,28	37,21%
AL. 2 (01G2)	0,76	1	2,45	1,19	28,96%
AL. 3 (01G3)	0,44	0,41	1	1,41	16,85%
AL. 4 (01G4)	0,44	0,84	0,71	1	16,98%

Tabela 23 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "H"

Alternativas	AL. 1 (01G1)	AL. 2 (01G2)	AL. 3 (01G3)	AL. 4 (01G4)	Autovetor
AL. 1 (01G1)	1	3,57	3,57	3,57	53,31%
AL. 2 (01G2)	0,28	1	1,86	1,00	18,10%
AL. 3 (01G3)	0,28	0,54	1	1,68	15,14%
AL. 4 (01G4)	0,28	1,00	0,59	1	13,46%

Tabela 24 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "I"

Alternativas	AL. 1 (01G1)	AL. 2 (01G2)	AL. 3 (01G3)	AL. 4 (01G4)	Autovetor
AL. 1 (01G1)	1	1,68	2,45	2,06	38,35%
AL. 2 (01G2)	0,59	1	2,91	3,41	34,59%
AL. 3 (01G3)	0,41	0,34	1	1,41	14,53%
AL. 4 (01G4)	0,49	0,29	0,71	1	12,53%

Tabela 25 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "J"

Alternativas	AL. 1 (01G1)	AL. 2 (01G2)	AL. 3 (01G3)	AL. 4 (01G4)	Autovetor
AL. 1 (01G1)	1	3,31	5,05	5,05	57,42%
AL. 2 (01G2)	0,30	1	2,21	2,71	21,86%
AL. 3 (01G3)	0,20	0,45	1	2,06	12,44%
AL. 4 (01G4)	0,20	0,37	0,49	1	8,28%

Seguindo os procedimentos descritos, obteve-se como resultado os vetores Prioridades Médias Locais (PML's) através dos autovetores resultantes da comparação entre as alternativas à luz de cada critério. Consequentemente, gera-se o vetor Prioridade Global através do produto de cada linha na Tabela 26 pelo autovetor apresentado na Tabela 15 anterior, armazenando a prioridade associada a cada alternativa em relação ao objetivo principal que é a classificação em ordem de prioridade de construção de cada alimentador.

Tabela 26 - Matriz de julgamentos de alternativas (PML's) vs critérios para cálculo do vetor Prioridade Global

Critérios Alimentador	Critérios										Prioridade Global
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
AL. 1 (01G1)	51,12%	50,21%	53,10%	39,12%	58,00%	59,04%	37,21%	53,31%	38,35%	57,42%	50,35%
AL. 2 (01G2)	21,55%	23,20%	26,26%	28,61%	17,68%	22,67%	28,96%	18,10%	34,59%	21,86%	23,98%
AL. 3 (01G3)	15,78%	14,44%	12,17%	16,77%	13,57%	11,03%	16,85%	15,14%	14,53%	12,44%	14,25%
AL. 4 (01G4)	11,55%	12,15%	8,47%	15,50%	10,76%	7,26%	16,98%	13,46%	12,53%	8,28%	11,42%

Os resultados das Razões de Consistência estão contidos na Tabela 27 a seguir considerando-se o disposto nas Equações (5) e (6) e Tabela 3 e Tabela 4 anteriores, o qual constata-se os valores gerados para estes parâmetros ficaram abaixo de 0,10 tanto para a matriz de julgamento de critérios quanto das alternativas, conforme Tabela 27 a seguir (VASCONCELOS e MOTA, 2014).

Tabela 27 - Inconsistência Aleatória Média (IR) das matrizes de julgamentos de critérios

Matriz de Julgamentos Analisada	<i>n</i>	<i>l</i>_{max}	IC	RI	RC
Julgamento entre Critérios	10	10,828	0,092	1,490	0,062
Alimentadores à luz do Critério "A"	4	4,154	0,051	0,900	0,057
Alimentadores à luz do Critério "B"	4	4,111	0,037	0,900	0,041
Alimentadores à luz do Critério "C"	4	4,135	0,045	0,900	0,050
Alimentadores à luz do Critério "D"	4	4,096	0,032	0,900	0,036
Alimentadores à luz do Critério "E"	4	4,064	0,021	0,900	0,024
Alimentadores à luz do Critério "F"	4	4,095	0,032	0,900	0,035
Alimentadores à luz do Critério "G"	4	4,097	0,032	0,900	0,036
Alimentadores à luz do Critério "H"	4	4,125	0,042	0,900	0,046
Alimentadores à luz do Critério "I"	4	4,117	0,039	0,900	0,043
Alimentadores à luz do Critério "J"	4	4,080	0,027	0,900	0,030

5.1.2 Método AHP linearizado na priorização de construção de alimentadores

Conforme os procedimentos descritos anteriormente para a linearização das matrizes de julgamentos e alternativas aplicadas no AHP, a Tabela 28 apresenta a matriz de julgamentos dos critérios linearizada, tomando como referência o critério "A", pois a primeira linha capta todas as respostas dos especialistas sendo esta a média geométrica de todas as respostas dos especialistas em cada área.

Tabela 28 - Matriz de julgamentos dos critérios linearizada

Critérios	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	Autovetor
A	1,000	1,565	1,778	2,000	1,732	1,968	3,162	3,761	2,213	5,566	20,00%
B	0,639	1	1,136	1,278	1,107	1,257	2,021	2,403	1,414	3,557	12,78%
C	0,562	0,880	1	1,125	0,974	1,107	1,778	2,115	1,245	3,130	11,25%
D	0,500	0,783	0,889	1	0,866	0,984	1,581	1,880	1,107	2,783	10,00%
E	0,577	0,904	1,027	1,155	1	1,136	1,826	2,171	1,278	3,214	11,55%
F	0,508	0,795	0,904	1,016	0,880	1	1,607	1,911	1,125	2,828	10,16%
G	0,316	0,495	0,562	0,632	0,548	0,622	1	1,189	0,700	1,760	6,32%
H	0,266	0,416	0,473	0,532	0,461	0,523	0,841	1	0,589	1,480	5,32%
I	0,452	0,707	0,803	0,904	0,783	0,889	1,429	1,699	1	2,515	9,04%
J	0,180	0,281	0,319	0,359	0,311	0,354	0,568	0,676	0,398	1	3,59%

Nessa matriz gerada pelo processo de linearização, o autovalor $\lambda_{\max} = 10$, tendo em vista $\lambda_{\max} = n$, onde n é a dimensão da matriz, e por consequência, $RC = 0$, ou seja, a matriz se torna totalmente consistente.

Além disso, para todas as matrizes de comparação entre alternativas à luz de cada critério também foi realizado o processo de linearização tomando-se como referência o alimentador 01G1, tornando essas matrizes totalmente consistentes, conforme descrito nas Tabela 29 a Tabela 38 a seguir.

Tabela 29 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "A" linearizada

Alternativas	AL. 1 (01G1)	AL. 2 (01G2)	AL. 3 (01G3)	AL. 4 (01G4)	Autovetor
AL. 1 (01G1)	1	3,41	3,03	3,46	52,29%
AL. 2 (01G2)	0,29	1	0,89	1,02	15,34%
AL. 3 (01G3)	0,33	1,13	1	1,14	17,27%
AL. 4 (01G4)	0,29	0,98	0,87	1	15,10%

Tabela 30 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "B" linearizada

Alternativas	AL. 1 (01G1)	AL. 2 (01G2)	AL. 3 (01G3)	AL. 4 (01G4)	Autovetor
AL. 1 (01G1)	1	3,31	2,91	3,08	50,76%
AL. 2 (01G2)	0,30	1	0,88	0,93	15,34%
AL. 3 (01G3)	0,34	1,14	1	1,06	17,43%
AL. 4 (01G4)	0,32	1,07	0,95	1	16,48%

Tabela 31 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "C" linearizada

Alternativas	AL. 1 (01G1)	AL. 2 (01G2)	AL. 3 (01G3)	AL. 4 (01G4)	Autovetor
AL. 1 (01G1)	1	2,63	4,74	4,68	55,41%
AL. 2 (01G2)	0,38	1	1,80	1,78	21,05%
AL. 3 (01G3)	0,21	0,56	1	0,99	11,70%
AL. 4 (01G4)	0,21	0,56	1,01	1	11,84%

Tabela 32 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "D" linearizada

Alternativas	AL. 1 (01G1)	AL. 2 (01G2)	AL. 3 (01G3)	AL. 4 (01G4)	Autovetor
AL. 1 (01G1)	1	1,68	2,45	2,06	40,19%
AL. 2 (01G2)	0,59	1	1,46	1,22	23,90%
AL. 3 (01G3)	0,41	0,69	1	0,84	16,41%
AL. 4 (01G4)	0,49	0,82	1,19	1	19,51%

Tabela 33 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "E" linearizada

Alternativas	AL. 1 (01G1)	AL. 2 (01G2)	AL. 3 (01G3)	AL. 4 (01G4)	Autovetor
AL. 1 (01G1)	1	4,56	3,66	4,41	58,17%
AL. 2 (01G2)	0,22	1	0,80	0,97	12,76%
AL. 3 (01G3)	0,27	1,24	1	1,20	15,88%
AL. 4 (01G4)	0,23	1,03	0,83	1	13,19%

Tabela 34 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "F" linearizada

Alternativas	AL. 1 (01G1)	AL. 2 (01G2)	AL. 3 (01G3)	AL. 4 (01G4)	Autovetor
AL. 1 (01G1)	1	3,56	5,58	5,58	61,00%
AL. 2 (01G2)	0,28	1	1,57	1,57	17,15%
AL. 3 (01G3)	0,18	0,64	1	1,00	10,92%
AL. 4 (01G4)	0,18	0,64	1,00	1	10,92%

Tabela 35 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "G" linearizada

Alternativas	AL. 1 (01G1)	AL. 2 (01G2)	AL. 3 (01G3)	AL. 4 (01G4)	Autovetor
AL. 1 (01G1)	1	1,32	2,28	2,28	37,92%
AL. 2 (01G2)	0,76	1	1,73	1,73	28,81%
AL. 3 (01G3)	0,44	0,58	1	1,00	16,63%
AL. 4 (01G4)	0,44	0,58	1,00	1	16,63%

Tabela 36 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "H" linearizada

Alternativas	AL. 1 (01G1)	AL. 2 (01G2)	AL. 3 (01G3)	AL. 4 (01G4)	Autovetor
AL. 1 (01G1)	1	3,57	3,57	3,57	54,32%
AL. 2 (01G2)	0,28	1	1,00	1,00	15,23%
AL. 3 (01G3)	0,28	1,00	1	1,00	15,23%
AL. 4 (01G4)	0,28	1,00	1,00	1	15,23%

Tabela 37 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "I" linearizada

Alternativas	AL. 1 (01G1)	AL. 2 (01G2)	AL. 3 (01G3)	AL. 4 (01G4)	Autovetor
AL. 1 (01G1)	1	1,68	2,45	2,06	40,19%
AL. 2 (01G2)	0,59	1	1,46	1,22	23,90%
AL. 3 (01G3)	0,41	0,69	1	0,84	16,41%
AL. 4 (01G4)	0,49	0,82	1,19	1	19,51%

Tabela 38 - Avaliação dos alimentadores à luz do Critério "J" linearizada

Alternativas	AL. 1 (01G1)	AL. 2 (01G2)	AL. 3 (01G3)	AL. 4 (01G4)	Autovetor
AL. 1 (01G1)	1	3,31	5,05	5,05	58,87%
AL. 2 (01G2)	0,30	1	1,52	1,52	17,79%
AL. 3 (01G3)	0,20	0,66	1	1,00	11,67%
AL. 4 (01G4)	0,20	0,66	1,00	1	11,67%

A Tabela 39 apresenta o vetor Prioridade Global resultante das matrizes de julgamentos pareados dos critérios e alternativas linearizadas.

Tabela 39 - Matriz de julgamentos de alternativas vs critérios linearizados - Prioridade Global

Critérios Alimentador											Prioridade Global
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	
AL. 1 (01G1)	52,29%	50,76%	55,41%	40,19%	58,17%	61,00%	37,92%	54,32%	40,19%	58,87%	51,14%
AL. 2 (01G2)	15,34%	15,34%	21,05%	23,90%	12,76%	17,15%	28,81%	15,23%	23,90%	17,79%	18,43%
AL. 3 (01G3)	17,27%	17,43%	11,70%	16,41%	15,88%	10,92%	16,63%	15,23%	16,41%	11,67%	15,34%
AL. 4 (01G4)	15,10%	16,48%	11,84%	19,51%	13,19%	10,92%	16,63%	15,23%	19,51%	11,67%	15,08%

5.1.3 Método Fuzzy-AHP extent analysis na priorização de construção de alimentadores

Nas etapas de comparações ou julgamentos pareados dos critérios e alternativas, as mesmas matrizes de julgamento aplicadas no método AHP deste trabalho serviram de base para aplicação do *Fuzzy-AHP extent analysis* em questão. Obtém-se, dessa maneira, a matriz recíproca de julgamentos de critérios *fuzzyficada*, através da média geométrica das respostas dos especialistas, conforme apresentado na Tabela 40.

Tabela 40 – Matriz de julgamentos de critérios *fuzzyficada* com $\delta = 2,2$

	A			B			C			D			E			F			G			H			I			J		
	<i>l</i>	<i>m</i>	<i>u</i>																											
A	1,0	1,0	1,0	0,3	1,6	3,8	0,3	1,8	4,0	0,3	2,0	4,2	0,3	1,7	3,9	0,3	2,0	4,2	1,0	3,2	5,4	1,6	3,8	6,0	0,0	2,2	4,4	3,4	5,6	7,8
B	0,3	0,6	3,2	1,0	1,0	1,0	0,3	1,7	3,9	1,0	3,2	5,4	0,6	2,8	5,0	0,1	2,3	4,5	4,0	6,2	8,4	3,0	5,2	7,4	1,6	3,8	6,0	4,4	6,6	8,8
C	0,3	0,6	3,2	0,3	0,6	3,2	1,0	1,0	1,0	0,9	3,1	5,3	0,8	3,0	5,2	1,0	3,2	5,4	3,8	6,0	8,2	1,6	3,8	6,0	1,8	4,0	6,2	4,7	6,9	9,0
D	0,2	0,5	3,2	0,2	0,3	1,0	1,0	1,0	1,0	0,3	1,8	4,0	0,3	1,5	3,7	0,9	3,1	5,3	1,6	3,8	6,0	2,3	4,5	6,7	4,1	6,3	8,5	4,1	6,3	8,5
E	0,3	0,6	3,2	0,2	0,4	1,6	0,2	0,3	1,3	1,0	1,0	1,0	0,3	2,1	4,3	1,2	3,4	5,6	0,8	3,0	5,2	1,5	3,7	5,9	4,7	6,9	9,0	4,7	6,9	9,0
F	0,2	0,5	3,2	0,2	0,4	7,1	0,2	0,3	1,0	0,3	0,7	3,2	0,2	0,5	3,2	1,0	1,0	1,0	0,2	2,4	4,6	0,2	2,4	4,6	0,1	2,3	4,5	6,0	8,2	9,0
G	0,2	0,3	1,0	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,3	0,2	0,3	1,1	0,2	0,3	0,8	0,2	0,4	5,6	1,0	1,0	1,0	0,3	2,1	4,3	0,3	1,7	3,9	1,5	3,7	5,9
H	0,2	0,3	0,6	0,1	0,2	0,3	0,2	0,3	0,6	0,2	0,3	0,6	0,2	0,3	1,2	0,2	0,4	4,0	0,2	0,5	3,2	1,0	1,0	1,0	0,3	1,7	3,9	2,6	4,8	7,0
I	0,2	0,5	74,8	0,2	0,3	0,6	0,2	0,3	0,6	0,1	0,2	0,4	0,2	0,3	0,7	0,2	0,4	7,1	0,3	0,6	3,2	0,3	0,6	3,2	1,0	1,0	1,0	3,8	6,0	8,2
J	0,1	0,2	0,3	0,1	0,2	0,2	0,1	0,1	0,2	0,1	0,2	0,2	0,1	0,1	0,2	0,1	0,1	0,2	0,2	0,3	0,7	0,1	0,2	0,4	0,1	0,2	0,3	1,0	1,0	1,0

Analogamente, as matrizes *fuzzyficadas* de julgamento das alternativas, com grau de *fuzzyficação* $\delta = 2,2$ são apresentadas nas Tabela 41 a Tabela 50 a seguir, com a média geométrica das respostas dos especialistas em cada área.

O grau de *fuzzyficação* adotado de 2,2 foi o valor mínimo utilizado de forma a se obter todos os valores não-nulos nas matrizes de comparação pareadas de critérios e alternativas, que segundo Saxena, Jain, *et al.* (2010) quanto maior for a imprecisão do participante no processo decisório, maior será o grau de *fuzzyficação*.

