



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

STÊNIO DE SOUSA COELHO

**APLICAÇÃO DE CONTROLADORES PID MULTIVARIÁVEIS EM SISTEMAS
COM ACOPLAMENTO ENTRE AS MALHAS**

TERESINA

2018

STÊNIO DE SOUSA COELHO

**APLICAÇÃO DE CONTROLADORES PID MULTIVARIÁVEIS EM SISTEMAS
COM ACOPLAMENTO ENTRE AS MALHAS**

Dissertação submetida à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia elétrica, da Universidade Federal do Piauí, como parte dos requisitos exigidos para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Otacílio da Mota Almeida.

TERESINA

2018

FICHA CATALOGRÁFICA
Universidade Federal do Piauí
Biblioteca Comunitária Jornalista Carlos Castello Branco
Divisão de Processos Técnicos

C672a

Coelho, Stênio de Sousa.

Aplicação de controladores PID multivariáveis em sistemas com acoplamento entre as malhas / Stênio de Sousa Coelho. -- 2018.
84 f. : il.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal do Piauí, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Teresina, 2018.

“Orientação: Prof. Dr. Otacílio da Mota Almeida.”

1. Controladores. 2. Controlador PID. 3. Sistemas multivariáveis.
I. Título.

CDD 621.317

STÊNIO DE SOUSA COELHO

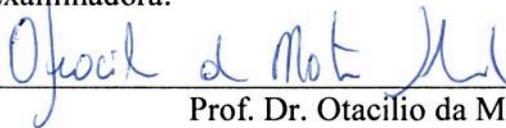
APLICAÇÃO DE CONTROLADORES PID MULTIVARIÁVEIS EM SISTEMAS COM ACOPLAMENTO ENTRE MALHAS.

Esta Dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, Área de Concentração Sistemas de Energia Elétrica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Piauí.

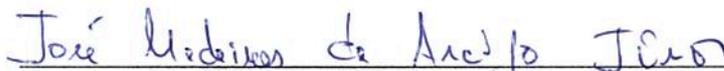


Stênio de Sousa Coelho
Pós-Graduando (PPGEE-UFPI)

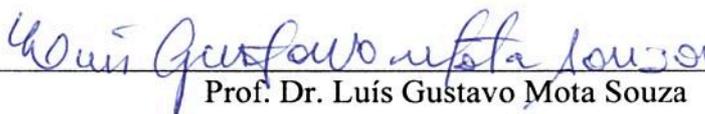
Banca Examinadora:



Prof. Dr. Otacílio da Mota Almeida
Orientador (PPGEE-UFPI).



Prof. Dr. José Medeiros de Araújo Júnior
Avaliador Interno (PPGEE-UFPI).



Prof. Dr. Luís Gustavo Mota Souza
Avaliador Interno (PPGEE-UFPI)



Prof. Dr. Bismark Claure Torrico
Avaliador Externo (UFC)

Teresina, 11 de dezembro de 2018.

Dedico este trabalho a Deus, pelo dom da vida e da inteligência; aos meus pais e irmãos, pelo amor e dedicação; à minha amada, Juciara, pelo companheirismo e paciência; a toda minha família e amigos; aos professores, colegas e colaboradores da UFPI.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Otacílio da Mota Almeida, pela presteza, paciência e excelente orientação.

Aos professores participantes da banca examinadora pelo tempo, pelas valiosas colaborações e sugestões.

Aos meus pais, José Albino Marques Coelho e Maria Eliete de Sousa Coelho, pelo amor e carinho que tanto me foram dados e pelo sacrifício que fizeram para que eu pudesse ter uma formação ética e profissional da melhor qualidade.

Aos meus irmãos Antonio de Sousa Coelho e Thémis de Sousa Coelho pelo convívio diário e momentos juntos.

À Juciara Alves da Silva, minha amada e companheira de sempre, pelo amor, compreensão e dedicação.

Aos companheiros de UFPI e grandes amigos Gielson Veras, Heitor Santana e Lindokeny Moura pelos inúmeros risos compartilhados, noites de sono perdidas estudando juntos e conquistas divididas.

A todos os professores com os quais tive o prazer de aprender e conviver dentro e fora do âmbito acadêmico.

Aos demais familiares e amigos.

“Deus quer, o homem sonha, a obra nasce”.

Fernando Pessoa.

RESUMO

Neste trabalho foram comparados dois conceitos de desenvolvimento de controladores PID aplicáveis para grande número de processos industriais com interação entre malhas: o método de sintonia de controladores PID sequencial e o método IMC multivariável. Apesar de os precursores de ambas as técnicas serem bastante difundidas no ambiente industrial para controle de sistemas do tipo SISO, tais métodos de controle monovariáveis não são capazes de atuar com eficiência em processos do tipo MIMO. Portanto, o desenvolvimento de uma matriz de desacoplamento e sua adição ao sistema multivariável faz-se necessária para o controle de processos com acoplamento entre as malhas a partir de estruturas de controle monovariáveis, atuando de modo a minimizar (ou até mesmo eliminar) a interação proporcionada pelos elementos de fora da diagonal principal da matriz de transferência do processo.

A eficácia das técnicas de controle e desacoplamento de sistemas multivariáveis apresentadas neste trabalho foi avaliada em dois processos, sendo um deles simulado (coluna de destilação de Wood e Berry) e o outro uma planta real de tanques acoplados com forte interação entre as malhas. Foram calculadas as matrizes de desacoplamento simplificado para os sistemas, comparando-se as respostas dos processos frente às ações dos controladores sintonizados pelos métodos sequencial, IMC monovariável, método de Aström e IMC multivariável.

Palavras-chave: Controlador PID, método sequencial, IMC multivariável, sistemas multivariáveis, desacoplamento de malhas.

ABSTRACT

In this work two concepts of PID controller development applicable to a large number of industrial processes with loop interactions were compared: sequential PID controller tuning method and multivariable IMC method. Although the precursors of both techniques are widespread in the industrial environment for control of SISO systems, such monovariable control methods are not capable of performing efficiently in MIMO processes. Therefore, the development of a decoupling matrix and its addition to the multivariate system is necessary for the control of processes with coupling between the loops from monovariable control structures, acting in a way to minimize (or even eliminate) the interaction provided by the elements outside the main diagonal of the process transfer matrix.

The effectiveness of the control and decoupling techniques of multivariable systems presented in this work was evaluated in two processes, one of which was simulated (Wood and Berry distillation column) and the other a real coupled tank system with strong interaction between the loops. Simplified decoupling matrices were calculated for the systems, comparing the responses of the processes to the actions of the controllers tuned by the sequential methods, multivariable IMC, Aström method and monovariable IMC.

Keywords: PID controller, sequential method, multivariable IMC, multivariable systems, loops decoupling.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 –	Diagrama de definição de modelo.....	18
Figura 2.1 –	Sistema linear invariante no tempo estável.....	22
Figura 2.2 –	Sistema realimentado por relé.....	24
Figura 2.3 –	Relação entrada-saída do relé.....	25
Figura 2.4 –	(a) Curva característica do relé ideal; (b) formas de onda para um relé ideal.....	26
Figura 2.5 –	(a) Curva característica do relé com histerese; (b) formas de onda do relé com histerese.....	27
Figura 2.6 –	Diagrama de Nyquist com ações do controlador PID.....	29
Figura 2.7 –	Estrutura do controlador PID não interativo.....	30
Figura 2.8 –	Oscilação de um sistema no limiar de estabilidade.....	31
Figura 2.9 –	Método de Aström realimentado por relé ideal.....	33
Figura 2.10 –	Saída do processo sob a atuação do relé ideal.....	33
Figura 2.11 –	Método de /Aström realimentado por relé com histerese.....	34
Figura 2.12 –	Saída do processo sob a atuação do relé com histerese.....	35
Figura 2.13 –	Estrutura IMC.....	38
Figura 3.1 –	Sistema de controle multivariável descentralizado.....	42
Figura 3.2 –	Desacoplamento de um processo TITO.....	44
Figura 3.3 –	Sintonia sequencial de controladores PID para um sistema TITO.....	47
Figura 3.4 –	Diagrama para um sistema MIMO com controladores PID descentralizados...	48
Figura 3.5 –	Diagrama de blocos rearranjado.....	50
Figura 3.6 –	Diagrama de blocos para um sistema de controle multivariável.....	51
Figura 4.1 –	Oscilações encontradas nas saídas das malhas.....	56
Figura 4.2 –	Respostas do sistema controlado por PID sintonizado pelo método sequencial	57
Figura 4.3 –	Respostas do sistema com desacoplador controlado por PID monovariável sintonizado pelo método de Aström.....	58
Figura 4.4 –	Saídas do sistema controlado por PID sintonizado por IMC multivariável.....	59
Figura 4.5 –	Saídas do sistema com desacoplador controlado por PID sintonizado por IMC monovariável.....	60
Figura 4.6 –	Esquema do processo de tanques duplos acoplados.....	62
Figura 4.7 –	Fotografia da bancada com o sistema de tanques duplos acoplados.....	63