Tabela 41 – Matriz *fuzzyficada* à luz do Critério: Atender o Crescimento de Mercado

	AL. 1 (01G1)			AL. 2 (01G2)			AL. 3 (01G3)			AL. 4 (01G4)		
AL. 1 (01G1)	1,00	1,00	1,00	0,88	3,08	5,28	0,83	3,03	5,23	1,26	3,46	5,66
AL. 2 (01G2)	0,19	0,32	1,14	1,00	1,00	1,00	0,01	2,21	4,41	0,45	1,57	3,77
AL. 3 (01G3)	0,19	0,33	1,21	0,23	0,45	74,83	1,00	1,00	1,00	0,45	2,00	4,20
AL. 4 (01G4)	0,18	0,29	0,79	0,27	0,64	2,20	0,24	0,50	2,20	1,00	1,00	1,00

Tabela 42 – Matriz *fuzzyficada* à luz do Critério: Maior Redistribuição de Carga (Carregamento)

	AL. 1 (01G1)			AL. 2 (01G2)			AL. 3 (01G3)			AL. 4 (01G4)		
AL. 1 (01G1)	1,00	1,00	1,00	1,11	3,31	5,51	0,71	2,91	5,11	0,88	3,08	5,28
AL. 2 (01G2)	0,18	0,30	0,90	1,00	1,00	1,00	0,01	2,21	4,41	0,45	2,06	4,26
AL. 3 (01G3)	0,20	0,34	1,40	0,23	0,45	74,83	1,00	1,00	1,00	0,45	1,41	3,61
AL. 4 (01G4)	0,19	0,32	1,14	0,23	0,49	2,20	0,28	0,71	2,20	1,00	1,00	1,00

Tabela 43 – Matriz *fuzzyficada* à luz do Critério: Melhorar o Perfil de Tensão

	AL. 1 (01G1)			AL. 2 (01G2)			AL. 3 (01G3)			AL. 4 (01G4)		
AL. 1 (01G1)	1,00	1,00	1,00	0,43	2,63	0,34	2,54	4,74	6,94	2,48	4,68	6,88
AL. 2 (01G2)	2,96	0,38	2,31	1,00	1,00	1,00	1,02	3,22	5,42	0,51	2,71	4,91
AL. 3 (01G3)	0,14	0,21	0,39	0,18	0,31	0,98	1,00	1,00	1,00	0,01	2,21	4,41
AL. 4 (01G4)	0,15	0,21	0,40	0,20	0,37	1,96	0,23	0,45	74,83	1,00	1,00	1,00

Tabela 44 – Matriz *fuzzyficada* à luz do Critério: Aumentar os Recursos Operacionais e Manobras

	AL. 1 (01G1)			AL. 2 (01G2)			AL. 3 (01G3)			AL. 4 (01G4)		
AL. 1 (01G1)	1,00	1,00	1,00	0,45	1,68	3,88	0,25	2,45	4,65	0,45	2,06	4,26
AL. 2 (01G2)	0,26	0,59	2,20	1,00	1,00	1,00	0,25	2,45	4,65	0,45	1,57	3,77
AL. 3 (01G3)	0,22	0,41	4,01	0,22	0,41	4,01	1,00	1,00	1,00	0,45	1,57	3,77
AL. 4 (01G4)	0,23	0,49	2,20	0,27	0,64	2,20	0,27	0,64	2,20	1,00	1,00	1,00

Tabela 45 – Matriz *fuzzyficada* à luz do Critério: Maior Números de Clientes Beneficiados

	AL. 1 (01G1)			AL. 2 (01G2)			AL. 3 (01G3)			AL. 4 (01G4)		
AL. 1 (01G1)	1,00	1,00	1,00	2,36	4,56	6,76	1,46	3,66	5,86	2,21	4,41	6,61
AL. 2 (01G2)	0,15	0,22	0,42	1,00	1,00	1,00	0,45	1,68	3,88	0,45	1,73	3,93
AL. 3 (01G3)	0,17	0,27	0,68	0,26	0,59	2,20	1,00	1,00	1,00	0,45	1,41	3,61
AL. 4 (01G4)	0,15	0,23	0,45	0,25	0,58	2,20	0,28	0,71	2,20	1,00	1,00	1,00

Tabela 46 – Matriz *fuzzyficada* à luz do Critério: Reduzir DEC

	AL. 1 (01G1)			AL. 2 (01G2)			AL. 3 (01G3)			AL. 4 (01G4)		
AL. 1 (01G1)	1,00	1,00	1,00	1,36	3,56	5,76	3,38	5,58	7,78	3,38	5,58	7,78
AL. 2 (01G2)	0,17	0,28	0,74	1,00	1,00	1,00	0,31	2,51	4,71	1,36	3,56	5,76
AL. 3 (01G3)	0,13	0,18	0,30	0,21	0,40	3,18	1,00	1,00	1,00	0,45	2,00	4,20
AL. 4 (01G4)	0,13	0,18	0,30	0,17	0,28	0,74	0,24	0,50	2,20	1,00	1,00	1,00

Tabela 47 – Matriz *fuzzyficada* à luz do Critério: Maior Atendimento a Cargas Especiais

	AL. 1 (01G1)			AL. 2 (01G2)			AL. 3 (01G3)			AL. 4 (01G4)		
AL. 1 (01G1)	1,00	1,00	1,00	0,45	1,32	3,52	0,08	2,28	4,48	0,08	2,28	4,48
AL. 2 (01G2)	0,28	0,76	2,20	1,00	1,00	1,00	0,25	2,45	4,65	0,45	1,19	3,39
AL. 3 (01G3)	0,22	0,44	12,58	0,22	0,41	4,01	1,00	1,00	1,00	0,45	1,41	3,61
AL. 4 (01G4)	0,22	0,44	12,58	0,30	0,84	2,20	0,28	0,71	2,20	1,00	1,00	1,00

Tabela 48 – Matriz *fuzzyficada* à luz do Critério: Reduzir Perdas Técnicas

	AL. 1 (01G1)			AL. 2 (01G2)			AL. 3 (01G3)			AL. 4 (01G4)		
AL. 1 (01G1)	1,00	1,00	1,00	1,37	3,57	5,77	1,37	3,57	5,77	1,37	3,57	5,77
AL. 2 (01G2)	0,17	0,28	0,73	1,00	1,00	1,00	0,45	1,86	4,06	0,31	1,00	3,20
AL. 3 (01G3)	0,17	0,28	0,73	0,25	0,54	2,20	1,00	1,00	1,00	0,45	1,68	3,88
AL. 4 (01G4)	0,17	0,28	0,73	0,31	1,00	3,20	0,26	0,59	2,20	1,00	1,00	1,00

Tabela 49 – Matriz *fuzzyficada* à luz do Critério: Reduzir FEC

	AL. 1 (01G1)			AL. 2 (01G2)			AL. 3 (01G3)			AL. 4 (01G4)		
AL. 1 (01G1)	1,00	1,00	1,00	0,45	1,68	3,88	0,25	2,45	4,65	0,45	2,06	4,26
AL. 2 (01G2)	0,26	0,59	2,20	1,00	1,00	1,00	0,71	2,91	5,11	1,21	3,41	5,61
AL. 3 (01G3)	0,22	0,41	4,01	0,20	0,34	1,40	1,00	1,00	1,00	0,45	1,41	3,61
AL. 4 (01G4)	0,23	0,49	2,20	0,18	0,29	0,83	0,28	0,71	2,20	1,00	1,00	1,00

Tabela 50 – Matriz *fuzzyficada* à luz do Critério: Redes com maior quantidade de Geração Distribuída

	AL. 1 (01G1)			AL. 2 (01G2)			AL. 3 (01G3)			AL. 4 (01G4)		
AL. 1 (01G1)	1,00	1,00	1,00	1,11	3,31	5,51	2,85	5,05	7,25	2,85	5,05	7,25
AL. 2 (01G2)	0,18	0,30	0,90	1,00	1,00	1,00	0,01	2,21	4,41	0,51	2,71	4,91
AL. 3 (01G3)	0,14	0,20	0,35	0,23	0,45	74,83	1,00	1,00	1,00	0,45	2,06	4,26
AL. 4 (01G4)	0,14	0,20	0,35	0,20	0,37	1,96	0,23	0,49	2,20	1,00	1,00	1,00

A obtenção dos pesos dos critérios considerados se dá a partir das equações aplicadas na metodologia *Fuzzy-AHP* descrita anteriormente, e cálculos contidos nas Tabela 51 a Tabela 65.

Tabela 51 – Soma das linhas na matriz de julgamentos de critérios

	$\sum_{j=1}^m l_{ij}$	$\sum_{j=1}^m m_{ij}$	$\sum_{j=1}^m u_{ij}$
A	8,465	24,746	44,546
B	16,334	33,477	53,638
C	16,059	32,107	52,671
D	11,194	23,166	40,545
E	10,455	21,932	40,260
F	8,726	18,777	41,492
G	4,160	10,198	24,182
H	5,207	9,748	22,590
I	6,404	10,053	99,820
J	2,126	2,545	3,662

Tabela 52 – Somatório da soma de cada linha da matriz de julgamentos de critérios

$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m l_{ij}$	$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m m_{ij}$	$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m u_{ij}$
89,131	186,750	423,406

$$\left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m M_{g_i}^j \right]^{-1} = (0,0024 ; 0,0054; 0,0112) \quad (44)$$

Dessa maneira, a partir dos dados anteriores, pode-se calcular as Medidas Sintéticas *Fuzzy* (S) conforme Equação (28).

Tabela 53 – Cálculo das medidas sintéticas *fuzzy* para cada critério

	Medidas Sintéticas <i>Fuzzy</i>		
S1	0,020	0,133	0,500
S2	0,039	0,179	0,602
S3	0,038	0,172	0,591
S4	0,026	0,124	0,455
S5	0,025	0,117	0,452
S6	0,021	0,101	0,466
S7	0,010	0,055	0,271
S8	0,012	0,052	0,253
S9	0,015	0,054	1,120
S10	0,005	0,014	0,041

Posteriormente, comparam-se entre si através das Equações em (32), obtendo-se as Tabela 54 e Tabela 55.

Tabela 54 – Comparação entre as medidas sintéticas *fuzzy* para cada critério (parte 1)

Comparação	valor	...								
V(S1 ≥ S2)=	0,91	V(S1 ≥ S3)=	0,92	V(S1 ≥ S4)=	1,00	V(S1 ≥ S5)=	1,00	V(S1 ≥ S6)=	1,00	...
V(S2 ≥ S1)=	1,00	V(S2 ≥ S3)=	1,00	V(S2 ≥ S4)=	1,00	V(S2 ≥ S5)=	1,00	V(S2 ≥ S6)=	1,00	...
V(S3 ≥ S1)=	1,00	V(S3 ≥ S2)=	0,99	V(S3 ≥ S4)=	1,00	V(S3 ≥ S5)=	1,00	V(S3 ≥ S6)=	1,00	...
V(S4 ≥ S1)=	0,98	V(S4 ≥ S2)=	0,88	V(S4 ≥ S3)=	0,90	V(S4 ≥ S5)=	1,00	V(S4 ≥ S6)=	1,00	...
V(S5 ≥ S1)=	0,97	V(S5 ≥ S2)=	0,87	V(S5 ≥ S3)=	0,88	V(S5 ≥ S4)=	0,98	V(S5 ≥ S6)=	1,00	...
V(S6 ≥ S1)=	0,93	V(S6 ≥ S2)=	0,84	V(S6 ≥ S3)=	0,86	V(S6 ≥ S4)=	0,95	V(S6 ≥ S5)=	0,96	...
V(S7 ≥ S1)=	0,76	V(S7 ≥ S2)=	0,65	V(S7 ≥ S3)=	0,67	V(S7 ≥ S4)=	0,78	V(S7 ≥ S5)=	0,80	...
V(S8 ≥ S1)=	0,74	V(S8 ≥ S2)=	0,63	V(S8 ≥ S3)=	0,64	V(S8 ≥ S4)=	0,76	V(S8 ≥ S5)=	0,78	...
V(S9 ≥ S1)=	0,93	V(S9 ≥ S2)=	0,90	V(S9 ≥ S3)=	0,90	V(S9 ≥ S4)=	0,94	V(S9 ≥ S5)=	0,95	...
V(S10 ≥ S1)=	0,15	V(S10 ≥ S2)=	0,01	V(S10 ≥ S3)=	0,02	V(S10 ≥ S4)=	0,12	V(S10 ≥ S5)=	0,14	...

Tabela 55 – Comparação entre as medidas sintéticas *fuzzy* para cada critério (parte 2)

...	Comparação	valor	Comparação	valor	Comparação	valor	Comparação	valor	Menor	Normaliz.
...	V(S1 ≥ S7)=	1,00	V(S1 ≥ S8)=	1,00	V(S1 ≥ S9)=	1,00	V(S1 ≥ S10)=	1,00	0,91	11,82%
...	V(S2 ≥ S7)=	1,00	V(S2 ≥ S8)=	1,00	V(S2 ≥ S9)=	1,00	V(S2 ≥ S10)=	1,00	1,00	13,02%
...	V(S3 ≥ S7)=	1,00	V(S3 ≥ S8)=	1,00	V(S3 ≥ S9)=	1,00	V(S3 ≥ S10)=	1,00	0,99	12,85%
...	V(S4 ≥ S7)=	1,00	V(S4 ≥ S8)=	1,00	V(S4 ≥ S9)=	1,00	V(S4 ≥ S10)=	1,00	0,88	11,49%
...	V(S5 ≥ S7)=	1,00	V(S5 ≥ S8)=	1,00	V(S5 ≥ S9)=	1,00	V(S5 ≥ S10)=	1,00	0,87	11,32%
...	V(S6 ≥ S7)=	1,00	V(S6 ≥ S8)=	1,00	V(S6 ≥ S9)=	1,00	V(S6 ≥ S10)=	1,00	0,84	10,99%
...	V(S7 ≥ S6)=	0,85	V(S7 ≥ S8)=	1,00	V(S7 ≥ S9)=	1,00	V(S7 ≥ S10)=	1,00	0,65	8,48%
...	V(S8 ≥ S6)=	0,83	V(S8 ≥ S7)=	0,99	V(S8 ≥ S9)=	0,99	V(S8 ≥ S10)=	1,00	0,63	8,18%
...	V(S9 ≥ S6)=	0,96	V(S9 ≥ S7)=	1,00	V(S9 ≥ S8)=	1,00	V(S9 ≥ S10)=	1,00	0,90	11,66%
...	V(S10 ≥ S6)=	0,19	V(S10 ≥ S7)=	0,43	V(S10 ≥ S8)=	0,43	V(S10 ≥ S9)=	0,39	0,01	0,19%

A obtenção das medidas sintéticas das alternativas consideradas para as comparações pareadas entre os alimentadores, segundo cada critério, segue o mesmo processo anteriormente descrito para as matrizes de critérios.

Tabela 56 – Comparação de medidas sintéticas *fuzzy* entre alternativas – segundo critério “A”

Comparação	Valor	Comparação	Valor	Comparação	Valor	Menor valor	Normalizado
$V(S1 \geq S2)=$	1,00	$V(S1 \geq S3)=$	1,00	$V(S1 \geq S4)=$	1,00	1,00	29,31%
$V(S2 \geq S1)=$	0,81	$V(S2 \geq S3)=$	1,00	$V(S2 \geq S4)=$	1,00	0,81	23,84%
$V(S3 \geq S1)=$	0,97	$V(S3 \geq S2)=$	0,99	$V(S3 \geq S4)=$	1,00	0,97	28,32%
$V(S4 \geq S1)=$	0,63	$V(S4 \geq S2)=$	0,84	$V(S4 \geq S3)=$	0,91	0,63	18,53%

Tabela 57 – Comparação de medidas sintéticas *fuzzy* entre alternativas – segundo critério “B”

Comparação	Valor	Comparação	Valor	Comparação	Valor	Menor valor	Normalizado
$V(S1 \geq S2)=$	1,00	$V(S1 \geq S3)=$	1,00	$V(S1 \geq S4)=$	1,00	1,00	28,86%
$V(S2 \geq S1)=$	0,84	$V(S2 \geq S3)=$	1,00	$V(S2 \geq S4)=$	1,00	0,84	24,25%
$V(S3 \geq S1)=$	0,96	$V(S3 \geq S2)=$	0,99	$V(S3 \geq S4)=$	1,00	0,96	27,84%
$V(S4 \geq S1)=$	0,66	$V(S4 \geq S2)=$	0,84	$V(S4 \geq S3)=$	0,96	0,66	19,05%

Tabela 58 – Comparação de medidas sintéticas *fuzzy* entre alternativas – segundo critério “C”

Comparação	Valor	Comparação	Valor	Comparação	Valor	Menor valor	Normalizado
$V(S1 \geq S2)=$	1,00	$V(S1 \geq S3)=$	1,00	$V(S1 \geq S4)=$	1,00	1,00	30,76%
$V(S2 \geq S1)=$	0,80	$V(S2 \geq S3)=$	1,00	$V(S2 \geq S4)=$	1,00	0,80	24,52%
$V(S3 \geq S1)=$	0,53	$V(S3 \geq S2)=$	0,75	$V(S3 \geq S4)=$	1,00	0,53	16,26%
$V(S4 \geq S1)=$	0,93	$V(S4 \geq S2)=$	0,96	$V(S4 \geq S3)=$	0,99	0,93	28,46%

Tabela 59 – Comparação de medidas sintéticas *fuzzy* entre alternativas – segundo critério “D”

Comparação	Valor	Comparação	Valor	Comparação	Valor	Menor valor	Normalizado
$V(S1 \geq S2)=$	1,00	$V(S1 \geq S3)=$	1,00	$V(S1 \geq S4)=$	1,00	1,00	27,53%
$V(S2 \geq S1)=$	0,95	$V(S2 \geq S3)=$	1,00	$V(S2 \geq S4)=$	1,00	0,95	26,02%
$V(S3 \geq S1)=$	0,89	$V(S3 \geq S2)=$	0,93	$V(S3 \geq S4)=$	1,00	0,89	24,45%
$V(S4 \geq S1)=$	0,80	$V(S4 \geq S2)=$	0,86	$V(S4 \geq S3)=$	0,97	0,80	22,00%

Tabela 60 – Comparação de medidas sintéticas *fuzzy* entre alternativas – segundo critério “E”

Comparação	Valor	Comparação	Valor	Comparação	Valor	Menor valor	Normalizado
$V(S1 \geq S2)=$	1,00	$V(S1 \geq S3)=$	1,00	$V(S1 \geq S4)=$	1,00	1,00	40,11%
$V(S2 \geq S1)=$	0,60	$V(S2 \geq S3)=$	1,00	$V(S2 \geq S4)=$	1,00	0,60	24,15%
$V(S3 \geq S1)=$	0,50	$V(S3 \geq S2)=$	0,91	$V(S3 \geq S4)=$	1,00	0,50	20,01%
$V(S4 \geq S1)=$	0,39	$V(S4 \geq S2)=$	0,82	$V(S4 \geq S3)=$	0,93	0,39	15,73%

Tabela 61 – Comparação de medidas sintéticas *fuzzy* entre alternativas – segundo critério “F”

Comparação	Valor	Comparação	Valor	Comparação	Valor	Menor valor	Normalizado
$V(S1 \geq S2)=$	1,00	$V(S1 \geq S3)=$	1,00	$V(S1 \geq S4)=$	1,00	1,00	43,63%
$V(S2 \geq S1)=$	0,67	$V(S2 \geq S3)=$	1,00	$V(S2 \geq S4)=$	1,00	0,67	29,42%
$V(S3 \geq S1)=$	0,47	$V(S3 \geq S2)=$	0,79	$V(S3 \geq S4)=$	1,00	0,47	20,44%
$V(S4 \geq S1)=$	0,15	$V(S4 \geq S2)=$	0,53	$V(S4 \geq S3)=$	0,81	0,15	6,50%

Tabela 62 – Comparação de medidas sintéticas *fuzzy* entre alternativas – segundo critério “G”

Comparação	Valor	Comparação	Valor	Comparação	Valor	Menor valor	Normalizado
$V(S1 \geq S2)=$	1,00	$V(S1 \geq S3)=$	1,00	$V(S1 \geq S4)=$	1,00	1,00	26,26%
$V(S2 \geq S1)=$	0,95	$V(S2 \geq S3)=$	1,00	$V(S2 \geq S4)=$	1,00	0,95	24,95%
$V(S3 \geq S1)=$	0,94	$V(S3 \geq S2)=$	0,96	$V(S3 \geq S4)=$	1,00	0,94	24,60%
$V(S4 \geq S1)=$	0,92	$V(S4 \geq S2)=$	0,95	$V(S4 \geq S3)=$	0,99	0,92	24,18%

Tabela 63 – Comparação de medidas sintéticas *fuzzy* entre alternativas – segundo critério “H”

Comparação	Valor	Comparação	Valor	Comparação	Valor	Menor valor	Normalizado
$V(S1 \geq S2)=$	1,00	$V(S1 \geq S3)=$	1,00	$V(S1 \geq S4)=$	1,00	1,00	34,68%
$V(S2 \geq S1)=$	0,68	$V(S2 \geq S3)=$	1,00	$V(S2 \geq S4)=$	1,00	0,68	23,58%
$V(S3 \geq S1)=$	0,62	$V(S3 \geq S2)=$	0,96	$V(S3 \geq S4)=$	1,00	0,62	21,63%
$V(S4 \geq S1)=$	0,58	$V(S4 \geq S2)=$	0,92	$V(S4 \geq S3)=$	0,96	0,58	20,11%

Tabela 64 – Comparação de medidas sintéticas *fuzzy* entre alternativas – segundo critério “I”

Comparação	Valor	Comparação	Valor	Comparação	Valor	Menor valor	Normalizado
$V(S1 \geq S2)=$	0,98	$V(S1 \geq S3)=$	1,00	$V(S1 \geq S4)=$	1,00	0,98	27,88%
$V(S2 \geq S1)=$	1,00	$V(S2 \geq S3)=$	1,00	$V(S2 \geq S4)=$	1,00	1,00	28,53%
$V(S3 \geq S1)=$	0,85	$V(S3 \geq S2)=$	0,82	$V(S3 \geq S4)=$	1,00	0,82	23,45%
$V(S4 \geq S1)=$	0,74	$V(S4 \geq S2)=$	0,71	$V(S4 \geq S3)=$	0,95	0,71	20,14%

Tabela 65 – Comparação de medidas sintéticas *fuzzy* entre alternativas – segundo critério “J”

Comparação	Valor	Comparação	Valor	Comparação	Valor	Menor valor	Normalizado
$V(S1 \geq S2)=$	1,00	$V(S1 \geq S3)=$	1,00	$V(S1 \geq S4)=$	1,00	1,00	32,30%
$V(S2 \geq S1)=$	0,72	$V(S2 \geq S3)=$	1,00	$V(S2 \geq S4)=$	1,00	0,72	23,32%
$V(S3 \geq S1)=$	0,94	$V(S3 \geq S2)=$	0,98	$V(S3 \geq S4)=$	1,00	0,94	30,31%
$V(S4 \geq S1)=$	0,44	$V(S4 \geq S2)=$	0,72	$V(S4 \geq S3)=$	0,87	0,44	14,07%

O grau de possibilidade de um dado número *fuzzy* S ser maior que vários outros números *fuzzy* deve ser calculado através das expressões anteriormente descritas. Dessa forma, após

todas as comparações realizadas das medidas sintéticas *fuzzy*, a comparação global do “S” de um elemento “C_i” com o de todos os demais são definidas pela expressão (36).

Os vetores pesos finais das alternativas, considerando a ponderação pelos pesos dos critérios, são definidos da seguinte maneira:

$$W'_C \times W_A \quad (45)$$

Na qual W'_C é o vetor linha transposto normalizado dos pesos dos critérios e W_A é o vetor normalizado dos pesos das alternativas segundo cada um dos critérios, possuindo dimensão $n \times n'$, sendo n o número de critérios e n' , o número de alternativas (LINHARES, GUSSEN e RIBAS, 2012).

Nas Tabela 66 e Tabela 67 apresentam-se os vetores pesos W'_C e W_A dos critérios e alternativas normalizados em termos percentuais, respectivamente, obtendo-se a ordem de Prioridade Global de construção dos alimentadores conforme método *Fuzzy-AHP extent analysis* desenvolvido.

Tabela 66 – Vetor peso (W'_C) relativo aos critérios normalizada

Critérios	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
W'	11,82%	13,02%	12,85%	11,49%	11,32%	10,99%	8,48%	8,18%	11,66%	0,19%

Tabela 67 – Vetores pesos (W_A) relativo as alternativas à luz de cada critério normalizada

Alternativas	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	Prioridade Global
01G1	29,31%	28,86%	30,76%	27,53%	40,11%	43,63%	26,26%	34,68%	27,88%	32,30%	32,05%
01G2	23,84%	24,25%	24,52%	26,02%	24,15%	29,42%	24,95%	23,58%	28,53%	23,32%	25,50%
01G3	28,32%	27,84%	16,26%	24,45%	20,01%	20,44%	24,60%	21,63%	23,45%	30,31%	23,03%
01G4	18,53%	19,05%	28,46%	22,00%	15,73%	6,50%	24,18%	20,11%	20,14%	14,07%	19,42%

5.1.4 Método AHP Fuzzy híbrido na priorização de construção de alimentadores

Inicialmente, para aplicação do modelo AHP *Fuzzy* híbrido desenvolvido utiliza-se os mesmos critérios já definidos para a tomada de decisão aplicados no AHP tradicional, de forma a se obter a matriz de comparação entre estes e determinar a sua importância, conforme o peso obtido pelo autovetor dessa matriz.

Ou seja, cada um dos 10 (dez) critérios considerados no método AHP tradicional é tomado como uma entrada nesse sistema e definidos como variáveis linguísticas, em que tem-se como suas funções de pertinência 03 (três) triângulos *fuzzy* e seus termos linguísticos, sendo estes

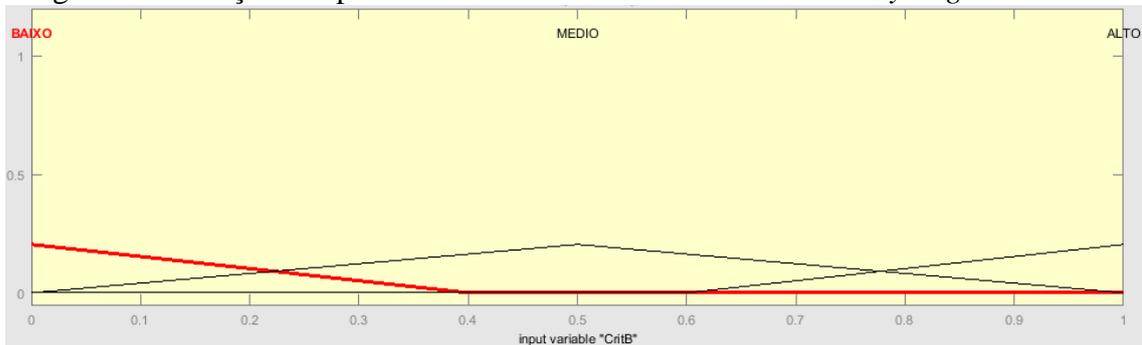
descritos como: BAIXO, MÉDIO e ALTO. Na Tabela 68 pode-se visualizar o autovetor obtido da matriz de comparação pareada no AHP tradicional o que corresponde ao peso de cada critério no modelo em questão.

Tabela 68 – Autovetor da matriz de comparação entre critérios AHP tradicional

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
17,22%	20,43%	18,59%	11,14%	10,20%	8,07%	4,42%	4,09%	4,20%	1,62%

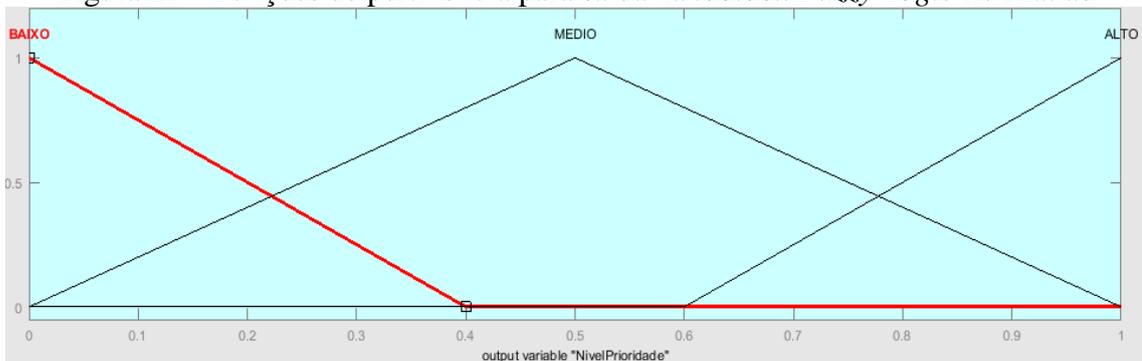
Dessa forma, os pesos obtidos através do autovetor da matriz de comparação de julgamentos entre critérios servirão para definição da altura de cada uma das funções de pertinência triangulares, conforme Figura 23 para variável de entrada critério “B”.

Figura 23 – Funções de pertinência do critério “B” na *toolbox Fuzzy Logic* no Matlab



Para saída do sistema, contendo o nível de prioridade do alimentador, também foram determinados os termos linguísticos: BAIXO, MÉDIO e ALTO, no entanto, com altura dos triângulos *fuzzy* igual a 1, conforme Figura 24 a seguir.

Figura 24 – Funções de pertinência para saída na *toolbox Fuzzy Logic* no Matlab



Para o sistema em questão, cada variável linguística definida como um critério possui três termos linguísticos associados, ou seja, levando em conta todos os dez critérios e os três termos linguísticos definidos, a quantidade de regras para o sistema é descrita na Equação (46).

$$\text{Quant. Regras} = 3^{10} = 59.049 \quad (46)$$

Os termos linguísticos BAIXO, MÉDIO e ALTO, no algoritmo a ser implementado, correspondem ao valor 1, 2 e 3, respectivamente. No entanto, normalizando estes valores entre 0 e 1, tem-se:

Tabela 69 – Termos linguísticos normalizados

Termo Linguístico	Valor Real	Valor Normalizado [0, 1]
BAIXO	1	0
MÉDIO	2	0,5
ALTO	3	1

Dessa maneira, a formação das regras do sistema implementado consiste da relação entre os pesos obtidos da matriz de comparação pareada entre critérios obtidos no AHP tradicional e a média ponderada para o valor de saída da regra, conforme descrito na Equação (42) anterior.

Tabela 70 – Exemplo de formação do conjunto de regras para o sistema híbrido

ENTRADA (Critérios)															SAÍDA REGRA (Média Ponderada)							
PESOS		17,22%		20,43%		18,59%		11,14%		10,20%		8,07%		4,42%			4,09%		4,20%		1,62%	
Nº Regra	se	A	e	B	e	C	e	D	e	E	e	F	e	G	e	H	e	I	e	J	então	
100	se	0	e	0	e	0	e	0	e	0	e	0,5	e	0	e	1	e	0	e	0	então	8,13%
28.186	se	0,5	e	0,5	e	0	e	1	e	0,5	e	1	e	1	e	1	e	1	e	0	então	55,86%
59.049	se	1	e	1	e	1	e	1	e	1	e	1	e	1	e	1	e	1	e	1	então	100,00%

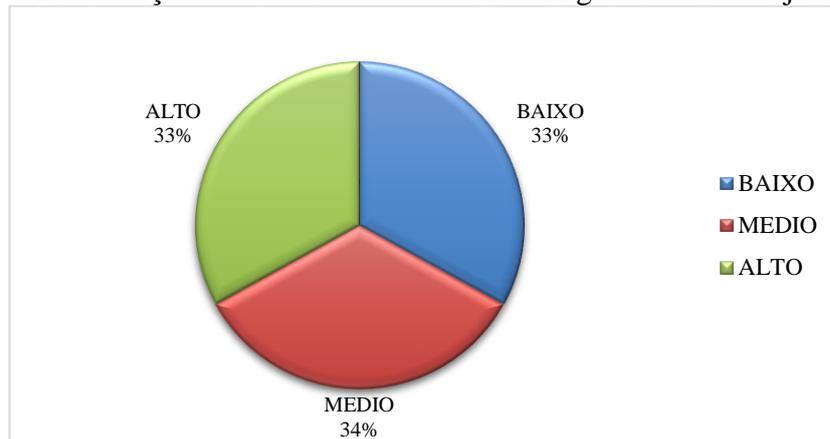
No entanto, o valor de saída das regras em termos percentuais não define o termo linguístico correspondente. Faz-se necessário a delimitação do intervalo de definição dos referidos termos linguísticos, de forma que, para o conjunto de regras, tem-se o seguinte intervalo para definição da saída conforme Tabela 71 apresentada.

Tabela 71 – Intervalos dos termos linguísticos

Termo Linguístico	Intervalo
BAIXO	$0 \leq t_x \leq 43\%$
MÉDIO	$43\% < t_x \leq 57\%$
ALTO	$57\% < t_x \leq 100\%$

Os limites descritos na tabela anterior para o resultado da combinação dos termos linguísticos de cada critério foram determinados de acordo com a quantidade de combinações possíveis, de forma a equilibrar ao máximo a quantidade de termos linguísticos resultantes no conjunto total de regras, como visualiza-se na Figura 25.

Figura 25 – Distribuição dos resultados dos termos linguísticos no conjunto de regras



Como o intervalo de dados deve estar entre os valores [0 1], a normalização dos ganhos dos alimentadores é necessária. Esta normalização foi feita para cada linha contendo o critério, o qual considerou-se atributos de maximização com valor máximo 1 e mínimo 0, conforme Piltan, Mehmanchi e Ghaderi (2012). O resultado dos ganhos dos alimentadores normalizados entre [0 1] com a entrada em operação destes no sistema pode ser visto na Tabela 72.

Tabela 72 – Ganhos dos alimentadores normalizados entre [0 1] – caso 1

Critério	Ganhos Reais sem Normalização				Ganhos Normalizados $(z_i^k)_N = \frac{z_i^k - z_{min}^k}{z_{max}^k - z_{min}^k}$			
	01G1	01G2	01G3	01G4	01G1	01G2	01G3	01G4
A	3,35	3,28	3,26	3,28	1,000	0,222	0,000	0,222
B	75,00	53,30	83,20	52,35	0,734	0,031	1,000	0,000
C	6,10	6,00	1,00	3,50	1,000	0,980	0,000	0,490
D	4	6	7	4	0,000	0,667	1,000	0,000
E	3.030	1.437	2.664	2.010	1,000	0,000	0,770	0,360
F	4,64	3,75	0,19	0,89	1,000	0,800	0,000	0,157
G	2	3	11	4	0,000	0,111	1,000	0,222
H	53,33	2,38	0,20	3,96	1,000	0,041	0,000	0,071
I	2,38	1,93	0,86	1,67	1,000	0,704	0,000	0,533
J	143,82	92,9	31	64	1,000	0,549	0,000	0,293

Consoante ao contexto relatado, utilizou-se como ferramenta computacional algoritmos desenvolvidos no software Matlab com aplicação da *toolbox* denominada *Fuzzy Logic*, possibilitando analisar as variáveis que compõem a concepção tecnológica do referido modelo de forma que os resultados e inferências obtidos possibilitem subsidiar a tomada de decisão de forma independente das matrizes de comparação entre alternativas.