Figura 4.8 –	Nível do tanque 1 devido a bomba 1 para válvula de comunicação fechada.....	64
Figura 4.9 –	Nível do tanque 2 devido a bomba 2 para válvula de comunicação fechada.....	64
Figura 4.10 –	Nível do tanque 1 devido a bomba 1 para válvula de comunicação aberta.....	65
Figura 4.11 –	Nível do tanque 2 devido a bomba 1 para válvula de comunicação aberta.....	65
Figura 4.12 –	Nível do tanque 2 devido a bomba 2 para válvula de comunicação aberta.....	66
Figura 4.13 –	Nível do tanque 1 devido a bomba 2 para válvula de comunicação aberta.....	66
Figura 4.14 –	Saída $y_1(t)$ medida.....	67
Figura 4.15 –	Saída $y_2(t)$ medida.....	67
Figura 4.16 –	Estimação da saída $y_1(t)$	68
Figura 4.17 –	Estimação da saída $y_2(t)$	68
Figura 4.18 –	Gráfico do tanque 1 com controlador PID sequencial para o sistema acoplado	70
Figura 4.19 –	Gráfico do tanque 2 com controlador PID sequencial para o sistema acoplado	70
Figura 4.20 –	Gráfico do tanque 1 com desacoplador controlado por PID monovariável sintonizado pelo método de Aström.....	72
Figura 4.21 –	Gráfico do tanque 2 com desacoplador controlado por PID monovariável sintonizado pelo método de Aström.....	72
Figura 4.22 –	Gráfico do tanque 1 com controlador sintonizado pelo método IMC multivariável.....	73
Figura 4.23 –	Gráfico do tanque 2 com controlador sintonizado pelo método IMC multivariável.....	74
Figura 4.24 –	Gráfico do tanque 1 com desacoplador, controlado por PI sinzonizado pelo método IMC monovariável.....	75
Figura 4.25 –	Gráfico do tanque 2 com desacoplador, controlado por PI sinzonizado pelo método IMC monovariável.....	75

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Equações de Ziegler-Nichols para sintonia do controlador.....	31
Tabela 2 – Parâmetros do controlador PID para algumas dinâmicas de processo.....	39
Tabela 3 – Ganhos dos controladores PID sintonizados pelo método sequencial.....	56
Tabela 4 – Ganhos dos controladores PID sintonizados pelo método de Aström.....	58
Tabela 5 – Ganhos dos controladores PID sintonizados pelo método IMC multivariável..	59
Tabela 6 – Ganhos dos controladores PID sintonizados pelo método IMC monovariável..	60
Tabela 7 – Parâmetros dos controladores PID para as malhas do processo.....	76
Tabela 8 – Índices de desempenho dos sistemas controlados.....	76

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

A-D	Analógico-Digital
CLP	Controlador Lógico Programável
D-A	Digital-Analógico
DEE	Departamento de Engenharia Elétrica
FT	Função de Transferência
IMC	Internal Model Control
MIMO	Multiple-Input Multiple-Output
PID	Proporcional Integral Derivativo
PWM	Pulse Width Modulation
SISO	Single-Input Single-Output
TITO	Two-Input Two-Output
UFPI	Universidade Federal do Piauí
ZOH	Zero Order Hold
ZN	Ziegler-Nichols

SUMÁRIO

Capítulo 1	INTRODUÇÃO.....	15
1.1	MOTIVAÇÃO E RELEVÂNCIA DO TRABALHO.....	15
1.1.1	IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS.....	17
1.1.2	SISTEMAS DE CONTROLE PID.....	18
1.2	OBJETIVOS.....	19
1.3	METODOLOGIA.....	20
1.4	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	21
1.5	PRODUÇÃO CIENTÍFICA.....	21
Capítulo 2	CONTROLE PID APLICADO EM PROCESSOS MONOVARIÁVEIS.....	22
2.1	RESPOSTA EM FREQUÊNCIA DE UM SISTEMA.....	22
2.2	FUNÇÃO DESCRITIVA DO RELÉ.....	24
2.2.1	FUNÇÃO DESCRITIVA DO RELÉ IDEAL.....	26
2.2.2	FUNÇÃO DESCRITIVA DO RELÉ COM HISTERESE.....	27
2.3	O CONTROLADOR PID.....	27
2.3.1	AÇÕES DO CONTROLADOR PID.....	28
2.4	SINTONIA DO CONTROLADOR PID MONOVARIÁVEL.....	30
2.4.1	MÉTODO DE ZIEGLER-NICHOLS.....	30
2.4.2	MÉTODOS DE ASTRÖM.....	32
2.4.3	MÉTODO DO MODELO INTERNO (IMC).....	37
2.5	CONCLUSÃO.....	40
Capítulo 3	CONTROLE PID APLICADO EM PROCESSOS MULTIVARIÁVEIS.....	41
3.1	SISTEMA MULTIVARIÁVEL.....	41
3.1.1	DESACOPLAMENTO DE SISTEMAS MULTIVARIÁVEIS.....	42
3.2	SINTONIA DO CONTROLADORE PID MULTIVARIÁVEL.....	45
3.2.1	MÉTODO SEQUENCIAL DE SINTONIA DE CONTROLADORES PID.....	45
3.2.2	MÉTODO DE SINTONIA IMC MULTIVARIÁVEL.....	50
3.3	CONCLUSÃO.....	54
Capítulo 4	APLICAÇÃO DOS CONTROLADORES PID.....	55
4.1	RESULTADOS DE SIMULAÇÃO.....	55
4.2	DESCRIÇÃO DO PROCESSO DE TANQUES DUPLOS ACOPLADOS.....	61
4.3	MODELAGEM DA PLANTA.....	63
4.4	SINTONIA DOS CONTROLADORES PID.....	69

4.4.1	SINTONIA DOS CONTROLADORES PID PELO MÉTODO SEQUENCIAL....	70
4.4.2	SINTONIA DOS CONTROLADORES PID PELO MÉTODO DE ASTRÖM.....	71
4.4.3	SINTONIA DOS CONTROLADORES PID PELO MÉTODO IMC MULTIVARIÁVEL.....	72
4.4.4	SINTONIA DOS CONTROLADORES PID PELO MÉTODO IMC MONOVARIÁVEL.....	74
Capítulo 5	CONCLUSÃO.....	77
4.1	TRABALHOS FUTUROS.....	78
	ANEXO.....	79
	Anexo A: Estimação de Parâmetros pelo Método dos Mínimos Quadrados Multivariável.....	79
	A.1) Aplicação para o caso multivariável.....	81
	A.2) Estimação do modelo do processo.....	82
	REFERÊNCIAS.....	83

Capítulo 1.: Introdução

1.1 – Motivação e Relevância do Trabalho

O projeto de controladores para atuação em um sistema diz respeito à dinâmica do processo requerida. Assim sendo, a complexidade do controlador é proporcional à complexidade do sistema, de modo que controladores tradicionais são suficientes para atuarem em processos mais simples. Neste conjunto, destacam-se os controladores PID (Proporcional, Integral e Derivativo), representando cerca de 90% das malhas de controle industriais existentes no mundo (ASTRÖM & HAGGLUND, 2006).

O controlador PID é sem dúvida a estrutura de controle convencional mais empregada em sistemas industriais devido a rapidez, simplicidade do ajuste dos seus parâmetros e eficiência no controle de processos, sendo um recurso bastante útil especialmente em ambientes que contém diferentes plantas que precisam ser controladas (BERNER, SOLTESZ, HÄGGLUND & ASTRÖM, 2018).

Nesse contexto, sínteses de métodos de controladores PID são estudadas e implementadas baseadas em projetos analógicos ou digitais, utilizando-se as características temporais e de frequência da planta (modelo não paramétrico) ou usando um modelo do processo (modelo paramétrico), com o intuito de melhorar o desempenho do controlador em aplicações com diferentes níveis de dificuldade (ARAÚJO *et al.*, 2017).

Com o intuito de facilitar a implementação de controladores PID, algumas regras de sintonia e métodos de ajuste automático de parâmetros foram desenvolvidas para sistemas do tipo SISO (“*single-input single-output*”). Entretanto, atualmente algumas plantas industriais possuem múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO – do inglês “*multiple-input multiple-output*”) e são mais desafiadores quanto ao seu controle, devido às interações entre as variáveis do processo, sendo alvo de grande parte dos trabalhos recentemente desenvolvidos voltados para este tema (PEREIRA, VERONESI, VISOLI, NORMEY-RICO & TORRICO, 2016).

Contudo, controladores PID baseados em técnicas de sintonia convencionais apresentam limitações frente a sistemas complexos com não-linearidades e atraso de transporte dominante, sendo insuficientes para garantir a estabilidade de processos com essas características (AGUIAR, JÚNIOR & BARROS, 2018). Tais limitações impulsionaram o desenvolvimento de outras técnicas, como por exemplo controladores não-lineares, preditor de Smith, GPC não-linear (*Generalized Predictive Control*) e Fuzzy, este último sendo

frequentemente mencionado como uma boa alternativa, utilizando muitas vezes a mesma estrutura incrementada em controladores PI ou PID.