Tabela 73 – Resultado do sistema AHP *Fuzzy* híbrido na priorização de alimentadores – caso 1

Alternativas	Nível de Prioridade	Nível de Prioridade Normalizada pela soma
01G1	80,50%	40,36%
01G2	49,93%	25,04%
01G3	49,50%	24,82%
01G4	19,50%	9,78%

5.1.5 Resultados obtidos – caso 1

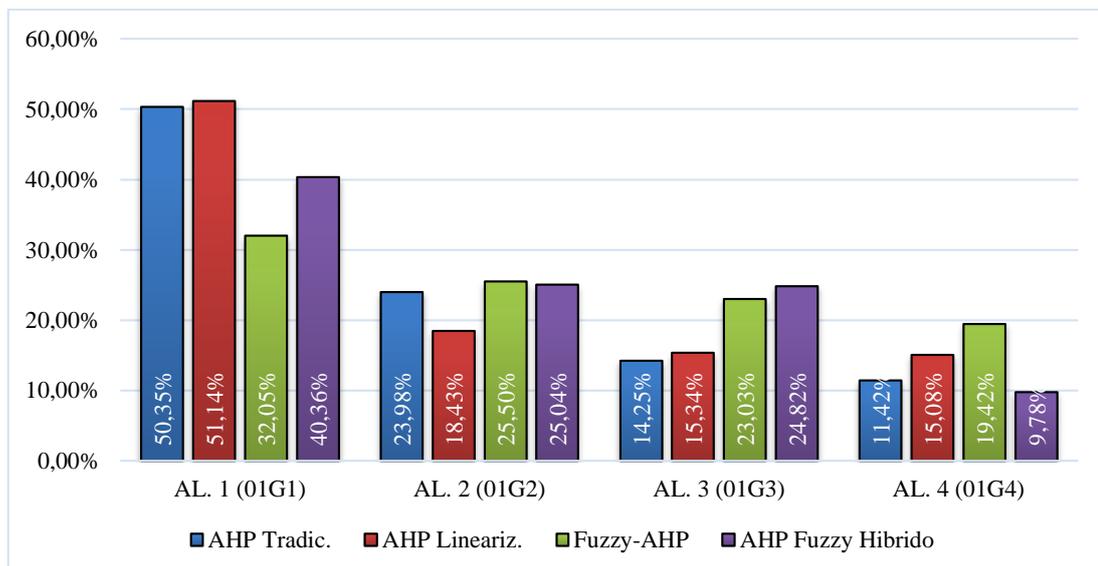
A partir dos métodos aplicados neste trabalho pode-se obter o ordenamento por nível de prioridade de construção entre os alimentadores considerados. Na Tabela 74 apresenta-se os vetores Prioridade Global obtidos a partir das simulações.

Tabela 74 – Comparação da ordem de prioridade das alternativas entre métodos

Alternativas	AHP Tradic.	AHP Lineariz.	<i>Fuzzy</i> -AHP	AHP <i>Fuzzy</i> Híbrido	AHP Tradic.	AHP Lineariz.	<i>Fuzzy</i> -AHP	AHP <i>Fuzzy</i> Híbrido
AL. 1 (01G1)	50,35%	51,14%	32,05%	40,36%	1 °	1 °	1 °	1 °
AL. 2 (01G2)	23,98%	18,43%	25,50%	25,04%	2 °	2 °	2 °	2 °
AL. 3 (01G3)	14,25%	15,34%	23,03%	24,82%	3 °	3 °	3 °	3 °
AL. 4 (01G4)	11,42%	15,08%	19,42%	9,78%	4 °	4 °	4 °	4 °

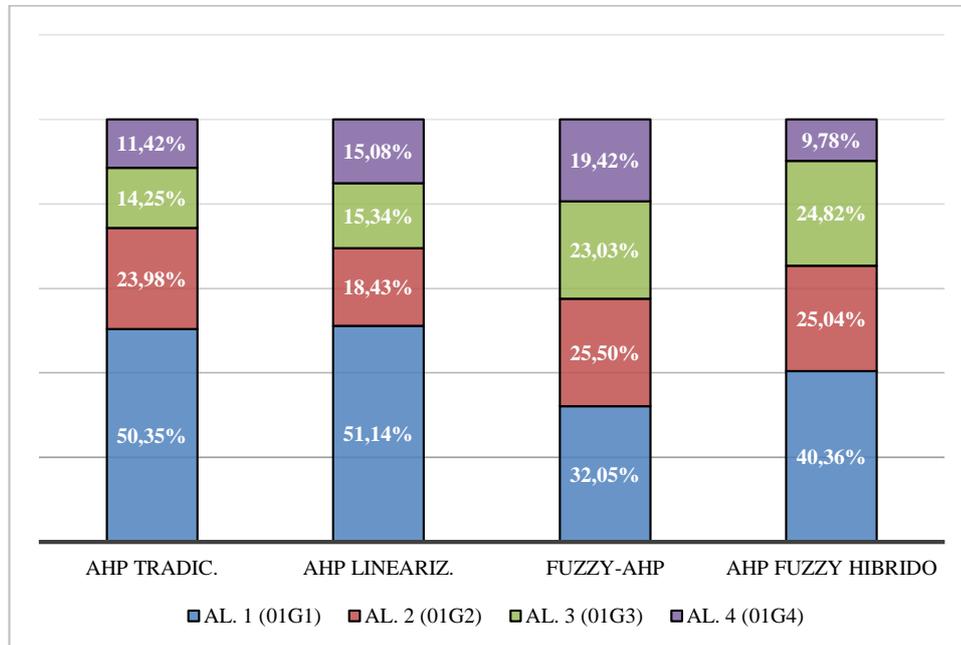
Na Figura 26 evidencia-se que a ordem de classificação entre os alimentadores foi a mesma entre os métodos desenvolvidos.

Figura 26 – Comparativo pesos atribuídos por alternativa entre os métodos – caso 1



Na Figura 27 visualiza-se o comparativo do vetor prioridade global gerado para as alternativas a partir da aplicação dos métodos descritos.

Figura 27 – Comparação do vetor prioridade global dos alimentadores entre métodos – caso 1



É possível perceber que o ordenamento obtido entre os alimentadores nos métodos aplicados se manteve igual, ou seja, os quatro métodos de classificação e ordenamento por ordem de prioridade de construção chegaram às mesmas prioridades de construção entre os alimentadores. Em especial, o método desenvolvido AHP *Fuzzy* híbrido manteve a mesma ordem de classificação entre as alternativas em comparação aos demais métodos.

Nos métodos tradicionais fundamentados há necessidade de criação de matrizes de comparação entre as alternativas, vinculadas e dependentes das avaliações dos especialistas para ponderação dos pesos. Porém, na aplicação do método AHP *Fuzzy* híbrido em destaque, a criação de matrizes de comparação entre as alternativas para classificação das alternativas não foi necessária.

Na Figura 28 é apresentado a quantidade de comparações pareadas realizadas pelos especialistas das áreas de Planejamento, Manutenção, Operação e Comercial para o caso 1 entre os métodos realizados.

Figura 28 – n° de comparações pareadas entre alternativas realizadas por especialista – caso 1



Além disso, a cada inserção de novas alternativas no problema de priorização de alimentadores, novas matrizes de comparação entre estas devem necessariamente ser geradas para que seja possível a avaliação por parte dos especialistas.

5.2 Estudo de caso 2 - aplicação dos métodos no problema de priorização de alimentadores *com e sem GD*

Um segundo estudo de caso apresenta a aplicabilidade do modelo *AHP Fuzzy* híbrido proposto na priorização de alimentadores de uma subestação elétrica, de forma a não gerar matrizes de comparação pareada entre as alternativas propostas, comparando redes com características bastante distintas, tais como, redes sem geração distribuída conectada.

5.2.1 Aplicação dos métodos – caso 2

Seja a subestação “02”, cujos os ganhos dos alimentadores estão descritos na Tabela 75 a seguir.

Tabela 75 - Características e ganhos dos alimentadores (alternativas) – Caso 2

Características Alimentadores	01E1	01E2	01E3	01E4
Crescimento de Mercado (%)	3,25%	3,36%	3,36%	3,34%
Redistribuição de carga (%)	23,11%	64,75%	27,60%	53,65%
Melhoria do Perfil de Tensão (%)	11,20%	7,80%	8,53%	8,90%
Quant. de Recursos Operacionais e Manobras	2	3	5	1
Números de Clientes Beneficiados	1.369	6.919	3.845	1.881
Estimativa Redução no DEC (h)	0,53	1,45	1,47	0,72
Quant. de Atendimento a Cargas Especiais	11	4	13	6
Redução Perdas Técnicas em relação a energia injetada (%)	16,32%	6,59%	8,59%	20,17%
Estimativa Redução no FEC	0,63	1,44	1,77	0,87
Quant. Geração Distribuída (kWp)	11,84	0	28,8	11

Os métodos tradicionais, tais como os descritos neste trabalho, apresentam a necessidade de criação de matrizes de comparação par a par entre alternativas em seu processo de priorização de alimentadores, assim como visto anteriormente.

No entanto, para fins de aplicação do modelo híbrido AHP *Fuzzy*, a geração de matrizes de comparação pareada para as alternativas descritas, neste caso, não é necessária, bastando utilizar o sistema já modelado, e realizar a normalização dos ganhos descritos na Tabela 75 anterior no intervalo [0 1].

Na Tabela 76 a seguir é apresentado os ganhos normalizados no intervalo [0 1] dos alimentadores da subestação no caso 2.

Tabela 76 – Ganhos dos alimentadores normalizados entre [0 1] – caso 2

Critério	Ganhos Reais sem Normalização				Ganhos Normalizados $(z_i^k)_N = \frac{z_i^k - z_{min}^k}{z_{max}^k - z_{min}^k}$			
	01E1	01E2	01E3	01E4	01E1	01E2	01E3	01E4
A	3,25	3,36	3,36	3,34	0,000	0,986	1,000	0,764
B	23,11	64,75	27,60	53,65	0,000	1,000	0,108	0,733
C	11,20	7,80	8,53	8,90	1,000	0,000	0,215	0,324
D	2	3	5	1	0,250	0,500	1,000	0,000
E	1.369	6.919	3.845	1.881	0,000	1,000	0,446	0,092
F	0,53	1,45	1,47	0,72	0,000	0,972	1,000	0,207
G	11	4	13	6	0,778	0,000	1,000	0,222
H	16,32	6,59	8,59	20,17	0,716	0,000	0,147	1,000
I	0,63	1,44	1,77	0,87	0,000	0,708	1,000	0,207
J	11,84	0	28,8	11	0,411	0,000	1,000	0,382

Sendo assim, as Prioridades Globais geradas através da aplicação dos métodos tradicionais descritos neste trabalho estão descritas nas Tabela 77, Tabela 78 e Tabela 79 a seguir.

Tabela 77 - Prioridade Global – AHP Tradicional

Critérios Alimentador	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	Prioridade Global
AL. 1 (01E1)	10,79%	9,17%	43,60%	14,53%	8,33%	18,15%	43,31%	36,20%	20,82%	30,21%	20,53%
AL. 2 (01E2)	39,02%	52,27%	10,32%	19,09%	47,98%	40,85%	10,36%	21,19%	33,51%	6,44%	32,47%
AL. 3 (01E3)	27,73%	12,74%	16,29%	51,34%	28,25%	20,25%	39,38%	20,34%	26,13%	36,44%	24,91%
AL. 4 (01E4)	22,45%	25,82%	29,80%	15,05%	15,45%	20,75%	6,95%	22,27%	19,53%	26,91%	22,09%

Tabela 78 - Prioridade Global – AHP Linearizado

Critérios	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	Prioridade Global
Alimentador											
AL. 1 (01E1)	10,96%	9,29%	39,86%	14,95%	8,37%	18,88%	42,05%	35,75%	20,72%	31,34%	19,80%
AL. 2 (01E2)	29,70%	50,62%	10,71%	17,78%	45,05%	32,71%	9,40%	19,21%	22,94%	7,39%	27,87%
AL. 3 (01E3)	30,50%	12,22%	9,58%	49,49%	32,08%	20,90%	42,05%	17,88%	33,40%	29,94%	27,22%
AL. 4 (01E4)	28,84%	27,87%	39,86%	17,78%	14,50%	27,51%	6,49%	27,16%	22,94%	31,34%	25,11%

Tabela 79 - Prioridade Global – Fuzzy AHP *extent analysis*

Critérios	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	Prioridade Global
Alimentador											
AL. 1 (01E1)	9,71%	4,73%	38,02%	13,14%	0,00%	16,69%	81,99%	30,92%	21,43%	34,36%	15,21%
AL. 2 (01E2)	47,56%	56,64%	11,83%	25,91%	86,60%	34,54%	0,00%	21,45%	30,04%	0,00%	41,86%
AL. 3 (01E3)	27,63%	38,62%	12,96%	38,52%	13,40%	23,59%	18,01%	22,66%	24,10%	39,57%	26,40%
AL. 4 (01E4)	15,10%	0,00%	37,20%	22,42%	0,00%	25,18%	0,00%	24,98%	24,43%	26,08%	16,53%

Destaca-se na Tabela 80 o resultado obtido na priorização de alimentadores com a aplicação do modelo AHP *Fuzzy* híbrido para o problema descrito no caso 2.

Tabela 80 – Resultado do sistema AHP *Fuzzy* híbrido na priorização de alimentadores – caso 2

Alternativas	Nível de Prioridade	Nível de Prioridade Normalizada pela soma
01E1	19,50%	10,54%
01E2	65,07%	35,16%
01E3	50,50%	27,29%
01E4	50,00%	27,02%

5.2.2 Resultados obtidos – caso 2

A partir dos métodos aplicados no caso 2 pode-se obter o ordenamento por nível de prioridade de construção entre os alimentadores considerados. Na Tabela 81 apresentam-se os vetores Prioridade Global obtidos a partir das simulações para o caso 2 em destaque.

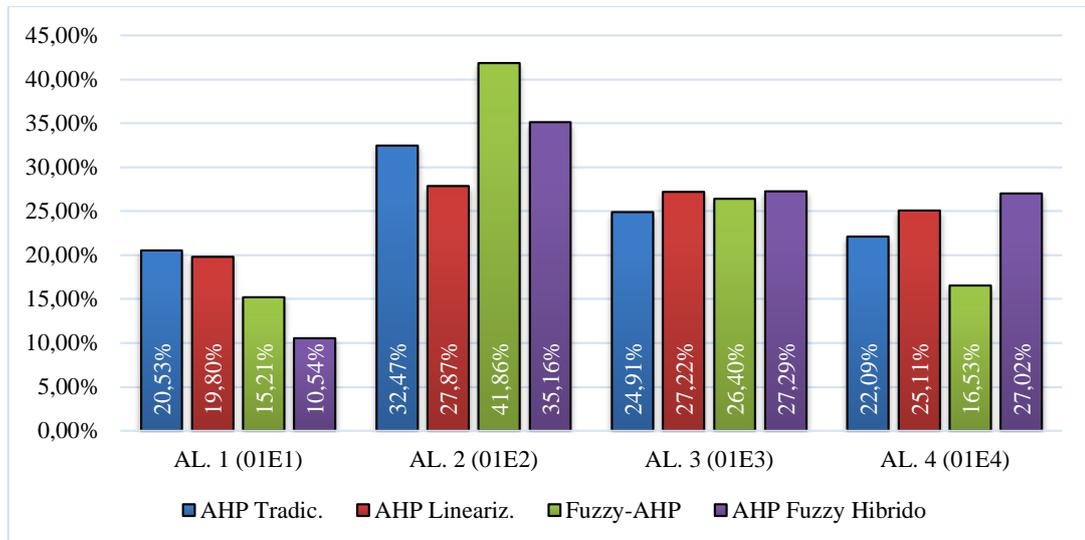
Tabela 81 – Comparação da ordem de prioridade das alternativas entre métodos – caso 2

Alternativas	AHP Tradic.	AHP Lineariz.	Fuzzy-AHP	AHP Fuzzy Híbrido	AHP Tradic.	AHP Lineariz.	Fuzzy-AHP	AHP Fuzzy Híbrido
AL. 1 (01E1)	20,53%	19,80%	15,21%	10,54%	4 °	4 °	4 °	4 °
AL. 2 (01E2)	32,47%	27,87%	41,86%	35,16%	1 °	1 °	1 °	1 °
AL. 3 (01E3)	24,91%	27,22%	26,40%	27,29%	2 °	2 °	2 °	2 °
AL. 4 (01E4)	22,09%	25,11%	16,53%	27,02%	3 °	3 °	3 °	3 °

Na

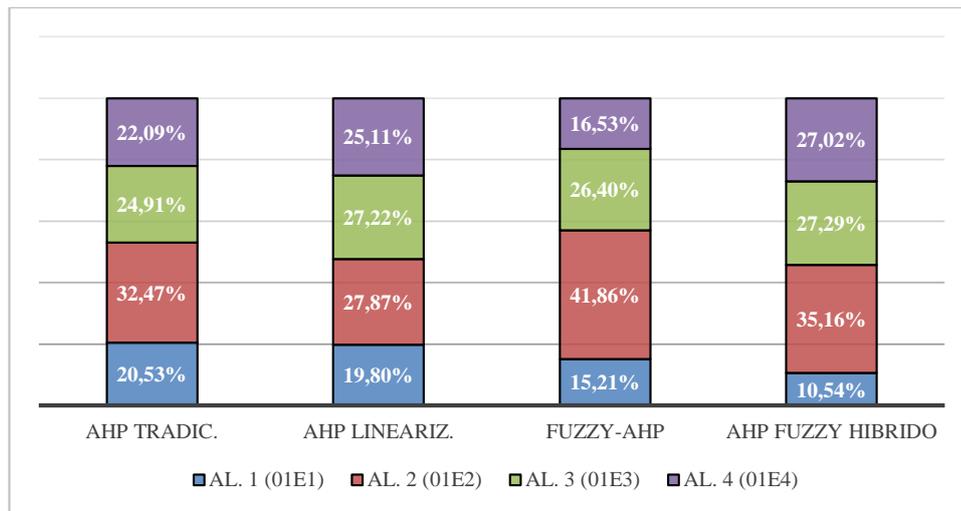
Figura 29 evidencia-se que, no caso 2 em questão, a ordem de classificação entre os alimentadores foi a mesma entre os métodos desenvolvidos.