O interesse nas pesquisas sobre controladores PID ressurgiu com bastante força nas últimas décadas, observando-se um aumento substancial no número de publicações relacionadas ao tema, a ponto de ser organizado pela IFAC (*International Federation of Automatic Control*), a partir do ano 2000, um congresso voltado para este assunto (ASTRÖM & HAGGLUND, 2001). Portanto, embora tenham surgido outras metodologias, os controladores PID continuam sendo dominantes nas aplicações voltadas para o chão de fábrica desde os anos 1980, a partir da técnica de autoajuste proposta por Aström e Hägglund (1984), empregada em alguns dos sistemas de controle industriais mais vendidos na atualidade, como por exemplo o ABB ECA600 e o ABB 800 XA (BERNER, SOLTESZ, HÄGGLUND & ASTRÖM, 2018).

O estudo de sistemas TITO (*two-input two-output*) é de interesse especial pela capacidade de generalização dos métodos desenvolvidos em processos desse tipo para plantas com uma quantidade maior de entradas e saídas. Por exemplo, em Wang, Huang e Guo (2000) e Sujatha e Panda (2013) foram propostas a avaliação de testes de degrau em malha aberta (um para cada entrada) para identificar o modelo do processo. Com base nesses testes, um desacoplador pode ser obtido e um método sequencial de sintonia de controladores PID pode ser aplicado para projetar dois controladores descentralizados (PEREIRA *et al.*, 2016). A utilização de relés para identificação dos parâmetros de processos multivariáveis e autosintonia de controladores PID é encontrada também nos trabalhos desenvolvidos por Chidambaram e Sathe (2014); Berner, Hägglund e Aström (2016); Nikita e Chidambaram (2017), os quais propõem a aplicação de relés assimétricos para a determinação dos parâmetros dos controladores PID.

Como o projeto de controladores está associado à dinâmica do sistema, é necessário a descrição da planta por equações matemáticas que representem seu comportamento, através da identificação por métodos não-fenomenológicos (também chamados de “modelagem caixa preta”), devido ao fato de que nem sempre é possível estar bem familiarizado com o sistema a ponto de conhecer profundamente os eventos físicos envolvidos. Nesse sentido, destacam-se dois métodos de modelagem empírica muito utilizados na indústria, sendo eles o método dos mínimos quadrados e a realimentação de malha através de relés (AGUIRRE, 2015).

1.1.1 – Identificação de Sistemas

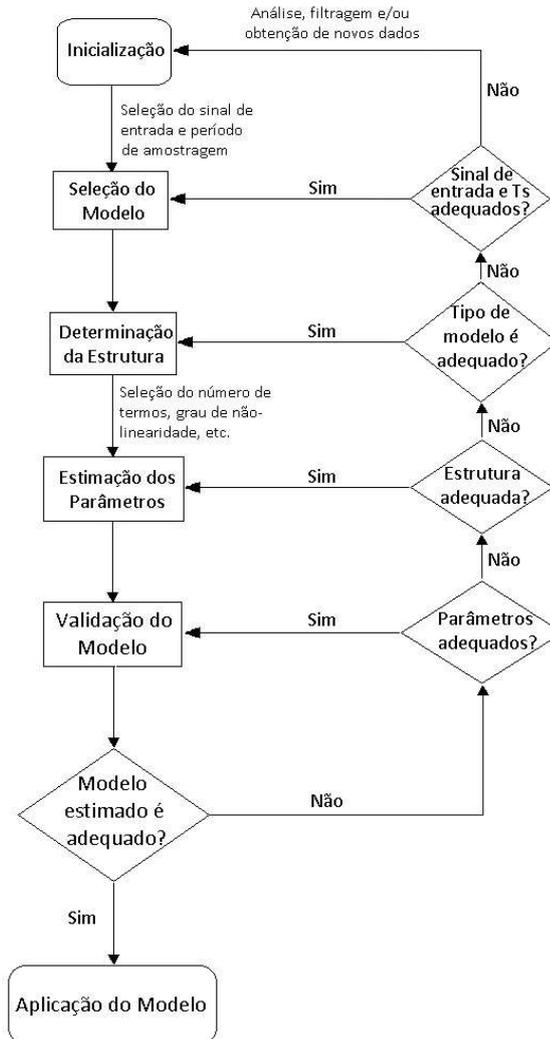
A crescente complexidade dos processos de produção e a demanda por alta eficiência em plantas industriais impõem restrições cada vez maiores aos sistemas de controle associados. Com o objetivo de aprimorar o desempenho de controladores, várias estratégias têm sido propostas e, dentre as mais recentes, destacam-se aquelas que utilizam modelos matemáticos não fenomenológicos do processo a ser controlado. Desse modo, a determinação de um modelo que represente a dinâmica de um sistema, no tocante aos seus aspectos essenciais, de forma adequada para uma utilização particular é de grande importância para a análise, projeto e entendimento do funcionamento de sistemas de controle (COELHO, 2004).

A modelagem de um sistema pode ser definida, portanto, como um conjunto de equações capazes de representar sua dinâmica com precisão ou de maneira bastante aceitável, não havendo um modelo único para um dado sistema, uma vez que, um mesmo processo pode ser representado de maneiras diferentes da perspectiva que se considere (AGUIRRE, 2015).

De uma forma geral, os modelos podem ser caracterizados como contínuos ou discretos, determinísticos ou estocásticos, agrupados ou distribuídos e lineares ou não-lineares, sendo estas características importantes para a determinação do tipo de equação que irá representar o sistema. Modelos não-lineares, por exemplo, devem ser capazes de representar fenômenos tais como multiplicidade de entradas, multiplicidade de saída, respostas assimétricas, geração de harmônicas e sub-harmônicas e comportamentos caóticos (LJUNG, 1987).

Um procedimento de identificação pode ser dividido em várias etapas, dentre as quais se destacam a seleção do modelo, determinação da estrutura, estimação dos parâmetros e validação do modelo, conforme diagrama da Figura 1.1.

Figura 1.1. Diagrama de definição de modelo.



Fonte: Elaborada pelo Autor.

1.1.2 – Sistemas de Controle PID

Apesar de simples, a sintonia dos parâmetros do controlador PID ainda hoje é um desafio para os engenheiros de controle e pesquisadores, pois cada processo tem uma dinâmica e para cada um é necessário projetar o controlador visando diferentes aspectos de desempenho tais como resposta dinâmica, robustez a perturbações ou imunidade à ruídos de sensores e atuadores. Quanto maior a exigência de desempenho do controlador, mais complexa será a sintonia dos parâmetros (PINHEIRO, VASCONCELLOS & JUNIOR, 2017).

A partir da década de 40 começaram a surgir os métodos para sintonia de controladores PID. Os dois primeiros métodos de sintonia PID de grande sucesso industrial foram propostos por Ziegler e Nichols (1942, 1943) e são baseados em abordagens heurísticas e experimentais. Estas técnicas constituíram um marco no desenvolvimento de métodos sistemáticos de ajuste

de controladores PID. A partir de então ocorreu uma impulsão nas aplicações destes controladores em processos industriais (ALMEIDA, 2002).

No primeiro método, proposto em 1942, a sintonia do controlador é baseada no ganho crítico e frequência crítica do processo (*Continuous Cycling Method*). No segundo método, proposto em 1943, os parâmetros do controlador são determinados a partir da curva de reação do processo à entrada degrau (*Process Reaction Curve Method*). De posse dos parâmetros ganho e frequência críticos muitos outros métodos de sintonia e auto-sintonia de controladores PID foram desenvolvidos. Dos métodos propostos, o método de Åström e Witenmark (1984) pode ser considerado um “divisor de águas” para o controle PID de sintonia autoajustável. Esse método busca superar dificuldades relacionadas aos métodos originais de Ziegler e Nichols.

Num contexto autoajustável e, procurando conferir simplicidade de projeto aos controladores PID, mesmo em situações de difícil operação e sem necessidade de definir modelo explícito para o processo a ser controlado, vários métodos de autoajuste têm sido propostos (SCHEI, 1994; ÅSTRÖM & WITENMARK, 1995; HO *et al.*, 1995; WANG *et al.*, 1999a; COELHO *et al.* 1998; WANG & SHAO, 1999; SUNG & LEE, 2000; ALMEIDA *et al.*, 2001a, 2001b; ALMEIDA & COELHO, 2001a, 2001b; HO *et al.*, 2001).

A maioria dos controladores PID é aplicada em sistemas SISO, isto é, sistemas monovariáveis, onde apenas uma variável é manipulada. Porém, também existem controladores PID multivariáveis (MIMO) que são capazes de compensar o acoplamento entre as malhas de controle. No presente trabalho são utilizadas duas técnicas de sintonia de controladores PID para sistemas MIMO em um processo real, sendo elas o método sequencial e o método IMC (*“Internal Model Control”*) multivariável. Uma matriz de desacoplamento é adicionada ao sistema e então são sintonizados controladores PID a partir de abordagens monovariáveis, sendo elas os métodos de sintonia proposto por Aström e Haggglünd (1984) e o método do modelo interno (IMC monovariável), proposto por Rivera, Morari e Skogestad (1986).

1.2 – Objetivos

O objetivo principal desta dissertação é comparar o desempenho dos controladores PID multivariáveis sintonizados por diferentes técnicas frente a um sistema MIMO com forte interação entre as malhas, bem como avaliar a influência da adição de uma matriz de desacoplamento no processo. Os objetivos específicos podem ser listados a seguir:

- Dissertar sobre as técnicas de sintonia de controladores PID;

- Realizar a identificação de um processo MIMO com forte acoplamento entre as malhas através do algoritmo do estimador dos mínimos quadrados;
- Implementar um desacoplador visando minimizar a interação entre as malhas de um processo real;
- Avaliar o desempenho do sistema de controle adicionado da matriz de desacoplamento;
- Realizar um estudo de caso com a aplicação das técnicas apresentadas e avaliar seus desempenhos;

1.3 – Metodologia

A metodologia para atingir os objetivos dessa dissertação pode ser descrita como: *i*) inicialmente foi realizado um estudo em malha aberta do processo sem acoplamento, aplicando-se um degrau unitário na entrada de cada uma das malhas; *ii*) em seguida foi feita a normalização dos sinais de entrada e saída para o sistema; *iii*) a ação posterior foi promover a comunicação entre as malhas do processo, conferindo uma característica de acoplamento ao sistema, observada pela influência das variáveis de uma malha sobre a outra; *iv*) o processo foi identificado através da aplicação do algoritmo dos mínimos quadrados multivariável, determinando-se a matriz de transferência do sistema; *v*) notando-se a relevância do acoplamento entre as malhas para a dinâmica do processo, foi calculada uma matriz de compensação/desacoplamento através do método simplificado; *vi*) em seguida, com a adição da matriz de desacoplamento no sistema, foram sintonizados dois controladores PID monovariáveis pelo método de Aström, um para cada malha do processo; *vii*) posteriormente, com o sistema ainda sob a ação da matriz de desacoplamento, foram sintonizados dois controladores PID utilizando-se a técnica IMC monovariável; *viii*) após a aplicação das técnicas monovariáveis de controle, foi retirada a matriz de desacoplamento do sistema e desenvolveu-se os controladores PID para atuação no processo a partir do método sequencial; *ix*) visando o incremento do desempenho para que o sistema controlado respondesse conforme uma dinâmica desejada, aplicou-se o método de sintonia IMC multivariável, proposto por Lee *et al.* (2004); *x*) os resultados encontrados para a aplicação dos controladores sintonizados por abordagens monovariáveis e multivariáveis no sistema são quantificados e avaliados.

1.4 – Organização do trabalho

O Capítulo 2 disserta sobre os métodos de sintonia de controladores PID monovariáveis importantes para o desenvolvimento deste trabalho, sendo eles o método de Ziegler & Nichols, o método de Aström e o método do modelo interno – IMC. Neste capítulo também é realizada a revisão da teoria relacionada à resposta em frequência de um sistema e às funções descritivas dos relés ideal e com histerese.

No Capítulo 3 são abordados conceitos relacionados a sistemas multivariáveis, sendo explanados os métodos de sintonia de controladores PID sequencial e o método de sintonia IMC para sistemas multivariáveis. Além disso, neste capítulo também é explanado o método de desacoplamento simplificado.

No Capítulo 4 é descrita a planta do processo a ser controlado e é explicada a metodologia do trabalho, desde os ensaios em malha aberta, passando pela utilização dos algoritmos de identificação do processo, desenvolvimento da matriz de desacoplamento, até a incorporação dos controladores PID implementados ao sistema, sendo apresentados e discutidos os resultados da aplicação dos controladores no processo, discorrendo-se sobre os seus desempenhos.

1.5 – Produção Científica

As contribuições da pesquisa desenvolvida encontram-se nas publicações de artigos em eventos relevantes no meio acadêmico nacional e internacional, a saber:

1. COELHO, S. S.; SANTANA, H. G.; ALMEIDA, O. M. (2018). Multivariable PID Control of a Coupled Tank System: A comparative study. *CLCA 2018 - Latin American Conference on Automatic Control*, Quito, Equador.
2. COELHO, S. S.; SANTANA, H. G.; ALMEIDA, O. M. (2018). Application of Multivariable PID Controllers in a Coupled Tank System. *13^a Conferência Internacional sobre Aplicações Industriais do IEEE/IAS (INDUSCON)*, São Paulo, Brasil.

Capítulo 2.: Controle PID Aplicado em Processos Monovariáveis

Os controladores PID possuem estrutura e implementação simples e eficazes, apresentando características importantes que permitem controlar uma grande quantidade de processos, atingindo os objetivos de controle mais comuns, sendo eles: erro nulo em regime permanente e desempenho transitório adequado. A sintonia de controladores PID aplicados a sistemas monovariáveis tem sido bastante estudada devido a sua ampla utilização, discutindo-se formas de obtenção das grandezas necessárias para sua sintonia e os efeitos de sua aplicação em sistemas de controle (CAMPESTRINI, 2006).

Neste capítulo serão apresentadas as principais características dos controladores PID sob a abordagem monovariável, sintonizados através de métodos baseados na resposta em frequência do sistema, sobretudo em função das grandezas críticas do processo obtidas pela aplicação do método do relé em malha fechada, proposto por Aström & Hägglund (1984), além da sintonia de controladores pelo Método do Modelo Interno – IMC (“*Internal Model Control*”). Para tanto, serão explanados os conceitos necessários para a aplicação destes métodos de sintonia.

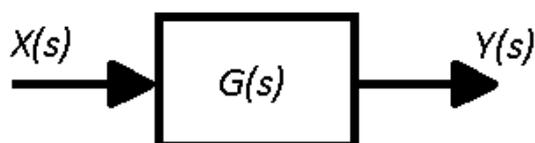
2.1 Resposta em Frequência de um Sistema

Os métodos de controle baseados na resposta em frequência são, provavelmente, os mais utilizados em ambientes industriais, devido ao fato de ser possível realizar o controle de sistemas com boa qualidade mesmo na presença de incertezas no modelo da planta.

O conceito de resposta em frequência está associado a sistemas lineares invariantes no tempo excitados por entradas do tipo senoidal, considerando-se as saídas em regime permanente. Através da análise de Fourier é possível decompor sinais periódicos ou não em um conjunto de senóides, daí a importância do estudo da resposta em frequência.

Considere o sistema linear invariante no tempo estável da Figura 2.1, tal que $G(s)$ é a função de transferência do processo e $X(s)$ e $Y(s)$ são as transformadas de Laplace dos sinais de entrada e saída, respectivamente.

Figura 2.1. Sistema linear invariante no tempo estável.



Admitindo $G(s)$ expresso na forma:

$$G(s) = \frac{p(s)}{(s + p_1)(s + p_2)\dots(s + p_n)} \quad (2.1)$$

sendo $-p_1, -p_2, \dots, -p_n$ polos distintos do sistema.

Considere agora o sinal de entrada senoidal de amplitude A e frequência ω :

$$x(t) = A \sin(\omega t) \quad (2.2)$$

cuja transformada de Laplace é:

$$X(s) = A \cdot \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \quad (2.3)$$

Decompondo $Y(s)$ em frações parciais, tem-se:

$$Y(s) = \frac{a}{s + j\omega} + \frac{a^*}{s - j\omega} + \frac{b_1}{s + p_1} + \frac{b_2}{s + p_2} + \dots + \frac{b_n}{s + p_n} \quad (2.4)$$

a e a^* são complexos conjugados, definidos por:

$$a = A \cdot \frac{G(-j\omega)}{-2j} \quad \text{e} \quad a^* = A \cdot \frac{G(j\omega)}{2j} \quad (2.5)$$

Devido à estabilidade do sistema, os termos $\frac{b_i}{s + p_i}$ ($i = 1, 2, \dots, n$), correspondentes a funções do tempo, tendem a zero quando este tende ao infinito, fazendo com que a resposta estacionária $y_\infty(t)$ corresponda apenas aos dois primeiros termos da expansão por frações parciais. Assim, tem-se que:

$$Y_\infty(s) = A \cdot \left[\frac{G(-j\omega)}{-2j} \cdot \frac{1}{s + j\omega} + \frac{G(j\omega)}{2j} \cdot \frac{1}{s - j\omega} \right] \quad (2.6)$$

Aplicando-se a transformada inversa de Laplace sobre a equação (2.6):

$$y_\infty(t) = A \cdot \left[\frac{G(-j\omega)}{-2j} \cdot e^{-j\omega t} + \frac{G(j\omega)}{2j} \cdot e^{j\omega t} \right] \quad (2.7)$$

Sendo $G(s)$ uma função racional, $G(-j\omega) = G^*(j\omega)$ e, portanto, atribuindo o módulo e a fase de $G(j\omega)$ como $|G(j\omega)|$ e $\varphi(\omega)$, respectivamente, resulta que:

$$G(j\omega) = |G(j\omega)| \cdot e^{j\varphi(\omega)} \quad \text{e} \quad G(-j\omega) = |G(j\omega)| \cdot e^{-j\varphi(\omega)} \quad (2.8)$$

Portanto:

$$y_{\infty}(t) = A \cdot |G(j\omega)| \cdot \text{sen}(\omega t + \varphi(\omega)) \quad (2.9)$$

O resultado da resposta em frequência de um sistema linear invariante no tempo estável mostra que se um sinal do tipo senóide é injetado na entrada do sistema, então o sinal observado na saída também será senóide, apresentando mesma frequência que a entrada, porém com amplitude e fase diferentes. A relação entrada-saída do sistema, então, pode ser caracterizada pelos valores de amplitude ($|G(j\omega)|$) e deslocamento de fase ($\varphi(\omega)$). A resposta em frequência de um sistema, portanto, é obtida pela aplicação de sinais senoidais na entrada com variação da frequência por toda a faixa de interesse.