Figura 29 – Comparativo pesos atribuídos por alternativa entre os métodos – caso 2



Na Figura 30 apresenta-se o comparativo do vetor prioridade global gerado para as alternativas a partir da aplicação dos métodos descritos.

Figura 30 – Comparação do vetor prioridade global dos alimentadores entre métodos – caso 2.



Assim como no caso 1 anterior, a hierarquização obtida entre os alimentadores nos métodos aplicados seguiu a mesma ordem de classificação, ou seja, os quatro métodos de classificação e ordenamento por ordem de prioridade de construção chegaram às mesmas prioridades de construção entre os alimentadores.

Destaca-se que o modelo desenvolvido AHP *Fuzzy* híbrido, no caso descrito, manteve-se a mesma ordem de classificação entre as alternativas em comparação aos demais métodos, sem a necessidade de geração de matrizes de comparação pareada entre as alternativas.

6 CONCLUSÕES

O presente trabalho apresentou um modelo híbrido baseado no método AHP tradicional e Lógica *Fuzzy* de forma a permitir a classificação por nível de prioridade de construção entre alternativas, no caso, alimentadores de uma subestação elétrica.

Utilizou-se inicialmente, os preceitos e diretrizes básicos contidos no PRODIST para planejamento da expansão do sistema de distribuição em média tensão. Com a caracterização dos critérios identificados, foi possível verificar que a geração distribuída não é considerada ainda como critério genérico para todas as distribuidoras para fins de priorização de expansão de novas redes no sistema elétrico, corroborando o fato de o próprio PRODIST não identificá-la para tal fim. No entanto, esta foi incluída na modelagem dos critérios elencados devido a relevância do tema no cenário atual.

Posteriormente, utilizou-se de métodos de análise multicriterial, tais como: AHP tradicional, AHP linearizado e *Fuzzy-AHP extent analysis* para fins de comparação entre os resultados e obtendo-se os pesos relativos desses critérios, identificados através das matrizes de comparação par a par geradas pela análise dos especialistas das áreas de Planejamento, Manutenção, Operação e Comercial de uma empresa de distribuição de energia elétrica.

No processo de aplicação da metodologia AHP tradicional foi possível perceber que esta técnica proporciona uma avaliação ampla da problemática em questão, que é a classificação em ordem de prioridade para construção dessas novas redes considerando geração distribuída, atribuindo-lhes um índice que servirá de base para hierarquização.

Pelo método AHP tradicional empregado, consegue-se classificar por ordem de prioridade os novos alimentadores planejados de uma subestação elétrica em média tensão, considerando os critérios elencados no PRODIST, e incluindo a geração distribuída. Tal fato demonstra a aplicação dessa metodologia para fins de classificação de investimentos por nível de prioridade relativas ao atendimento aos critérios definidos.

No entanto, a principal deficiência encontra-se no fato da quantidade significativa de subjetividade envolvida nas comparações pareadas entre os critérios e as alternativas, além da necessidade constante de avaliações de especialistas para permitir a geração de resultados.

Da mesma forma, o AHP linearizado tenta reduzir esse nível de inconsistência nessas matrizes de comparação, com uma menor quantidade de comparações pareadas. Contudo, assim como o AHP tradicional, é dependente de avaliações entre as alternativas pelos especialistas.

Assim como os métodos anteriores, o *Fuzzy-AHP extent analysis* tem como vantagem representar matematicamente a incerteza e imprecisão intrínseca a diversos problemas

fornecendo as ferramentas para lidar com essa imprecisão. Utiliza-se de números *fuzzy* triangulares para representar os julgamentos comparativos pareados e decidir a prioridade final de diferentes critérios de decisão, porém, ainda se torna necessário a criação de matrizes de comparação pareada entre alternativas e critérios.

Ou seja, assim como o AHP tradicional e o AHP linearizado, no método *Fuzzy-AHP extent analysis* há necessidade de geração de matrizes de comparação pareadas para que seja possível classificação entre alternativas, bem como a intervenção humana constante para avaliação e obtenção dos resultados e ordem de priorização de novas redes.

Variáveis linguísticas e números *fuzzy* triangulares podem ser usados para decidir a prioridade de uma variável de decisão sobre outra, tendo em vista que os critérios de avaliação são de natureza subjetiva e qualitativa. Dessa forma, o sistema especialista proposto aplicado permitiu a classificação de alternativas baseados na matriz de comparação pareadas entre os critérios e a criação de regras vinculadas aos pesos gerados dessa matriz.

O modelo AHP *Fuzzy* híbrido desenvolvido apresenta como vantagem a classificação por nível de prioridade de construção de novos alimentadores de uma subestação, pela independência de geração de matrizes de comparação par a par entre alternativas. No entanto, uma limitação desse modelo, continua na necessidade de criação da matriz de julgamentos de critérios de forma a se obter o autovetor resultante e, conseqüentemente, os pesos. Tal procedimento se vincula na necessidade de avaliações de especialistas, assim como no método AHP tradicional.

A principal vantagem na utilização de um modelo híbrido para priorização de alimentadores consiste no fato de não ser necessário a construção de matrizes de comparação entre alternativas. Além disso, após a montagem da matriz de comparação pareada entre critérios, é possível a classificação de novas redes sem a necessidade de intervenções humanas constantes para análises de novos problemas de priorização de alimentadores para construção, o que significa dizer que, a classificação dos alimentadores por ordem de prioridade de construção pode ser realizada assim como nos métodos tradicionais, tornando o sistema especialista modelado uma ferramenta de apoio à tomada de decisão.

Haja vista a hipótese da pesquisa levantada no início deste trabalho, a seguir é apresentado o Quadro 1 com o resumo, resultados e alguns breves comentários sobre a pesquisa.

Quadro 1 – Resumo da hipótese da pesquisa, resultado e comentário

Hipótese	Resultado	Comentário
Um modelo híbrido baseado em AHP e Lógica <i>Fuzzy</i> é capaz de gerar resultados semelhantes aos métodos tradicionais, para fins de classificação de alimentadores por ordem de prioridade de construção, sem a geração de matrizes de comparação par a par entre alternativas.	Confirmada	O sistema especialista desenvolvido apresentou a mesma ordem de classificação dos alimentadores obtida através de métodos tradicionais, no entanto, sem a necessidade de criação de matrizes de comparação pareada entre alternativas.

Em um ambiente empresarial como numa empresa de distribuição de energia elétrica, o ganho no tempo utilizado nas avaliações pelos tomadores de decisão torna-se fator determinante no processo de classificação de obras, em específico, novos alimentadores, e para isso o sistema AHP *Fuzzy* híbrido desenvolvido pode ser um grande aliado no processo de tomada de decisão nestes problemas.

Portanto, utilizando-se do sistema AHP *Fuzzy* híbrido em questão, é possível a hierarquização de alimentadores por ordem de prioridade de construção sem a necessidade de geração de matrizes de comparação pareada entre alternativas, de forma a originar resultados semelhantes aos métodos tradicionais AMD descritos, bem como, promove mais independência ao processo de tomada de decisão, pois não se torna mais necessário a construção de matrizes de comparação pareada entre alternativas, tendo em vista que estas são vinculadas às avaliações de especialistas.

Este trabalho contribui para melhoria no processo de planejamento de curto prazo de novas redes elétricas em média tensão, quando se tem a necessidade de priorização dessas para construção, pois apresenta uma proposta de modelo híbrido computacional que utiliza-se de técnicas tradicionais e consolidadas, bem como a lógica multivalorada que permite levar em consideração a visão de tomadores de decisão das áreas em que atuam.

Para isso, tal sistema especialista, também contribui como uma ferramenta de auxílio no processo de tomada de decisão, reduzindo o tempo de análise e escolha de novos investimentos e maior independência desse processo pela não intervenção constante de avaliações humanas, promovendo maior assertividade de obras que realmente atendam os ganhos e características técnicas a que se propõem à medida que estas sejam inseridas no sistema elétrico.

6.1 Trabalhos futuros

Como sugestão para trabalho futuro está a elaboração de um sistema híbrido, baseado na metodologia descrita neste trabalho, para classificação por ordem de prioridade de construção entre linhas de distribuição em alta tensão, de forma a se obter um índice de prioridade de construção entre estas.

Outro trabalho futuro a ser abordado se baseia na aplicação da metodologia *Fuzzy-TOPSIS* (*Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution*), de forma a comparar os resultados a serem obtidos como o sistema híbrido proposto, para fins de melhoria do processo de hierarquização e priorização de construção de novos alimentadores.

Além disso, melhorias no sistema especialista descrito neste trabalho podem ser realizadas, tais como: funções de pertinência trapezoidais ao invés de triangulares bem como a estratificação e inserção de novas variáveis linguísticas, a fim de se obter resultados no nível de prioridade de construção no sistema híbrido mais segregados.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUADO, A. G.; CANTANHEDE, M. A. **Lógica Fuzzy**. Faculdade de Tecnologia – Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Limeira, p. 12. 2010.

ALGARÍN, C. R.; LLANOS, A. P.; CASTRO, A. O. An Analytic Hierarchy Process Based Approach for Evaluating Renewable Energy Sources. **International Journal of Energy Economics and Policy**, 2017. 38-47.

ALMEIDA, E. M. D. **Planejamento de sistemas de distribuição de energia elétrica considerando questões de confiabilidade e risco**. Universidade de São Paulo. Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos, p. 176. 2016.

ANEEL. Agência Nacional de Energia Elétrica. **Resolução Normativa nº 482 de 17 de abril de 2012**, 2012. Disponível em: <<http://www2.aneel.gov.br/cedoc/bren2012482.pdf>>. Acesso em: 07 abr. 2019.

ANEEL. Agência Nacional de Energia Elétrica. **www.aneel.gov.br**, 2016. Disponível em: <http://www.aneel.gov.br/documents/656827/14866914/M%C3%B3dulo2_Revis%C3%A3o7.pdf/c1cf5bd8-b2bc-4d57-9b42-285a7fd8c2a5>. Acesso em: mar. 2019.

ANEEL. Agência Nacional de Energia Elétrica. **www.aneel.gov.br**, 10 jan. 2017. Disponível em: <http://www.aneel.gov.br/informacoes-tecnicas/-/asset_publisher/CegkWaVJWF5E/content/id/14706207>. Acesso em: 16 jan. 2019.

ANEEL. Agência Nacional de Energia Elétrica. **www.aneel.gov.br**, 2019. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/geracao-distribuida>>. Acesso em: 13 abr. 2019.

ANTON, H.; RORRES, C. **Álgebra Linear com aplicações**. 10. ed. Porto Alegre: Bookman, 2012.

AOKI, K. et al. New Approximate Optimization Method for Distribution System Planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, v. 5, n. 1, p. 126-132, 1990.

BALDIOTI, H. R. **Abordagem multicritério para avaliação de modelos geradores de cenários aplicados ao planejamento da operação hidrotérmica de médio prazo**. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, p. 111. 2014. (1212896/CA).

BARIN, A. et al. Seleção de fontes alternativas de geração distribuída utilizando uma análise multicriterial baseada no método AHP e na lógica fuzzy. **Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica**, Santa Maria, outubro 2010. 10.

BARROS, L. C.; JAFELICE, R. S. D. M.; BASSANEZI, R. C. **Teoria dos Conjuntos Fuzzy com Aplicações**. São Paulo: Plêiade, v. 17, 2005.

BARROS, M. D. S.; MARINS, C. S.; SOUZA, D. D. O. **O Uso do Método de Análise Hierárquica (AHP) na Tomada de Decisões Gerenciais - Um Estudo de Caso**. XXIX Encontro Nacional de Engenharia de Produção. Salvador: [s.n.]. 2009.

BENÍTEZ, J. et al. Achieving matrix consistency in AHP through linearization. **Applied Mathematical Modelling**, September 2011. 4449-4457.

BENITEZ, J. et al. A simple formula to find the closest consistent matrix to a reciprocal matrix. **Applied Mathematical Modelling**, August 2014. 3968-3974.

BERNARDON, D. P. et al. **Planejamento de Sistemas de Distribuição Considerando a Realidade de Redes Elétricas Inteligentes e Geração Distribuída**. SENDI - XXII Seminário Nacional de Distribuição de Energia Elétrica. Curitiba: [s.n.]. 2016. p. 12.

BIG-ANEEL. Banco de Informações da Geração - Agência Nacional de Energia Elétrica. **www.aneel.gov.br**, 2019. Disponível em: <http://www.aneel.gov.br/outorgas/geracao/-/asset_publisher/mJhnKli7qcJG/content/registro-de-central-geradora-de-capacidade-reduzida/655808?inheritRedirect=false&redirect=http%3A%2F%2Fwww.aneel.gov.br%2Foutorgas%2Fgeracao%3Fp_p_id%3D101_INSTANCE_mJhnKli7qc>. Acesso em: 09 jun. 2019.

BUCHANAN, J. T. Objectivity and subjectivity in the decision making process. **Annals of Operations Research**, Tel Aviv, 1998. 333-345.

BUSATTO, T. **Metodologia multicritério para priorização de investimentos no planejamento da expansão de sistemas de distribuição de energia elétrica**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, p. 98. 2015.

BUSATTO, T. et al. **Análise Multicritérios para Auxílio na Definição de Investimentos em Sistemas de Distribuição**. IEEE/IAS International Conference on Industry Applications. Juiz de Fora-MG: [s.n.]. 2014.

CANDIAN, F. J. **Planejamento da Expansão de Sistemas de Distribuição Considerando Fatores de Riscos em Análise Econômica**. XVIII Seminário Nacional de Distribuição de Energia Elétrica. Olinda-PE: [s.n.]. 2008. p. 11.

CAVALCANTI, J. H. F. et al. **Lógica Fuzzy Aplicada às Engenharias**. João Pessoa: [s.n.], 2012.

CHAN, F. T. S.; KUMAR, N. Global supplier development considering risk factors using fuzzy extended AHP-based approach. **Omega - The International Journal of Management Science**, Hong Kong, 2007. 417 – 431.

CHANG, D. Y. Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP. **European Journal of Operational Research**, Beijing, 1996. 649-655.

CORREA, S. M. B. B. **Probabilidade e Estatística**. 2ª. ed. Belo Horizonte: PUC Minas Virtual, 2003.

COSTA, H. G. **Introdução ao método de análise hierárquica: análise multicritério no auxílio à decisão**. Niterói: [s.n.]. 2002.

COSTA, H. G. **Auxílio multicritério à decisão: método AHP**. Abepro. Rio de Janeiro: [s.n.]. 2006.

DALALAH, D.; HAYAJNEH, M.; BATIEHA, F. Expert Systems with Applications. **A fuzzy multi-criteria decision making model for supplier selection**, 2011. 8384–8391.

DE BOER, L.; WEGEN, L. V. D.; TELGEN, J. Outranking methods in support of supplier selection. **European Journal of Purchasing & Supply Management**, 1998. 109-118.

ELOMDA, B. M.; HEFNY, H. A.; HASSAN, H. A. An extension of fuzzy decision maps for multi-criteria decision-making. **Egyptian Informatics Journal**, Egypt, 2013. 147-155.

FERNANDES, L. **Ferramenta de apoio à decisão para priorização de obras de manutenção em redes de distribuição de energia elétrica**. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, p. 59. 2014.

FERRET, R. **Hierarquização de alimentadores para fins de manutenção utilizando análise multicriterial**. Santa Maria. 2012.

FIROUZ, M. H.; GHADIMI, A. N. Optimal Preventive Maintenance Policy for Electric Power Distribution Systems Based on the Fuzzy AHP Methods. **Research Article**, Tehran-Iran, 27 January 2015. 70-88.

FLETCHER, R. H.; STRUNZ, K. Optimal Distribution System Horizon Planning–Part I: Formulation. **IEEE Transactions on Power Systems** , May 2007. 791-799.

FONSECA, J. N.; REIS, L. B. D. **Empresas de distribuição de energia elétrica no Brasil: temas relevantes para a gestão**. Rio de Janeiro: Synergia:ABDIB:ELETOBRAS:Fundação COGE, 2012. 238 p.

FONTANIVE, F. et al. Aplicação do Método de Análise Multicriterial AHP como Ferramenta de Apoio a Tomada de Decisão. **Espacios**, Caxias do Sul, v. 38, p. 6, 2017. ISSN 0798 1015.

FREITAS, A. L. P.; TREVIZANO, W. A.; COSTA, H. G. **Uma abordagem multicritério para problemas decisórios com múltiplos grupos de avaliadores**. Campos dos Goytacazes. 2008.

GANGULY, S.; SAHOO, N. C.; DAS, D. Mono- and multi-objective planning of electrical distribution networks using particle swarm optimization. **Applied Soft Computing**, March 2011. 2391-2405.

GOMES, L. F. A. M.; ARAYA, M. C. G.; CARIGNANO, C. **Tomada de decisões em cenários complexos: introdução aos métodos discretos do apoio multicritério à decisão**. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2004.

GOMIDE, F. A. C.; GUDWIN, R. R. Modelagem, Controle, Sistemas e Lógica Fuzzy. **SBA Controle & Automação**, v. 4, n. 3, setembro-outubro 1994.

GRANDZOL, J. R. Improving the Faculty Selection Process in Higher Education: A Case for the Analytic Hierarchy Process. **IR Applications**, Bloomsburg University of Pennsylvania, v. 6, 24 August 2005.

HAQ, A.; KANNAN, G. Fuzzy analytical hierarchy process for evaluating and selecting a vendor in a supply chain model. **Int J Adv Manuf Technol**, 2006. 826-35.

HARKER, P. T.; VARGAS, L. G. The Theory of Ratio Scale Estimation: Saaty's Analytic Hierarchy Process. **Management Science**, v. 33, p. 1383, nov. 1987.