2.2 Função Descritiva do Relé

A análise por função descritiva é uma extensão natural do método de análise da resposta em frequência de sistemas lineares invariantes no tempo (LIT), na qual é investigada a existência de limites de operação em sistemas formados pela realimentação através de um elemento estático não-linear.

Uma vez que o sistema LIT atua como filtro passa-baixas, atenuando componentes de frequência que não seja a componente fundamental, o impacto da não-linearidade na malha fechada está relacionado à produção da componente fundamental do sinal $u(t)$ na Figura 2.2. É definida como função descritiva, portanto, a relação entre a saída do sistema LIT e a componente fundamental da sua entrada (TÔRRES, 2017).

Considere o sistema realimentado da Figura 2.2, onde $G(s)$ é uma função de transferência linear e N um elemento não linear do tipo relé. A entrada do relé $e(t)$ é uma onda senoidal, tal que

$$e(t) = a \cdot \text{sen}(\omega t) \quad (2.10)$$

sendo a a amplitude da senóide e o sinal de saída do relé $u(t)$ é uma onda quadrada, conforme visto na Figura 2.3.

Figura 2.2. Sistema realimentado por relé.

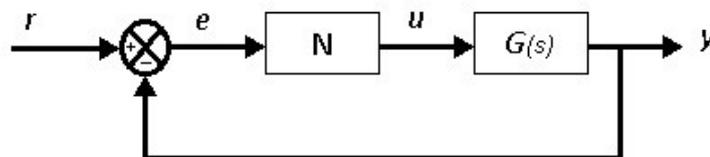
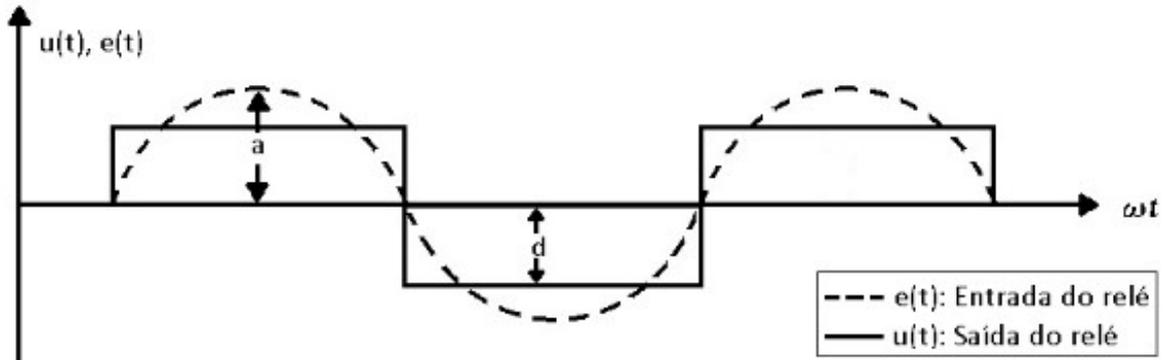


Figura 2.3. Relação entrada-saída do relé.



Fonte: Elaborada pelo Autor.

A análise por função descritiva considera a influência apenas da componente harmônica fundamental do sinal senoidal, tendo em vista que componentes harmônicas superiores da saída geralmente possuem menores amplitudes em relação à primeira harmônica. A função descritiva, portanto, é definida pela relação complexa entre a amplitude da componente fundamental da saída e a amplitude da entrada.

Analisando o sistema através da transformada de Fourier, a saída do relé pode ser dada por:

$$u(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (A_n \cos(n\omega t) + B_n \text{sen}(n\omega t)) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} Y_n \text{sen}(n\omega t + \varphi_n) \quad (2.11)$$

sendo

$$A_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} u(t) d(\omega t) \quad (2.12)$$

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u(t) \cos(n\omega t) d(\omega t) \quad (2.13)$$

$$B_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} u(t) \text{sen}(n\omega t) d(\omega t) \quad (2.14)$$

$$Y_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \quad (2.15)$$

$$\varphi_n = \tan^{-1} \left(\frac{A_n}{B_n} \right) \quad (2.16)$$

De modo que:

Y_1 : Amplitude da componente harmônica fundamental da saída;

φ_1 : Defasagem da componente harmônica fundamental da saída em relação à entrada;

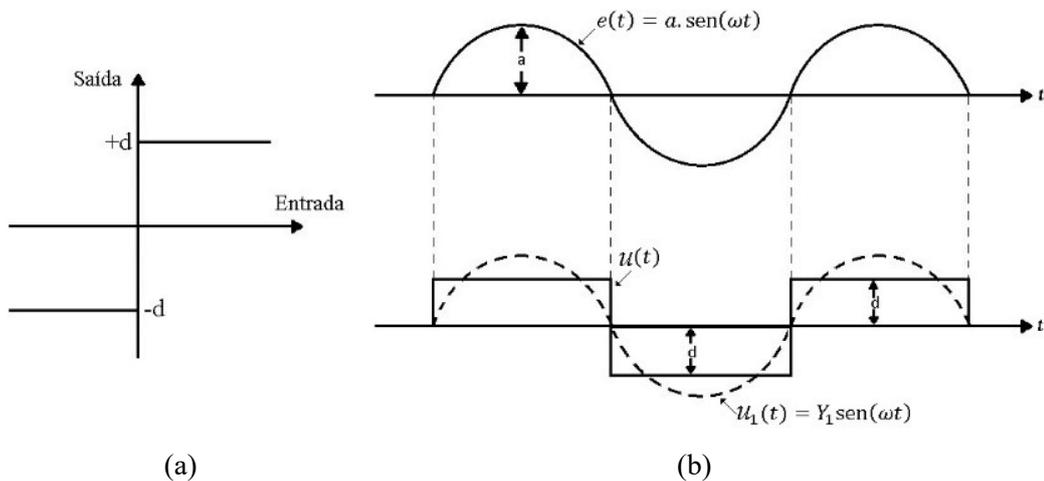
2.2.1 Função Descritiva do Relé Ideal

Considere uma não-linearidade do tipo relé ideal, cuja curva característica de entrada-saída é mostrada na Figura 2.4 (a). Aplicando a expansão por série de Fourier para a saída do relé em questão $u(t)$, chega-se ao resultado apresentado na equação (2.11).

Os coeficientes A_0 e A_n da equação são iguais a zero pelo fato de que a saída $u(t)$ é periódica e simétrica em relação à origem. Com isso a saída do relé é dada pela equação a seguir:

$$u(t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \text{sen}(n\omega t) \quad (2.17)$$

Figura 2.4. (a) Curva característica do relé ideal; (b) formas de onda para um relé ideal.



Fonte: Elaborada pelo Autor.

A componente harmônica fundamental de $u(t)$ é:

$$u_1(t) = B_1 \text{sen}(\omega t) = Y_1 \text{sen}(\omega t) \quad (2.18)$$

em que:

$$Y_1 = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \text{sen}(\omega t) d(\omega t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi} \text{sen}(\omega t) d(\omega t) \quad (2.19)$$