JAFELICE, R. S. **Modelagem Fuzzy para Dinâmica de Transferência de Soropositivos para HIV em Doenças Plenamente Manifesta**. Universidade Estadual de Campinas. Campinas. 2003.

JUNIOR, B. R. P. et al. Multiobjective multistage distribution system planning using tabu search. **IET Generation, Transmission & Distribution**, January 2014. 35-45.

JUNIOR, B. R. P.; COSSI, A. M.; MANTOVANI, J. R. S. Multiobjective short-term planning of electric power distribution systems using NSGA-II. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, June 2013. 286-299.

KABIR, G.; HASIN, M. A. A. Comparative analysis of AHP and Fuzzy AHP models for multicriteria inventory classification. **International Journal of Fuzzy Logic Systems (IJFLS)**, october 2011. 16.

KEENEY, R. L.; RAIFFA, H. **Decisions with multiple objectives: preferences and value trade-offs**. New York: John Wiley, 1976.

KILINCCI, O.; ONAL, S. A. Fuzzy AHP approach for supplier selection in a washing machine company. **Expert Systems with Applications**, Izmir. Turkey, 2011. 9656-9664.

KREJČÍ, J. **Pairwise Comparison Matrices and their Fuzzy Extension: Multi-criteria Decision Making with a New Fuzzy Approach**. 1. ed. Trento: Springer, 2018.

KREJČÍ, J.; TALAŠOVÁ, J. **A proper fuzzification of Saaty's scale and an improved method for computing fuzzy weights in fuzzy AHP**. 31st International Conference on Mathematical Methods in Economics. Jihlava, Czech Republic: College of Polytechnics. 2013. p. 452-457.

KUO, Y.-C.; LU, S.-T. Using fuzzy multiple criteria decision making approach to enhance risk assessment for metropolitan construction projects. **International Journal of Project Management**, May 2013. 602-614.

LARSON, R.; FARBER, B. **Estatística Aplicada**. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
LEITE, I. M. S.; FREITAS, F. F. T. D. **Análise Comparativa dos Métodos de Apoio multicritério a decisão: AHP, Electre e Promothee**. XXXII ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO. Bento Gonçalves: Enegep. 2012. p. 11.

LEUNG, L. C.; CAO, D. On the efficacy of modeling multi-attribute decision problems using AHP and Sinarchy. **European Journal of Operational Research**, v. 132, n. 1, p. 39-49, 2001.

LIM, K. H.; SWENSETH, S. R. An iterative procedure for reducing problem size in large scale AHP problems. **European Journal of Operational Research**, 28 May 1993. 64-74.

LINHARES, C. G.; GUSSEN, C. T. G.; RIBAS, J. R. O método fuzzy AHP aplicado à análise de riscos de usinas hidrelétricas em fase de construção. **Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional**, Rio de Janeiro, 2012.

MALEE, R. K. et al. DG integrated distribution system expansion planning with uncertainties. **Journal of Intelligent & Fuzzy Systems**, Jaipur, p. 4997–5006, 2018. ISSN 10.3233/JIFS-169784.

MAMDANI, E. H.; ASSILIAN, S. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller. **International Journal of Man-Machine Studies**, January 1975. 1-13.

MATOS, M. A. C. D. C. <https://paginas.fe.up.pt/~mam/normetr.pdf>. **https://paginas.fe.up.pt/**, 2019. Disponível em: <<https://paginas.fe.up.pt/~mam/normetr.pdf>>. Acesso em: 11 set. 2019.

MILLET, I.; HARKER, P. T. Globally effective questioning in the Analytic Hierarchy Process. **European Journal of Operational Research**, 1990. 88-97.

MIRANDA, M. I.; BARBOSA, D. H. **Aplicação do método Fuzzy AHP no processo de análise e seleção de fornecedores**. 27º Encontro Anual de Iniciação Científica. Maringá: [s.n.]. 2018. p. 4.

OLIVEIRA, L. E. D. et al. **A Three Stage Hybrid Technique for Dynamic Transmission Network Expansion Planning**. THE 12th LATIN-AMERICAN CONGRESS ON ELECTRICITY GENERATION AND TRANSMISSION - CLAGTEE 2017. Mar del Plata: CLAGTEE. 2017. p. 8.

OLIVEIRA, U. R. D. **Estatística e Probabilidade**. 1. ed. Resende: AEDB - Associação Educacional Dom Bosco, 2017.

ÖZKAN, B. et al. A Hybrid Multicriteria Decision Making Methodology Based on Type-2 Fuzzy Sets For Selection Among Energy Storage Alternatives. **International Journal of Computational Intelligence Systems**, 2015. 914-927.

PAIVA, P. C. et al. Integral planning of primary-secondary distribution systems using mixed integer linear programming. **IEEE Transactions on Power Systems**, May 2005. 1134-1143.

PEDRYCZ, W.; GOMIDE, F. **An Introduction to Fuzzy Sets Analysis and Design**. Massachusetts: The MIT Press, 1998.

PEREIRA, M. D. R. et al. **Metodologia de Priorização de Portfólio de Obras no Sistema Elétrico**. XXII Seminário Nacional de Distribuição de Energia Elétrica. Curitiba: [s.n.]. 2016. p. 11.

PILTAN, M.; MEHMANCHI, E.; GHADERI, S. F. Proposing a decision-making model using analytical hierarchy process and fuzzy expert system for prioritizing industries in installation of combined heat and power systems. **Expert Systems with Applications**, Tehran, 2012. 1124–1133.

PRESSI, R. A. **Tomada de decisão de investimento através de método multicritério para fins de planejamento da expansão da distribuição.** Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, p. 74. 2017.

PRODIST, MÓDULO 2. Planejamento da Expansão do Sistema de Distribuição. **PRODIST Módulo 2**, 2016. Disponível em: <<http://www.aneel.gov.br/modulo-2>>.

RABBANI, S. J. R.; RABBANI, S. R. **Decisions in Transportation with the Analytic Hierachy Process.** Campina Grande. 1996.

RANGEL, L. A. D.; GOMES, L. F. A. M. O apoio multicritério à decisão na avaliação de candidatos. **Produção**, jan/mar 2010. 92-101.

REIS, L. P.; LADEIRA, M. B.; FERNANDES, J. M. Contribuição do método Analitic Hierarchy Process (AHP) para auxílio ao processo decisório de terceirizar ou internalizar atividades no contexto de uma empresa de base tecnológica. **Produção on line - Revista Científica Eletrônica de Engenharia de Produção**, Florianópolis-SC, v. 13, n. 4, p. 1325-1354, 2013. ISSN 1676-1901.

RENTERÍA, A. R. **Estimación de Probabilidade Fuzzy a partir de dados imprecisos.** Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, p. 94. 2006.

RESENER, M. et al. Optimization techniques applied to planning of electric power distribution systems: a bibliographic survey. **Energy Syst**, 23 January 2018. 473-509.

RIBEIRO, B. A. **Proposta para revelar as preferências de comitês de especialistas a partir do método AHP: uma aplicação ao setor elétrico.** Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica, 2017.

RIBEIRO, M. C. D. C. R.; ALVES, A. D. S. Aplicação do método Analitic Hierarchy Process (AHP) com a mensuração absoluta num problema de seleção qualitativa. **Sistemas & Gestão. Revista Eletrônica**, p. 270-281, 2016. ISSN 10.20985/1980-5160.2016.v11n3.988.

RIGNEL, D. G. D. S.; CHENCI, G. P.; LUCAS, C. A. Uma Introdução a Lógica Fuzzy. **Revista Eletrônica de Sistemas de Informação e Gestão Tecnológica**, Franca, v. 01, p. 12, 2011.

SAATY, T. L. A scaling method for priorities in hierarchical structures. **Journal of Mathematical Psychology**, Junho 1977. 234-281.

SAATY, T. L. **The Analytic Hierarchy Process.** 1. ed. New York: McGraw Hill, 1980.

SAATY, T. L. The Analytic Hierarchy Process in conflict management. **International Journal of Conflict Management**, v. 1, p. 47-68, 1990.

SAATY, T. L. **Método de Análise Hierárquica.** São Paulo: McGraw-Hill, Makron. Tradução de Wainer da Silveira e Silva, 1991.

SAATY, T. L. How to Make a Decision: The Analytic Hierarchy Process. **The Institute for Operations Research and the Management Sciences**, 1994. 19-43.

SAATY, T. L. Fundamentals of the Analytic Network Process. **Proceedings of the International Symposium on the Analytic Hierarchy Process (ISAHP)**, Japan, August 1999. 12-14.

SAATY, T. L. Decision Making with the Analytic Hierarchy Process. **Scientia Iranica**, v. 9, n. 3, p. 215-229, 2002.

SAATY, T. L. Decision-making with the AHP: Why is the principal eigenvector necessary. **European Journal of Operational Research**, 2003. 85–91.

SAATY, T. L. **Decision Making for Leaders**. Pittsburgh: RWS Publications, 2012.

SAATY, T. L.; VARGAS, L. G. **The Logic of Priorities: Applications in Business, Energy, Health, and Transportation**. 1. ed. New York: International series in management science/operations research, 1982.

SAATY, T. L.; VARGAS, L. G. **Models, Methods, Concepts & Applications of the Analytic Hierarchy Process**. 1. ed. Springer: Boston: Kluwer Academic Publishers, v. 34, 2001.

SANTOS, M. D. et al. **Aplicação da lógica fuzzy e do processo de análise hierárquica no desenvolvimento de uma armadilha elétrica sustentável**. 11º Congresso Brasileiro de Inovação e Gestão de Desenvolvimento do Produto. São Paulo: [s.n.]. 2017. p. 11.

SAXENA, V. et al. Fuzzy Delphi Hierarchy Process and its Application to Improve Indian Telemedical Services, Florida, 2010.

SEVKLI, M. et al. Hybrid analytical hierarchy process model for supplier selection. **Emerald Insight**, 2008. 122-142.

SHEN, Y. C. et al. An assessment of exploiting renewable energy sources with concerns of policy and technology. **Energy Policy**, 2010. 4604-4616.

SILVA, A. C. S. D.; NASCIMENTO, L. P. A. D. S.; BELDERRAIN, M. C. N. Aplicação do método Analytic Network Process (ANP) com abordagem BOCR no contexto militar. **Instituto Tecnológico da Aeronáutica - ITA**, Rio de Janeiro, p. 11, 2010. ISSN 2175-6295.

SILVA, D. C. D.; MONTEIRO, C. D. C.; BATISTA, L. S. **COMTEL - Classificação e Seleção de Redes via Tomada de Decisão Multicritério**. VI Congresso Internacional de Computación y Telecomunicaciones. Lima-Peru: Universidad Inca Garcilaso de la Vega (UIGV). 2014. p. 7.

SILVA, D. M. R. **Aplicação do Método AHP para Avaliação de Projetos Industriais**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Industrial). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, p. 132. 2007. (CDD: 658.5).

SILVA, E. L.; GIL, H. A.; AREIZA, J. M. Transmission network expansion planning under an improved genetic algorithm. **IEEE Transactions Power Systems**, 2000. 1168-1174.

SIMÕES, M. G.; SHAW, I. S. **Controle e Modelagem Fuzzy**. 2ª. ed. São Paulo: Blucher, 2007.

SOARES, B. N. **Metodologia para priorização de investimentos em redes de distribuição de energia elétrica com foco em ganhos operacionais e financeiros**. Santa Maria. 2015.

TABARES, A. et al. Multistage Long-Term Expansion Planning of Electrical Distribution Systems Considering Multiple Alternatives. **IEEE Transactions on Power Systems**, July 2015. 1900-1914.

TANG, Y. C.; BEYNON, M. J. Application and Development of a Fuzzy Analytic Hierarchy Process within a Capital Investment Study. **Journal of Economics and Management**, Changhua, 13 jan. 2005. 207-230.

TARÔCO, C. G.; TAKAHASHI, R. H. C.; CARRANO, E. G. Multiobjective planning of power distribution networks with facility location for distributed generation. **Electric Power Systems Research**, December 2016. 562-571.

TAYLAN, O. et al. Construction projects selection and risk assessment by fuzzy AHP and fuzzy TOPSIS methodologies. **Applied Soft Computing**, April 2014. 105-106.

TEHRANI, M. K.; FEREDUNIAN, A.; LESANI, H. Financial planning for the preventive maintenance of power distribution systems via fuzzy AHP. **Complexity**, 2014. 11.

TOMA, T.; ASHARIF, M. R. **AHP coefficients optimization technique based on GA**. Department of Information Engineering of University of Ryukyus. Japão. 2003.

TREVIZANO, W. A. **Ferramenta computacional multiusuário para auxílio à tomada de decisão multicritério**. Universidade Estadual do Norte Fluminense - UENF. Campos dos Goytacazes, p. 124. 2007.

UDDIN, S. et al. Design of an Expert System for Distribution Planning System using Soft Computing Techniques. **International Journal of Energy Optimization and Engineering (IJEEO)**, 2016. 19.

ULHOA, T. F.; LIMA, R. H. P.; OSIRO, L. Proposal of a method to identify and measure the relative importance of customer preferences based on fuzzy-AHP. **GEPROS-Gestão da Produção, Operações e Sistemas**, Bauru, n. 3, p. 153-178, jul-set 2017. ISSN DOI: 10.15675/gepros.v12i3.1700.

VARGAS, E. L. **Planejamento da expansão do sistema de distribuição através da simulação de alternativas e análise multicritério**. Universidade Federal de Santa Maria. Santa Maria, p. 136. 2015.

VASCONCELOS, G. R.; MOTA, C. M. D. M. **Modelo Multicritério de Comparação Par a Par Baseado no AHP: Proposta de Linearização do Processo de Comparação**. Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional. Salvador: [s.n.]. 2014.

VASCONCELOS, G. R.; MOTA, C. M. D. M. **Linearização do processo de comparação e análise de consistência em matrizes de comparação par a par**. Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional XLVII SBPO. Porto de Galinhas-PE: [s.n.]. 2015. p. 8.

WOLFF, C. S. **O método AHP: revisão conceitual e proposta de simplificação**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Industrial)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro. 2008.

XIE, S. et al. Multi-objective active distribution networks expansion planning by scenario-based stochastic programming considering uncertain and random weight of network. **Applied Energy**, June 2018. 207-225.

YANG, M.; KHAN, F. I.; SADIQ, R. Prioritization of environmental issues in offshore oil and gas operations: A hybrid approach using fuzzy inference system and fuzzy analytic hierarchy process. **Process Safety and Environmental Protection**, January 2011. 22-34.

ZADEH, L. A. Fuzzy Sets. **Information and Control**, v. 8, p. 338-353, 1965.

ZERPA, J. C. R.; YUSTA, J. M. Application of multicriteria decision methods for electric supply planning in rural and remote areas. **Renewable and Sustainable Energy Reviews**, December 2015. 557-571.

ZHU, K. J.; JING, Y.; CHANG, D. Y. A discussion on Extent Analysis Method and applications of fuzzy AHP. **European Journal of Operational Research**, 20 Julho 1999. 450-456.

APÊNDICE A

Código Matlab – AHP Tradicional caso 1

```

%% AHP (Analytic Hierarchy Process) tradicional. (Saaty, 1970)
% Algoritmo baseado em Rich (2016), modificado para este trabalho
% https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/60647-ahp_simple
clear all; close all; clc;
%% Passo 1: Matriz de Critérios e autovetor
M_julg_critérios = [ ...
    1.000  1.565  1.778  2.000  1.732  1.968  3.162  3.761  2.213  5.566
    0.639  1.000  1.682  3.162  2.828  2.340  6.192  5.180  3.834  6.620
    0.562  0.595  1.000  3.130  2.991  3.201  5.958  3.807  3.984  6.880
    0.500  0.316  0.319  1.000  1.778  1.495  3.130  3.807  4.527  6.293
    0.577  0.354  0.334  0.562  1.000  2.060  3.409  3.027  3.708  6.901
    0.508  0.427  0.312  0.669  0.485  1.000  2.378  2.449  2.340  8.207
    0.316  0.161  0.168  0.319  0.293  0.420  1.000  2.115  1.682  3.722
    0.266  0.193  0.263  0.263  0.330  0.408  0.473  1.000  1.732  4.821
    0.452  0.261  0.251  0.221  0.270  0.427  0.595  0.577  1.000  6.000
    0.180  0.151  0.145  0.159  0.145  0.122  0.269  0.207  0.167  1.000
];
eM_julg_critérios=calc_autovetor(M_julg_critérios);

%% Passo 2: Matriz Alternativas e seus autovetores
% Avaliação dos alimentadores à luz do Critério:
% Atender o Crescimento de Mercado - "A"
AL1 = [ ...
    1.00  3.41  3.03  3.46
    0.29  1.00  2.21  1.57
    0.33  0.45  1.00  2.00
    0.29  0.64  0.50  1.00
];
eAL1 = calc_autovetor(AL1); % calculo do autovetor

% Avaliação dos alimentadores à luz do Critério:
% Maior Redistribuição de Carga (Carregamento) - "B"
AL2 = [ ...
    1.00  3.31  2.91  3.08
    0.30  1.00  2.21  2.06
    0.34  0.45  1.00  1.41
    0.32  0.49  0.71  1.00
];
eAL2 = calc_autovetor(AL2);

% Avaliação dos alimentadores à luz do Critério:
% Melhorar o Perfil de Tensão - "C"
AL3 = [ ...
    1.00  2.63  4.74  4.68
    0.38  1.00  3.22  2.71
    0.21  0.31  1.00  2.21
    0.21  0.37  0.45  1.00
];
eAL3 = calc_autovetor(AL3);

% Avaliação dos alimentadores à luz do Critério:
% Aumentar os Recursos Operacionais e Manobras - "D"
AL4 = [ ...
    1.00  1.68  2.45  2.06
    0.59  1.00  2.45  1.57
    0.41  0.41  1.00  1.57
    0.49  0.64  0.64  1.00
];
eAL4 = calc_autovetor(AL4);

% Avaliação dos alimentadores à luz do Critério:
% Maior Números de Clientes Beneficiados - "E"
AL5 = [ ...

```

```

    1.00    4.56    3.66    4.41
    0.22    1.00    1.68    1.73
    0.27    0.59    1.00    1.41
    0.23    0.58    0.71    1.00
];
eAL5 = calc_autovetor(AL5);

% Avaliação dos alimentadores à luz do Critério:
% Reduzir DEC - "F"
AL6 = [ ...
    1.00    3.56    5.58    5.58
    0.28    1.00    2.51    3.56
    0.18    0.40    1.00    2.00
    0.18    0.28    0.50    1.00
];
eAL6 = calc_autovetor(AL6);

% Avaliação dos alimentadores à luz do Critério:
% Maior Atendimento a Cargas Especiais - "G"
AL7 = [ ...
    1.00    1.32    2.28    2.28
    0.76    1.00    2.45    1.19
    0.44    0.41    1.00    1.41
    0.44    0.84    0.71    1.00
];
eAL7 = calc_autovetor(AL7);

% Avaliação dos alimentadores à luz do Critério:
% Reduzir Perdas Técnicas - "H"
AL8 = [ ...
    1.00    3.57    3.57    3.57
    0.28    1.00    1.86    1.00
    0.28    0.54    1.00    1.68
    0.28    1.00    0.59    1.00
];
eAL8 = calc_autovetor(AL8);

% Avaliação dos alimentadores à luz do Critério:
% Reduzir FEC - "I"
AL9 = [ ...
    1.00    1.68    2.45    2.06
    0.59    1.00    2.91    3.41
    0.41    0.34    1.00    1.41
    0.49    0.29    0.71    1.00
];
eAL9 = calc_autovetor(AL9);

% Avaliação dos alimentadores à luz do Critério:
% Atender Redes com maior quantidade de Geração Distribuída - "J"
AL10 = [ ...
    1.00    3.31    5.05    5.05
    0.30    1.00    2.21    2.71
    0.20    0.45    1.00    2.06
    0.20    0.37    0.49    1.00
];
eAL10 = calc_autovetor(AL10);

%% Passo 3: Cálculo da resposta final e determinação do vencedor
% construir uma matriz de autovetores e multiplicar cada
% autovetor das alternativas pelo autovetor da matriz de critérios

eM = [eAL1 eAL2 eAL3 eAL4 eAL5 eAL6 eAL7 eAL8 eAL9 eAL10];

Pesos = eM * eM_julg_critérios;

fprintf ('Prioridade de construção pelo AHP tradicional é:\n\n ');
fprintf ('AL_01G1: %.2f%% \n ', Pesos(1,1)*100 )
fprintf ('AL_01G2: %.2f%% \n ', Pesos(2,1)*100 )

```

```

fprintf ('AL_01G3: %.2f%% \n ', Pesos(3,1)*100 )
fprintf ('AL_01G4: %.2f%% \n\n ', Pesos(4,1)*100 )

%% subfunção AHP tradicional para cálculo do autovetor
function [ autovetor ] = calc_autovetor(M)

%       Nota:
%       1. Eleve a matriz pareada ao quadrado
%       2. Soma as linhas e normaliza as linhas somadas.
%       3. Pare quando a diferença entre as somas em duas iterações
%       consecutivas for menor que a tolerância.
c=1;
[m n]=size(M);
nrM(m,:)=10000; tolmet=0; tolerancia=.035;
while tolmet<1
    c=c+1; % contador
    M=M^2; % matriz pareada^2
    srlM = sum(M,2); % soma das linhas
    sr2M = sum(srlM); % soma da soma das linhas
    nrM(:,c) = srlM./sr2M; % normalizar
    tol(c)=sum(abs(nrM(:,c) - nrM(:,c-1))); % calc. tolerância
    if tol < tolerancia % tolerância atendida?
        tolmet=1; % tolerância atendida, parar iterações
    elseif sum(sum(M))>=10e30
        tolmet=1; % tolerância improvável, parar iterações
    end
end
autovetor = nrM(:,end); % autovetor da matriz
end

```

Código Matlab – AHP Linearizado caso 1

```

%% AHP (Analytical Hierarchy Process) Linearizado
% Algoritmo baseado em Rich (2016), modificado para este trabalho
% https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/60647-ahp\_simple
clear all; close all; clc;
%% Passo 1: Matriz de Critérios Linearizada e autovetor

a = [1.000 1.565 1.778 2.000 1.732 1.968 3.162 3.761 2.213 5.566];
b = [a(1,1)/a(1,2) a(1,2)/a(1,2) a(1,3)/a(1,2) a(1,4)/a(1,2) a(1,5)/a(1,2) ...
a(1,6)/a(1,2) a(1,7)/a(1,2) a(1,8)/a(1,2) a(1,9)/a(1,2) a(1,10)/a(1,2)
a(1,1)/a(1,3) a(1,2)/a(1,3) a(1,3)/a(1,3) a(1,4)/a(1,3) a(1,5)/a(1,3) ...
a(1,6)/a(1,3) a(1,7)/a(1,3) a(1,8)/a(1,3) a(1,9)/a(1,3) a(1,10)/a(1,3)
a(1,1)/a(1,4) a(1,2)/a(1,4) a(1,3)/a(1,4) a(1,4)/a(1,4) a(1,5)/a(1,4) ...
a(1,6)/a(1,4) a(1,7)/a(1,4) a(1,8)/a(1,4) a(1,9)/a(1,4) a(1,10)/a(1,4)
a(1,1)/a(1,5) a(1,2)/a(1,5) a(1,3)/a(1,5) a(1,4)/a(1,5) a(1,5)/a(1,5) ...
a(1,6)/a(1,5) a(1,7)/a(1,5) a(1,8)/a(1,5) a(1,9)/a(1,5) a(1,10)/a(1,5)
a(1,1)/a(1,6) a(1,2)/a(1,6) a(1,3)/a(1,6) a(1,4)/a(1,6) a(1,5)/a(1,6) ...
a(1,6)/a(1,6) a(1,7)/a(1,6) a(1,8)/a(1,6) a(1,9)/a(1,6) a(1,10)/a(1,6)
a(1,1)/a(1,7) a(1,2)/a(1,7) a(1,3)/a(1,7) a(1,4)/a(1,7) a(1,5)/a(1,7) ...
a(1,6)/a(1,7) a(1,7)/a(1,7) a(1,8)/a(1,7) a(1,9)/a(1,7) a(1,10)/a(1,7)
a(1,1)/a(1,8) a(1,2)/a(1,8) a(1,3)/a(1,8) a(1,4)/a(1,8) a(1,5)/a(1,8) ...
a(1,6)/a(1,8) a(1,7)/a(1,8) a(1,8)/a(1,8) a(1,9)/a(1,8) a(1,10)/a(1,8)
a(1,1)/a(1,9) a(1,2)/a(1,9) a(1,3)/a(1,9) a(1,4)/a(1,9) a(1,5)/a(1,9) ...
a(1,6)/a(1,9) a(1,7)/a(1,9) a(1,8)/a(1,9) a(1,9)/a(1,9) a(1,10)/a(1,9)
a(1,1)/a(1,10) a(1,2)/a(1,10) a(1,3)/a(1,10) a(1,4)/a(1,10) a(1,5)/a(1,10) ...
a(1,6)/a(1,10) a(1,7)/a(1,10) a(1,8)/a(1,10) a(1,9)/a(1,10) a(1,10)/a(1,10)
];
c = [a;b]; %matriz linearizada critérios

eM_julg_critérios=calc_autovetor(c);

%% Passo 2: Matriz Alternativas e seus autovetores
% Avaliação dos alimentadores à luz do Critério:

```

```

% Atender o Crescimento de Mercado - "A"

MA1 = [1.00 3.41 3.03 3.46];
MA11 = [MA1(1,1)/MA1(1,2) MA1(1,2)/MA1(1,2) MA1(1,3)/MA1(1,2) MA1(1,4)/MA1(1,2)
        MA1(1,1)/MA1(1,3) MA1(1,2)/MA1(1,3) MA1(1,3)/MA1(1,3) MA1(1,4)/MA1(1,3)
        MA1(1,1)/MA1(1,4) MA1(1,2)/MA1(1,4) MA1(1,3)/MA1(1,4) MA1(1,4)/MA1(1,4)
        ];
AL1 = [MA1;MA11];

eAL1 = calc_autovetor(AL1); % calculo do autovetor

% Avaliação dos alimentadores à luz do Critério:
% Maior Redistribuição de Carga (Carregamento) - "B"

MA2 = [ 1.00 3.31 2.91 3.08];
MA22 = [MA2(1,1)/MA2(1,2) MA2(1,2)/MA2(1,2) MA2(1,3)/MA2(1,2) MA2(1,4)/MA2(1,2)
        MA2(1,1)/MA2(1,3) MA2(1,2)/MA2(1,3) MA2(1,3)/MA2(1,3) MA2(1,4)/MA2(1,3)
        MA2(1,1)/MA2(1,4) MA2(1,2)/MA2(1,4) MA2(1,3)/MA2(1,4) MA2(1,4)/MA2(1,4)
        ];

AL2 = [MA2;MA22];

eAL2 = calc_autovetor(AL2);

% Avaliação dos alimentadores à luz do Critério:
% Melhorar o Perfil de Tensão - "C"

MA3 = [ 1.00 2.63 4.74 4.68];
MA33 = [MA3(1,1)/MA3(1,2) MA3(1,2)/MA3(1,2) MA3(1,3)/MA3(1,2) MA3(1,4)/MA3(1,2)
        MA3(1,1)/MA3(1,3) MA3(1,2)/MA3(1,3) MA3(1,3)/MA3(1,3) MA3(1,4)/MA3(1,3)
        MA3(1,1)/MA3(1,4) MA3(1,2)/MA3(1,4) MA3(1,3)/MA3(1,4) MA3(1,4)/MA3(1,4)
        ];

AL3 = [MA3;MA33];

eAL3 = calc_autovetor(AL3);

% Avaliação dos alimentadores à luz do Critério:
% Aumentar os Recursos Operacionais e Manobras - "D"

MA4 = [ 1.00 1.68 2.45 2.06];
MA44 = [MA4(1,1)/MA4(1,2) MA4(1,2)/MA4(1,2) MA4(1,3)/MA4(1,2) MA4(1,4)/MA4(1,2)
        MA4(1,1)/MA4(1,3) MA4(1,2)/MA4(1,3) MA4(1,3)/MA4(1,3) MA4(1,4)/MA4(1,3)
        MA4(1,1)/MA4(1,4) MA4(1,2)/MA4(1,4) MA4(1,3)/MA4(1,4) MA4(1,4)/MA4(1,4)
        ];

AL4 = [MA4;MA44];

eAL4 = calc_autovetor(AL4);

% Avaliação dos alimentadores à luz do Critério:
% Maior Números de Clientes Beneficiados - "E"

MA5 = [ 1.00 4.56 3.66 4.41];
MA55 = [MA5(1,1)/MA5(1,2) MA5(1,2)/MA5(1,2) MA5(1,3)/MA5(1,2) MA5(1,4)/MA5(1,2)
        MA5(1,1)/MA5(1,3) MA5(1,2)/MA5(1,3) MA5(1,3)/MA5(1,3) MA5(1,4)/MA5(1,3)
        MA5(1,1)/MA5(1,4) MA5(1,2)/MA5(1,4) MA5(1,3)/MA5(1,4) MA5(1,4)/MA5(1,4)
        ];

AL5 = [MA5;MA55];

eAL5 = calc_autovetor(AL5);

% Avaliação dos alimentadores à luz do Critério:
% Reduzir DEC - "F"

MA6 = [ 1.00 3.56 5.58 5.58];
MA66 = [MA6(1,1)/MA6(1,2) MA6(1,2)/MA6(1,2) MA6(1,3)/MA6(1,2) MA6(1,4)/MA6(1,2)

```

```

        MA6(1,1)/MA6(1,3) MA6(1,2)/MA6(1,3) MA6(1,3)/MA6(1,3) MA6(1,4)/MA6(1,3)
        MA6(1,1)/MA6(1,4) MA6(1,2)/MA6(1,4) MA6(1,3)/MA6(1,4) MA6(1,4)/MA6(1,4)
    ];

AL6 = [MA6;MA66];

eAL6 = calc_autovetor(AL6);

% Avaliação dos alimentadores à luz do Critério:
% Maior Atendimento a Cargas Especiais - "G"

MA7 = [ 1.00    1.32    2.28    2.28];
MA77 = [MA7(1,1)/MA7(1,2) MA7(1,2)/MA7(1,2) MA7(1,3)/MA7(1,2) MA7(1,4)/MA7(1,2)
        MA7(1,1)/MA7(1,3) MA7(1,2)/MA7(1,3) MA7(1,3)/MA7(1,3) MA7(1,4)/MA7(1,3)
        MA7(1,1)/MA7(1,4) MA7(1,2)/MA7(1,4) MA7(1,3)/MA7(1,4) MA7(1,4)/MA7(1,4)
    ];

AL7 = [MA7;MA77];

eAL7 = calc_autovetor(AL7);

% Avaliação dos alimentadores à luz do Critério:
% Reduzir Perdas Técnicas - "H"

MA8 = [ 1.00    3.57    3.57    3.57];
MA88 = [MA8(1,1)/MA8(1,2) MA8(1,2)/MA8(1,2) MA8(1,3)/MA8(1,2) MA8(1,4)/MA8(1,2)
        MA8(1,1)/MA8(1,3) MA8(1,2)/MA8(1,3) MA8(1,3)/MA8(1,3) MA8(1,4)/MA8(1,3)
        MA8(1,1)/MA8(1,4) MA8(1,2)/MA8(1,4) MA8(1,3)/MA8(1,4) MA8(1,4)/MA8(1,4)
    ];

AL8 = [MA8;MA88];

eAL8 = calc_autovetor(AL8);

% Avaliação dos alimentadores à luz do Critério:
% Reduzir FEC - "I"

MA9 = [ 1.00    1.68    2.45    2.06];
MA99 = [MA9(1,1)/MA9(1,2) MA9(1,2)/MA9(1,2) MA9(1,3)/MA9(1,2) MA9(1,4)/MA9(1,2)
        MA9(1,1)/MA9(1,3) MA9(1,2)/MA9(1,3) MA9(1,3)/MA9(1,3) MA9(1,4)/MA9(1,3)
        MA9(1,1)/MA9(1,4) MA9(1,2)/MA9(1,4) MA9(1,3)/MA9(1,4) MA9(1,4)/MA9(1,4)
    ];

AL9 = [MA9;MA99];

eAL9 = calc_autovetor(AL9);

% Avaliação dos alimentadores à luz do Critério:
% Atender Redes com maior quantidade de Geração Distribuída - "J"

MA10 = [ 1.00    3.31    5.05    5.05];
MA010 = [MA10(1,1)/MA10(1,2) MA10(1,2)/MA10(1,2) MA10(1,3)/MA10(1,2)
        MA10(1,4)/MA10(1,2)
        MA10(1,1)/MA10(1,3) MA10(1,2)/MA10(1,3) MA10(1,3)/MA10(1,3)
        MA10(1,4)/MA10(1,3)
        MA10(1,1)/MA10(1,4) MA10(1,2)/MA10(1,4) MA10(1,3)/MA10(1,4)
        MA10(1,4)/MA10(1,4)
    ];

AL10 = [MA10;MA010];

eAL10 = calc_autovetor(AL10);

% Passo 3: Cálculo da resposta final e determinação do vencedor
% construir uma matriz de autovetores e multiplicar cada
% autovetor das alternativas pelo autovetor da matriz de critérios

eM = [eAL1 eAL2 eAL3 eAL4 eAL5 eAL6 eAL7 eAL8 eAL9 eAL10];

```

```

Pesos = eM * eM_julg_criterios;

fprintf ('Prioridade de construção pelo AHP tradicional é:\n\n ')
fprintf ('AL_01G1: %.2f%% \n ', Pesos(1,1)*100 )
fprintf ('AL_01G2: %.2f%% \n ', Pesos(2,1)*100 )
fprintf ('AL_01G3: %.2f%% \n ', Pesos(3,1)*100 )
fprintf ('AL_01G4: %.2f%% \n\n ', Pesos(4,1)*100 )

%% subfunção AHP linearizado para cálculo do autovetor
function [ autovetor ] = calc_autovetor(M)

%       Nota:
%       1. Eleve a matriz pareada ao quadrado
%       2. Soma as linhas e normaliza as linhas somadas.
%       3. Pare quando a diferença entre as somas em duas iterações
%          consecutivas for menor que a tolerância.
c=1;
[m n]=size(M);
nrM(m,:)=10000; tolmet=0; tolerancia=.035;
while tolmet<1
    c=c+1; % contador
    M=M^2; % matriz pareada^2
    srlM = sum(M,2); % soma das linhas
    sr2M = sum(srlM); % soma da soma das linhas
    nrM(:,c) = srlM./sr2M; % normalizar
    tol(c)=sum(abs(nrM(:,c) - nrM(:,c-1))); % calc. tolerância
    if tol < tolerancia % tolerância atendida?
        tolmet=1; % tolerância atendida, parar iterações
    elseif sum(sum(M))>=10e30
        tolmet=1; % tolerância improvável, parar iterações
    end
end
autovetor = nrM(:,end); % autovetor da matriz
end