Fazendo a substituição $u(t)=d$, tem-se:

$$Y_1 = \frac{2d}{\pi} \int_0^{\pi} \text{sen}(\omega t) d(\omega t) = \frac{4d}{\pi} \quad (2.20)$$

$$Y_1 = \frac{4d}{\pi} \text{sen}(\omega t) \quad (2.21)$$

A função descritiva $N(a)$ do relé ideal, portanto, é dada por:

$$N(a) = \frac{Y_1}{a} \angle 0^\circ = \frac{4d}{\pi a} \quad (2.22)$$

2.2.2 Função Descritiva do Relé com Histerese

Consideremos agora um relé com histerese, cuja curva característica é mostrada na Figura 2.5 (a), aplicando-se uma entrada $e(t)$ senoidal, obtém-se uma saída $u(t)$ com a forma de onda quadrada atrasada em relação à entrada pelo fator $\varphi = \sin^{-1}\left(\frac{\varepsilon}{a}\right)$, conforme ilustrado na Figura 2.5 (b), expressada por:

$$u_1(t) = Y_1 \text{sen}(\omega t + \varphi) \quad (2.23)$$

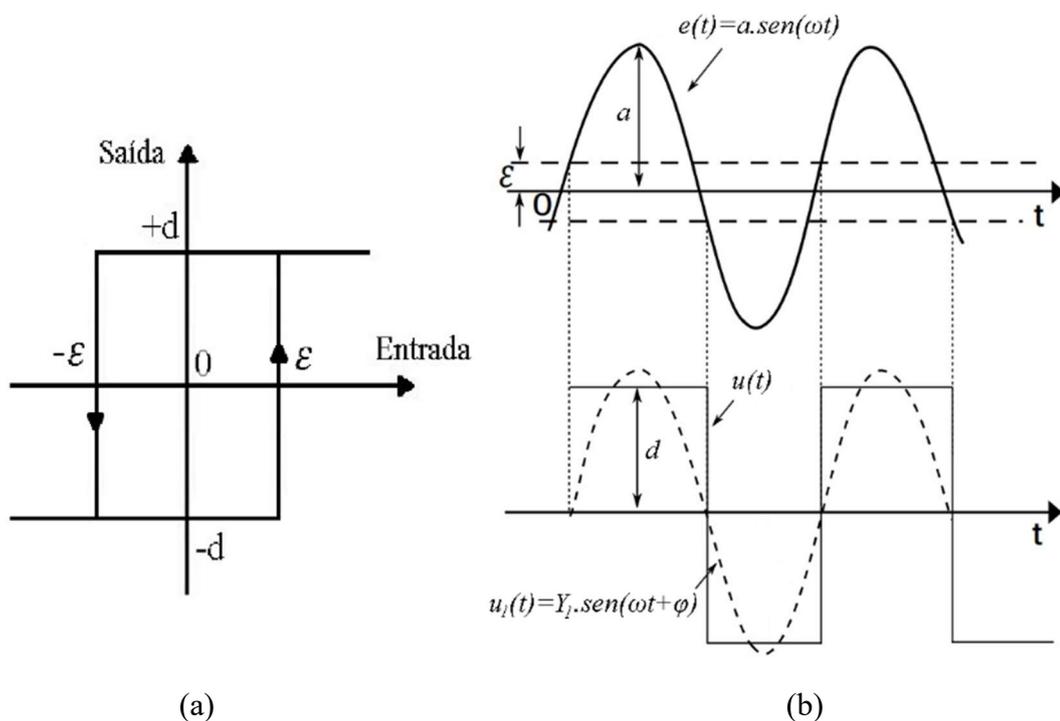
De modo análogo ao caso do relé ideal, a função descritiva para este relé, portanto, é:

$$N(a) = \frac{Y_1}{a} \angle \text{sen}^{-1}\left(\frac{\varepsilon}{a}\right) \quad (2.24)$$

Reescrevendo a expressão (2.24) na forma complexa, tem-se:

$$\frac{1}{N(a)} = \frac{\pi}{4d} \sqrt{a^2 - \varepsilon^2} + j \frac{\pi \varepsilon}{4d} \quad (2.25)$$

Figura 2.5. (a) Curva característica do relé com histerese; (b) formas de onda do relé com histerese.



Fonte: Elaborada pelo Autor.

2.3 O Controlador PID

Embora a teoria de controle moderno venha apresentando constantes avanços provenientes do desenvolvimento de novas estruturas de controladores (como por exemplo controle por modos deslizantes e controle inteligente baseado em lógica Fuzzy), visando

melhoria de desempenho em relação aos métodos tradicionais, muito ainda se estuda sobre os controladores do tipo proporcional-integral-derivativo, devido às inúmeras vantagens apresentadas por essa estrutura de controle, tais como simplicidade, robustez, versatilidade e baixo custo de implementação. Devido a isso, encontra-se literatura abundante sobre esse tipo de controlador no que se refere a estudos de projetos e sintonia dos seus parâmetros.

2.3.1 Ações do Controlador PID

O controlador PID em malha fechada, gera o sinal de controle do processo, $u(t)$, que atua corrigindo a diferença entre a referência, $r(t)$, e o sinal de saída, $y(t)$. A lei de controle descrita pelo controlador PID é dada por:

$$u(t) = K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right] \quad (2.26)$$

sendo

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (2.27)$$

A ação da parcela proporcional do controlador PID pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$u_p(t) = K_p \cdot e(t) \quad (2.28)$$

sendo K_p o ganho do controlador.

Geralmente o controlador proporcional não anula o erro em regime permanente. O aumento de K_p tem impacto direto na rapidez da resposta do sistema, no sobressinal e no valor do erro em regime permanente.

A ação da parcela integral do controlador PID dá-se pela seguinte relação:

$$u_i(t) = K_p \cdot \frac{1}{T_i} \int e(t) dt \quad (2.29)$$

sendo T_i a constante integral do controlador.

A ação integral tem o objetivo de eliminar o erro em regime permanente não eliminado pelo controlador proporcional, através da inserção de um polo na origem. Portanto, quanto maior for o quociente $\frac{K_p}{T_i}$ maior o comportamento oscilatório do sistema e maior será o sobressinal, de modo que um valor elevado desse quociente pode levar o sistema à instabilidade.

A ação da parcela derivativa do controlador PID pode ser expressa pela seguinte equação:

$$u_d(t) = K_p T_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.30)$$

sendo T_d a constante derivativa do controlador.

A ação derivativa atenua o comportamento oscilatório, bem como captura a tendência da variável controlada, ou seja, essa parcela faz uma previsão da saída do processo, melhorando o desempenho do controlador em médias frequências. Porém, pode prejudica-lo em altas frequências, devido à presença de ruído.

Para observar as ações do controlador em conjunto, pode-se partir da lei de controle (2.26) e chegar até o diagrama de Nyquist. Para tanto, tem-se que a função de transferência do controlador PID é:

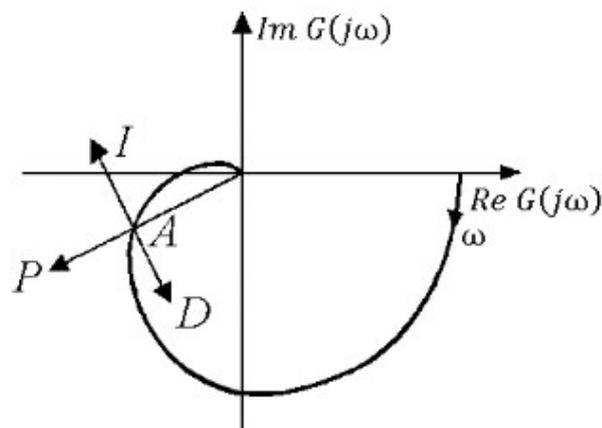
$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) \quad (2.31)$$

A variável de controle é a soma de três termos: o termo proporcional, o termo integral e o termo derivativo. A função de transferência da malha direta no domínio da frequência, com $G_c(j\omega)$ sendo a função de transferência do controlador e $G_p(j\omega)$ a do processo, é:

$$G_c(j\omega) = \left[K_p - \frac{K_p}{T_i} j\omega + K_p T_d j\omega \right] \cdot G_p(j\omega) \quad (2.32)$$

Os componentes da equação (2.32) podem ser interpretados em termos do diagrama de Nyquist de forma que o ganho proporcional age no sentido de modificar a função de transferência resultante no sentido radial, o ganho integral no sentido ortogonal de 90° do ganho do processo, conforme é ilustrado na Figura 2.6.

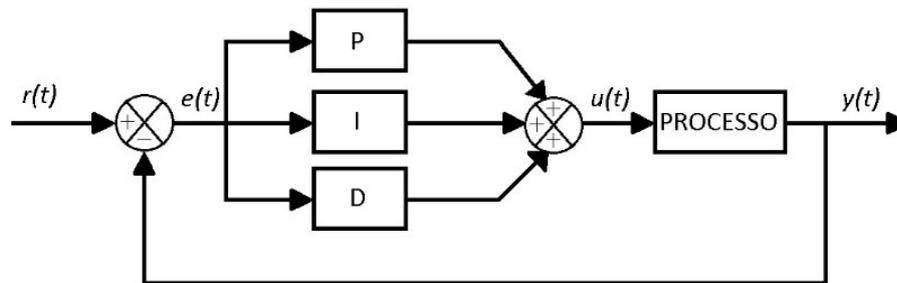
Figura 2.6 – Diagrama de Nysquist com ações do controlador PID.



Fonte: (ASTRÖM & WITTENMARK, 2006).

A lei de controle (2.26) pode ser representada através de diagramas de blocos com o intuito de se observar como o sinal do erro é aplicado a cada etapa do controlador PID. Uma das possíveis configurações do controlador é chamada de controlador não interativo, pelo fato de que os termos atuam de maneira isolada, não havendo implicações nas ações das outras duas parcelas por conta de uma alteração sofrida pelo terceiro termo. Essa configuração pode ser vista na Figura 2.7.

Figura 2.7 – Estrutura do controlador PID não interativo.



2.4. Sintonia de Controladores PID Monovariáveis

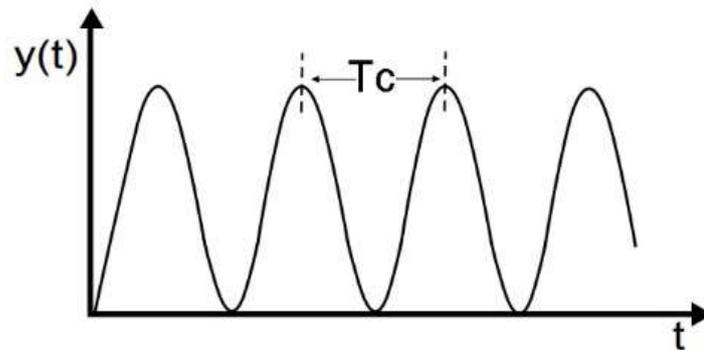
Existem muitas metodologias de controle utilizadas na indústria, em que os controladores PID tradicionais obtiveram bons desempenhos, aliando a simplicidade e facilidade de implementação à eficiência dentro do pretendido para as aplicações. O método de Ziegler-Nichols (ZN) ainda é muito usado na indústria, assim como os métodos de Åström, Cohen Coon, CHR, Broida, entre outros. Cada um desses métodos tem suas vantagens e desvantagens e a com isso são definidos seus campos de aplicação.

2.4.1. Método de Ziegler-Nichols

Os métodos de sintonia de controladores PID propostos por Ziegler e Nichols (1942 e 1943) serviram de estímulo para o desenvolvimento do método frequencial de sintonia proposto por Aström (1984) e foram baseados em abordagens heurísticas e experimentais. Estas técnicas constituíram um marco no desenvolvimento de métodos sistemáticos de ajuste de controladores PID. A partir de então ocorreu uma impulsão nas aplicações de controladores PID em processos industriais (ALMEIDA, 2002).

O primeiro método de sintonia de controladores PID proposto por Ziegler-Nichols (1942) é baseado no ganho e frequência críticos do processo (“*Continuous Cycling Method*”), obtidos por meio da introdução de um ganho (K_C) à malha de controle, responsável por fazer o processo oscilar no limiar de estabilidade, com amplitude constante, a exemplo do que é mostrado na Figura 2.8. O período T_c é o próprio período do processo oscilante.

Figura 2.8 – Oscilação de um sistema no limiar de estabilidade.



De posse dos valores de K_c e T_c extraídos da oscilação, a sintonia do controlador é realizada a partir da aplicação das equações elencadas na Tabela 1.

Tabela 1 – Equações de Ziegler-Nichols para sintonia do controlador.

Controlador	K_p	T_i	T_d
P	$0,5.K_c$	–	–
PI	$0,45.K_c$	$\frac{T_c}{1,2}$	–
PID	$0,6.K_c$	$\frac{T_c}{2}$	$\frac{T_c}{8}$

Este método pode ser interpretado como uma maneira de posicionar um ponto do diagrama de Nyquist do processo através do controlador PI ou PID, de modo que alterando-se o ganho K_p o ponto de operação é movido radialmente na direção da origem do diagrama, já a movimentação na direção ortogonal é proporcionada pela alteração dos ganhos integral e derivativo, conforme indicado na Figura 2.6. Para a determinação dos parâmetros pelo método de resposta em frequência inicialmente encontra-se o ponto de interseção do diagrama de Nyquist com a parte negativa do eixo real $(-\frac{1}{K_c}, 0)$. Para um controlador PID, seu equacionamento para a frequência ω_c pode ser escrito da seguinte maneira:

$$G_c(j\omega_c) = K \left[1 + j \left(\omega_c T_d - \frac{1}{\omega_c T_i} \right) \right]$$

Dado que $K = 0,6K_c$, $\omega_c T_i = \pi$ e $\omega_c T_d = \frac{\pi}{4}$, tem-se:

$$G_c(j\omega_c) = 0,6 \left[1 + j \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{\pi} \right) \right] \approx 0,6K_c (1 + j0,467)$$

A função de transferência da malha, portanto, é $-0,6 - j0,28$, dado que o ponto de operação do processo em questão é $\left(-\frac{1}{K_c}, 0\right)$. O método de Ziegler-Nichols, portanto, move o ponto crítico para o ponto $-0,6 - j0,28$, sendo distantes 0,5 um do outro, garantindo uma operação segura do processo controlado.

Pelo fato do teste inicial para a obtenção da condição de oscilação levar o processo à iminência da instabilidade ele não é muito utilizado na prática, pois um pequeno aumento do ganho além do crítico pode tornar o sistema instável, o que pode causar prejuízos.

2.4.2. Métodos de Åström

A partir dos métodos propostos por Ziegler & Nichols, várias metodologias de ajuste de controladores PID surgiram tentando melhorar o desempenho do sistema, tornando-se conhecidos e utilizados na prática de sistemas de controle. Nesse contexto foi desenvolvido o método de Åström. A obtenção dos parâmetros necessários para realizar a sintonia do controlador PID é feita através da aplicação de uma não linearidade do tipo relé ao processo e posterior interpretação do diagrama de Nyquist.

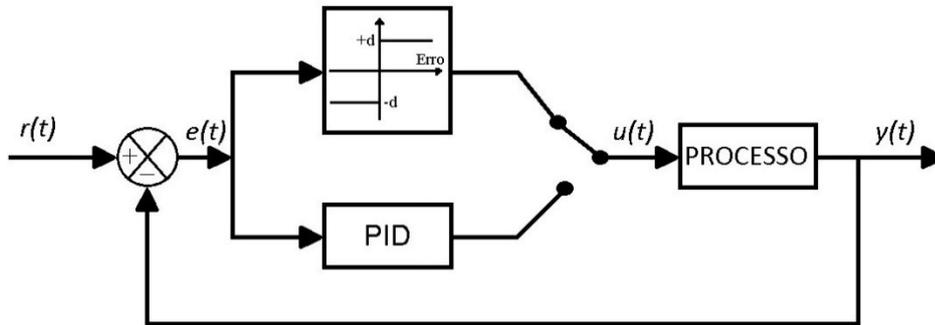
O método introduzido por Åström é amplamente utilizado como ferramenta de cálculo dos parâmetros necessários ao ajuste do controlador PID devido a sua simplicidade, já que não é necessário um conhecimento prévio da dinâmica do processo em todas as frequências ou de um modelo matemático. Para isso, Åström utiliza dois elementos não lineares do tipo relé: sem histerese e com histerese.

▪ Método do Relé Sem Histerese

A aplicação do relé na malha de controle tem o objetivo de obter as grandezas críticas da planta para a sintonia do controlador PID sem a necessidade de levar o sistema ao limiar de estabilidade (onde apresenta oscilação sustentada). Como não se tem conhecimento prévio da dinâmica do processo, o ganho deve ser aumentado lentamente com o intuito de não tornar o sistema instável. Com a aplicação do relé também é possível ter controle sobre a amplitude da oscilação encontrada, o que é muito importante em casos onde o procedimento deva ser realizado on-line, pelo fato de manter a planta dentro dos limites normais de operação.

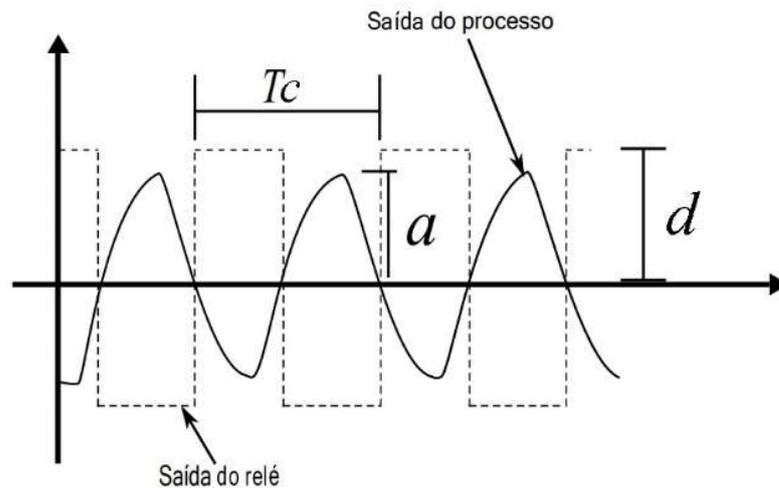
A estrutura empregada para a sintonia do controlador através do método de Åström utilizando um relé ideal é apresentada na Figura 2.9.

Figura 2.9 – Método de Aström realimentado por relé ideal.



Durante a realização do ensaio, a entrada do processo é conectada ao relé, cuja atuação é regida pelas seguintes regras: “se $[e(t) \geq 0]$, $u(t) = d$ ”; “se $[e(t) \leq 0]$, $u(t) = -d$ ”. Na Figura 2.10 é possível observar o efeito da atuação do relé sobre a saída do processo.

Figura 2.10 – Saída do processo sob a atuação do relé ideal.



Fonte: Adaptado de (ASTRÖM & HÄGGLUND, 1995).