```

Código Matlab – Fuzzy AHP extent analysis caso 1

```

clear all; clc
Delta=2.2; % Grau de Fuzzyficação utilizado

Matriz_julg_crit_fuzzy = [
1.00,1.00,1.00,0.31,1.57,3.77,0.31,1.78,3.98,0.31,2.00,4.20,0.31,1.73,3.93,...
0.31,1.97,4.17,0.96,3.16,5.36,1.56,3.76,5.96,0.01,2.21,4.41,3.37,5.57,7.77
0.27,0.64,3.20,1.00,1.00,1.00,0.31,1.68,3.88,0.96,3.16,5.36,0.63,2.83,5.03,...
0.14,2.34,4.54,3.99,6.19,8.39,2.98,5.18,7.38,1.63,3.83,6.03,4.42,6.62,8.82
0.25,0.56,3.20,0.26,0.59,3.20,1.00,1.00,1.00,0.93,3.13,5.33,0.79,2.99,5.19,...
1.00,3.20,5.40,3.76,5.96,8.16,1.61,3.81,6.01,1.78,3.98,6.18,4.68,6.88,9.00
0.24,0.50,3.20,0.19,0.32,1.04,0.19,0.32,1.08,1.00,1.00,1.00,0.31,1.78,3.98,...
0.31,1.50,3.70,0.93,3.13,5.33,1.61,3.81,6.01,2.33,4.53,6.73,4.09,6.29,8.49
0.25,0.58,3.20,0.20,0.35,1.59,0.19,0.33,1.26,0.25,0.56,3.20,1.00,1.00,1.00,...
0.31,2.06,4.26,1.21,3.41,5.61,0.83,3.03,5.23,1.51,3.71,5.91,4.70,6.90,9.00
0.24,0.51,3.20,0.22,0.43,7.13,0.19,0.31,1.00,0.27,0.67,3.20,0.23,0.49,3.20,...
1.00,1.00,1.00,0.18,2.38,4.58,0.25,2.45,4.65,0.14,2.34,4.54,6.01,8.21,9.00
0.19,0.32,1.04,0.12,0.16,0.25,0.12,0.17,0.27,0.19,0.32,1.08,0.18,0.29,0.83,...
0.22,0.42,5.60,1.00,1.00,1.00,0.31,2.11,4.31,0.31,1.68,3.88,1.52,3.72,5.92
0.17,0.27,0.64,0.14,0.19,0.34,0.17,0.26,0.62,0.17,0.26,0.62,0.19,0.33,1.21,...
0.22,0.41,4.01,0.23,0.47,3.20,1.00,1.00,1.00,0.31,1.73,3.93,2.62,4.82,7.02
0.23,0.45,74.83,0.17,0.26,0.61,0.16,0.25,0.56,0.15,0.22,0.43,0.17,0.27,0.66,...
0.22,0.43,7.13,0.26,0.59,3.20,0.25,0.58,3.20,1.00,1.00,1.00,3.80,6.00,8.20
0.13,0.18,0.30,0.11,0.15,0.23,0.11,0.15,0.21,0.12,0.16,0.24,0.11,0.14,0.21,...
0.11,0.12,0.17,0.17,0.27,0.66,0.14,0.21,0.38,0.12,0.17,0.26,1.00,1.00,1.00
];
[S1,W1]=fuzzyAHP1(Matriz_julg_crit_fuzzy);

```

```

M_A = [
1.00,1.00,1.00,0.88,3.08,5.28,0.83,3.03,5.23,1.26,3.46,5.66
0.19,0.32,1.14,1.00,1.00,1.00,0.01,2.21,4.41,0.45,1.57,3.77
0.19,0.33,1.21,0.23,0.45,74.83,1.00,1.00,1.00,0.45,2.00,4.20
0.18,0.29,0.79,0.27,0.64,2.20,0.24,0.50,2.20,1.00,1.00,1.00
];
[S2,W2]=fuzzyAHP1(M_A);

M_B = [
1.00,1.00,1.00,1.11,3.31,5.51,0.71,2.91,5.11,0.88,3.08,5.28
0.18,0.30,0.90,1.00,1.00,1.00,0.01,2.21,4.41,0.45,2.06,4.26
0.20,0.34,1.40,0.23,0.45,74.83,1.00,1.00,1.00,0.45,1.41,3.61
0.19,0.32,1.14,0.23,0.49,2.20,0.28,0.71,2.20,1.00,1.00,1.00
];
[S3,W3]=fuzzyAHP1(M_B);

M_C = [
1.00,1.00,1.00,0.43,2.63,0.34,2.54,4.74,6.94,2.48,4.68,6.88
2.96,0.38,2.31,1.00,1.00,1.00,1.02,3.22,5.42,0.51,2.71,4.91
0.14,0.21,0.39,0.18,0.31,0.98,1.00,1.00,1.00,0.01,2.21,4.41
0.15,0.21,0.40,0.20,0.37,1.96,0.23,0.45,74.83,1.00,1.00,1.00
];
[S4,W4]=fuzzyAHP1(M_C);

M_D = [
1.00,1.00,1.00,0.45,1.68,3.88,0.25,2.45,4.65,0.45,2.06,4.26
0.26,0.59,2.20,1.00,1.00,1.00,0.25,2.45,4.65,0.45,1.57,3.77
0.22,0.41,4.01,0.22,0.41,4.01,1.00,1.00,1.00,0.45,1.57,3.77
0.23,0.49,2.20,0.27,0.64,2.20,0.27,0.64,2.20,1.00,1.00,1.00
];
[S5,W5]=fuzzyAHP1(M_D);

M_E = [
1.00,1.00,1.00,2.36,4.56,6.76,1.46,3.66,5.86,2.21,4.41,6.61
0.15,0.22,0.42,1.00,1.00,1.00,0.45,1.68,3.88,0.45,1.73,3.93
0.17,0.27,0.68,0.26,0.59,2.20,1.00,1.00,1.00,0.45,1.41,3.61
0.15,0.23,0.45,0.25,0.58,2.20,0.28,0.71,2.20,1.00,1.00,1.00
];
[S6,W6]=fuzzyAHP1(M_E);

M_F = [
1.00,1.00,1.00,1.36,3.56,5.76,3.38,5.58,7.78,3.38,5.58,7.78
0.17,0.28,0.74,1.00,1.00,1.00,0.31,2.51,4.71,1.36,3.56,5.76
0.13,0.18,0.30,0.21,0.40,3.18,1.00,1.00,1.00,0.45,2.00,4.20
0.13,0.18,0.30,0.17,0.28,0.74,0.24,0.50,2.20,1.00,1.00,1.00
];
[S7,W7]=fuzzyAHP1(M_F);

M_G = [
1.00,1.00,1.00,0.45,1.32,3.52,0.08,2.28,4.48,0.08,2.28,4.48
0.28,0.76,2.20,1.00,1.00,1.00,0.25,2.45,4.65,0.45,1.19,3.39
0.22,0.44,12.58,0.22,0.41,4.01,1.00,1.00,1.00,0.45,1.41,3.61
0.22,0.44,12.58,0.30,0.84,2.20,0.28,0.71,2.20,1.00,1.00,1.00
];
[S8,W8]=fuzzyAHP1(M_G);

M_H = [
1.00,1.00,1.00,1.37,3.57,5.77,1.37,3.57,5.77,1.37,3.57,5.77
0.17,0.28,0.73,1.00,1.00,1.00,0.45,1.86,4.06,0.31,1.00,3.20
0.17,0.28,0.73,0.25,0.54,2.20,1.00,1.00,1.00,0.45,1.68,3.88
0.17,0.28,0.73,0.31,1.00,3.20,0.26,0.59,2.20,1.00,1.00,1.00
];
[S9,W9]=fuzzyAHP1(M_H);

M_I = [
1.00,1.00,1.00,0.45,1.68,3.88,0.25,2.45,4.65,0.45,2.06,4.26
0.26,0.59,2.20,1.00,1.00,1.00,0.71,2.91,5.11,1.21,3.41,5.61

```

```

0.22,0.41,4.01,0.20,0.34,1.40,1.00,1.00,1.00,0.45,1.41,3.61
0.23,0.49,2.20,0.18,0.29,0.83,0.28,0.71,2.20,1.00,1.00,1.00
];
[S10,W10]=fuzzyAHP1(M_I);

M_J = [
1.00,1.00,1.00,1.11,3.31,5.51,2.85,5.05,7.25,2.85,5.05,7.25
0.18,0.30,0.90,1.00,1.00,1.00,0.01,2.21,4.41,0.51,2.71,4.91
0.14,0.20,0.35,0.23,0.45,74.83,1.00,1.00,1.00,0.45,2.06,4.26
0.14,0.20,0.35,0.20,0.37,1.96,0.23,0.49,2.20,1.00,1.00,1.00
];
[S11,W11]=fuzzyAHP1(M_J);

Pesos = [W2 W3 W4 W5 W6 W7 W8 W9 W10 W11]*[W1];

fprintf ('Pelo método Fuzzy-AHP a ordem de prioridade é:\n\n ')
fprintf ('Com Grau de Fuzzyficação: %.2f \n\n ', Delta)
fprintf ('AL_01G1: %.2f%% \n ', Pesos(1,1)*100 )
fprintf ('AL_01G2: %.2f%% \n ', Pesos(2,1)*100 )
fprintf ('AL_01G3: %.2f%% \n ', Pesos(3,1)*100 )
fprintf ('AL_01G4: %.2f%% \n\n ', Pesos(4,1)*100 )

% ----- %
% Função adaptada de CILDEN, D. e GULER, D. de 30/03/2018 para encontrar
% os pesos dos critérios e alternativas de acordo com
% Extent analysis method on fuzzy AHP (Chang's)
% ("Da-Yong Chang, Applications of the extent analysis method on fuzzy AHP,
% European Journal of Operational Research, Volume 95, Issue 3,
% 1996, Pages 649-655, ISSN 0377-2217,
% https://doi.org/10.1016/0377-2217(95)00300-2.")
% Adaptado para esse trabalho
% https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/66688-fuzzy-ahp-chang-liou-
wang
% ----- %
% ENTRADAS:
% P: Matrizes de Comparação Par a Par
% SAÍDAS:
% S: O Valor of fuzzy synthetic extent
% W: Pesos
% ----- %
% ----- %
function [S,W]=fuzzyAHP1(P)
nn=size(P); n=nn(1);
B=zeros(n,10); C=B; t=0;
for i=1:n
k=1;
for j=1:n
B(i,1)=B(i,1)+P(i,k);
B(i,2)=B(i,2)+P(i,k+1);
B(i,3)=B(i,3)+P(i,k+2);
C(i,1)=C(i,1)+sum(P(:,k+2));
C(i,2)=C(i,2)+sum(P(:,k+1));
C(i,3)=C(i,3)+sum(P(:,k));
k=k+3; t=t+1;
end
end
C=1./C; S=B.*C;
k=1;
% Pesos
for i=1:n
k=1;
for j=1:n
if j~=i
if S(i,2)>=S(j,2)
V(i,k)=1;
elseif S(j,1)>=S(i,3)
V(i,k)=0;
else

```

```

        V(i,k)=(S(j,1)-S(i,3))/(S(i,2)-S(i,3)-(S(j,2)-S(j,1)));
    end
    k=k+1;
end
end
W1(i)=min(V(i,:));
end
W=W1'./sum(W1);
end
end

```

Código Matlab – AHP *Fuzzy* híbrido caso 1

```

clear all ; clc ; close

a=newfis('priorizacao');
a=addvar(a,'input','CritA',[0 1]);
a=addmf(a,'input',1,'BAIXO','trimf1722', [-.4 0 .4]);
a=addmf(a,'input',1,'MEDIO','trimf1722', [0.0 0.5 1.0]);
a=addmf(a,'input',1,'ALTO','trimf1722', [.6 1 1.4]);
a=addvar(a,'input','CritB',[0 1]);
a=addmf(a,'input',2,'BAIXO','trimf2043', [-.4 0 .4]);
a=addmf(a,'input',2,'MEDIO','trimf2043', [0.0 0.5 1.0]);
a=addmf(a,'input',2,'ALTO','trimf2043', [.6 1 1.4]);
a=addvar(a,'input','CritC',[0 1]);
a=addmf(a,'input',3,'BAIXO','trimf1859', [-.4 0 .4]);
a=addmf(a,'input',3,'MEDIO','trimf1859', [0.0 0.5 1.0]);
a=addmf(a,'input',3,'ALTO','trimf1859', [.6 1 1.4]);
a=addvar(a,'input','CritD',[0 1]);
a=addmf(a,'input',4,'BAIXO','trimf1114', [-.4 0 .4]);
a=addmf(a,'input',4,'MEDIO','trimf1114', [0.0 0.5 1.0]);
a=addmf(a,'input',4,'ALTO','trimf1114', [.6 1 1.4]);
a=addvar(a,'input','CritE',[0 1]);
a=addmf(a,'input',5,'BAIXO','trimf1020', [-.4 0 .4]);
a=addmf(a,'input',5,'MEDIO','trimf1020', [0.0 0.5 1.0]);
a=addmf(a,'input',5,'ALTO','trimf1020', [.6 1 1.4]);
a=addvar(a,'input','CritF',[0 1]);
a=addmf(a,'input',6,'BAIXO','trimf0807', [-.4 0 .4]);
a=addmf(a,'input',6,'MEDIO','trimf0807', [0.0 0.5 1.0]);
a=addmf(a,'input',6,'ALTO','trimf0807', [.6 1 1.4]);
a=addvar(a,'input','CritG',[0 1]);
a=addmf(a,'input',7,'BAIXO','trimf0442', [-.4 0 .4]);
a=addmf(a,'input',7,'MEDIO','trimf0442', [0.0 0.5 1.0]);
a=addmf(a,'input',7,'ALTO','trimf0442', [.6 1 1.4]);
a=addvar(a,'input','CritH',[0 1]);
a=addmf(a,'input',8,'BAIXO','trimf0409', [-.4 0 .4]);
a=addmf(a,'input',8,'MEDIO','trimf0409', [0.0 0.5 1.0]);
a=addmf(a,'input',8,'ALTO','trimf0409', [.6 1 1.4]);
a=addvar(a,'input','CritI',[0 1]);
a=addmf(a,'input',9,'BAIXO','trimf0420', [-.4 0 .4]);
a=addmf(a,'input',9,'MEDIO','trimf0420', [0.0 0.5 1.0]);
a=addmf(a,'input',9,'ALTO','trimf0420', [.6 1 1.4]);
a=addvar(a,'input','CritJ',[0 1]);
a=addmf(a,'input',10,'BAIXO','trimf0162', [-.4 0 .4]);
a=addmf(a,'input',10,'MEDIO','trimf0162', [0.0 0.5 1.0]);
a=addmf(a,'input',10,'ALTO','trimf0162', [.6 1 1.4]);
a=addvar(a,'output','NivelPrioridade',[0 1]);
a=addmf(a,'output',1,'BAIXO','trimf', [-.4 0 .4]);
a=addmf(a,'output',1,'MEDIO','trimf', [0.0 0.5 1.0]);
a=addmf(a,'output',1,'ALTO','trimf', [.6 1 1.4]);
ruleList=[ ...
%A   B   C   D   E   F   G   H   I   J   OUT   W   oP
1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1   1
1   1   1   1   1   1   2   3   2   3   1   1   1
1   3   2   3   2   1   1   3   2   1   2   1   1
2   1   3   3   3   3   1   3   3   3   3   1   1

```

```

... %[continua]
%% CONJUNTO DE REGRAS CONFORME CRITÉRIOS DESCRITOS NO MÉTODO
];
a=addrule(a,ruleList);

%% Normalizaçao [0-1]  $y = (x - \min(x)) / ((\max(x) - \min(x)))$ 

G1= evalfis([1.;.734;1.;0.0;1.;1.;0.0;1.;1.;1.],a)*100;
G2= evalfis([.222;.031;.980;.667;0.0;.800;.111;.041;.704;.549],a)*100;
G3= evalfis([.0;1.;.0;1.;.77;.0;1.;.0;.0;.0],a)*100;
G4= evalfis([.222;.0;.490;.0;.360;.157;.222;.071;.533;.293],a)*100;

prioridade = [G1 G2 G3 G4];

fprintf ('AL_01G1: %.2f%% \n ', prioridade(1,1) )
fprintf ('AL_01G2: %.2f%% \n ', prioridade(1,2) )
fprintf ('AL_01G3: %.2f%% \n ', prioridade(1,3) )
fprintf ('AL_01G4: %.2f%% \n ', prioridade(1,4) )

fprintf ('\n AL_01G1 normalizado: %.2f%% \n ', prioridade(1,1)/sum(prioridade)*100)
fprintf ('AL_01G2 normalizado: %.2f%% \n ', prioridade(1,2)/sum(prioridade)*100 )
fprintf ('AL_01G3 normalizado: %.2f%% \n ', prioridade(1,3)/sum(prioridade)*100 )
fprintf ('AL_01G4 normalizado: %.2f%% \n\n ', prioridade(1,4)/sum(prioridade)*100 )

% gensurf(a)
% surfview(a)

%% Modificação da altura do triângulo fuzzy em relação ao peso
%% Exemplo: critério "B" caso 1

function y = trimf2043(x, params)
if nargin ~= 2
error('Two arguments are required by the triangular MF. ');
end
if length(params) < 3
error('The triangular MF needs at least three parameters. ');
end
a = params(1); b = params(2); c = params(3);
if a > b,
error('Illegal parameter condition: a > b');
elseif b > c,
error('Illegal parameter condition: b > c');
elseif a > c,
error('Illegal parameter condition: a > c');
end
y = zeros(size(x));
index = find(x <= a | c <= x);
y(index) =zeros(size(index));
if (a ~= b)
index = find(a < x & x < b);
y(index) = (x(index)-a)/(b-a);
end
if (b ~= c)
index = find(b < x & x < c);
y(index) = (c-x(index))/(c-b);
end
index = find(x == b);
y(index) = ones(size(index));
y=y*0.2043;

```