A partir dos valores da amplitude limite e período crítico de oscilação (a e T_c , respectivamente) obtidos pela realização do teste descrito, pode-se determinar o ganho crítico (K_c) e frequência crítica (ω_c) do processo. A função descritiva do relé ideal ($N(a)$) é determinada por (2.22), de modo que quando o sistema alcança a condição de oscilação através da realimentação pelo relé tem-se:

$$1 + N(a)G_p(j\omega_c) = 0$$

$$G_p(j\omega_c) = -\frac{1}{N(a)} \quad (2.33)$$

O ganho crítico e a frequência crítica são calculados, respectivamente, por:

$$K_c = \frac{1}{|G_p(j\omega_c)|} = \frac{4d}{\pi a} \quad (2.34)$$

$$\omega_c = \frac{2\pi}{T_c} \quad (2.35)$$

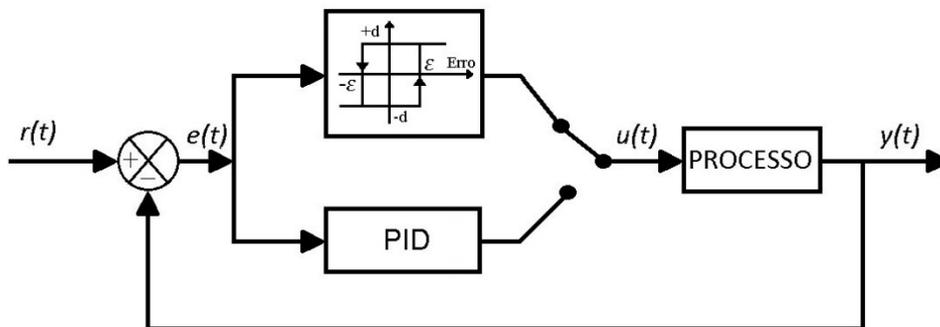
De posse dos valores de ganho e frequência críticos, utiliza-se a tabela de Ziegler e Nichols para a sintonia do controlador PID.

As limitações decorrentes da aplicação deste método de sintonia são: *i)* uma vez que a onda quadrada do relé é uma aproximação levando-se em consideração a primeira harmônica da série de Fourier, os parâmetros de ganho e frequência críticos também serão aproximados, o que pode comprometer o desempenho do controlador para processos críticos; *ii)* o método apresentado possibilita a identificação de apenas um ponto da resposta em frequência do sistema, podendo não ser suficiente para uma sintonia satisfatória do controlador; *iii)* o controlador pode não apresentar o comportamento desejado para sistemas com grandes atrasos de transporte e/ou elevada ordem do processo; *iv)* a realização deste ensaio não pode ser feita em plantas instáveis ou duplo-integradoras;

▪ Método do Relé com Histerese

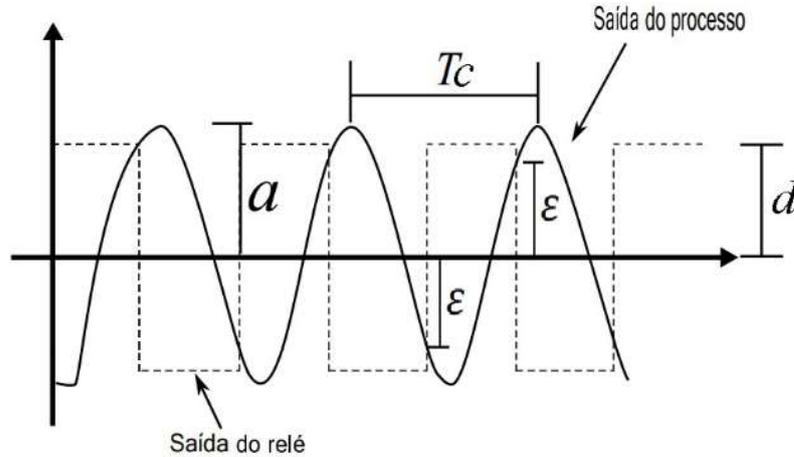
Para ensaios realizados com o elemento de não-linearidade do tipo relé ideal explanado na seção anterior a presença de ruídos no sinal de entrada desse elemento pode levá-lo a operar de maneira indevida. No intuito de resolver este caso, Aström & Hagglund (1984) propuseram a substituição do relé ideal por um relé com histerese, conforme ilustrado na Figura 2.11.

Figura 2.11 – Método de Aström realimentado por relé com histerese.



A comutação do relé com histerese é regida pelas seguintes regras: “se $[e(t) \geq \varepsilon]$, $u(t) = d$ ”; “se $[e(t) \leq -\varepsilon]$, $u(t) = -d$ ”; “se $[-\varepsilon < e(t) < \varepsilon]$, $u(t) = u(t-1)$ ”. Na Figura 2.12 é possível observar o efeito da atuação do relé sobre a saída do processo.

Figura 2.12 – Saída do processo sob a atuação do relé com histerese.



Fonte: Adaptado de (ASTRÖM & HÄGGLUND, 1995).

A função descritiva inversa do relé com histerese é apresentada na Equação (2.25).

Dessa forma, sabendo que $G_p(j\omega_p) = -\frac{1}{N(a)}$, tem-se:

$$G_p(j\omega_p) = -\frac{\pi}{4d} \sqrt{a^2 - \varepsilon^2} - j \frac{\pi\varepsilon}{4d} = r_p e^{-j\varphi_p} \quad (2.36)$$

sendo r_p e φ_p o ganho e a fase do processo, respectivamente.

O ganho r_p é calculado pelo módulo de $G_p(j\omega_p)$. Dessa forma:

$$r_p = \sqrt{\left(\frac{\pi}{4d}\right)^2 (a^2 - \varepsilon^2) + \left(\frac{\pi}{4d}\right)^2 \varepsilon^2} = \frac{\pi}{4d} (a^2 - \varepsilon^2 + \varepsilon^2)^{1/2} \quad (2.37)$$

$$r_p = \frac{\pi a}{4d} \quad (2.38)$$

A fase φ_p é calculada da seguinte forma:

$$\varphi_p = \tan^{-1} \left(\frac{\frac{\pi\varepsilon}{4d}}{\frac{\pi}{4d} \sqrt{a^2 - \varepsilon^2}} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{a^2 - \varepsilon^2}} \right) \quad (2.39)$$

Escrevendo a equação do controlador PID (2.31) na forma de representação por ganho e fase, assim como na Equação (2.36), encontra-se:

$$G_c(j\omega_c) = K \left[1 + \frac{1}{j\omega T_i} + j\omega T_d \right] = K \left[1 + j \left(\omega T_d - \frac{1}{\omega T_i} \right) \right] = r_c e^{-j\varphi_c} \quad (2.40)$$

Logo, o ganho e a fase do controlador $G_c(j\omega_c)$ são calculados, respectivamente, por:

$$r_c = \sqrt{K^2 \left[1 + j \left(\omega T_d - \frac{1}{\omega T_i} \right) \right]^2} \quad (2.41)$$

$$\varphi_c = \tan^{-1} \left(\omega T_d - \frac{1}{\omega T_i} \right) \quad (2.42)$$

Substituindo (2.42) em (2.41):

$$r_c = K \sqrt{1 + \tan^2 \varphi_c} \quad (2.43)$$

$$r_c = \frac{K}{\cos \varphi_c} \quad (2.44)$$

Considerando um processo representado pelo o diagrama de Nyquist da Figura 2.6, sendo o seu ponto de operação representado pelo ponto “A”, tem-se que o sistema controlado altera o formato do diagrama original do processo (sem controlador) a fim de distanciar o ponto de operação do sistema da frequência e ganho críticos. Nos cálculos a seguir, a representação do sistema controlado será denotada por $G_e(j\omega_e)$, tal que:

$$G_e(j\omega_e) = r_e e^{-j\varphi_e} \quad (2.45)$$

de modo que:

$$G_e(j\omega_e) = G_c(j\omega_c) \cdot G_p(j\omega_p) \quad (2.46)$$

$$r_e e^{-j\varphi_e} = r_c \cdot r_p e^{-j(\varphi_c - \varphi_p)} \quad (2.47)$$

O ganho e a fase do controlador, portanto, são determinados pela relação entre o ponto de operação desejado e o ponto de operação observado no processo.

$$r_c = \frac{r_e}{r_p} \quad (2.48)$$

$$\varphi_c = \varphi_e - \varphi_p \quad (2.49)$$

O ganho K do controlador, portanto, pode ser calculado da seguinte maneira:

$$r_c = \frac{K}{\cos \varphi_c} = \frac{K}{\cos(\varphi_e - \varphi_p)} = \frac{r_e}{r_p}$$

$$K = \frac{r_e \cos(\varphi_e - \varphi_p)}{r_p} \quad (2.50)$$

Para o cálculo do tempo integral do controlador (T_i), considerando $T_d = \alpha T_i$, sendo $\alpha = 0.25$, pela Tabela 1 vista no método de Ziegler-Nichols, tem-se:

$$\begin{aligned}\varphi_c &= \varphi_e - \varphi_p \\ \tan^{-1}\left(\omega T_d - \frac{1}{\omega T_i}\right) &= \varphi_e - \varphi_p \\ \omega T_d - \frac{1}{\omega T_i} &= \tan(\varphi_e - \varphi_p)\end{aligned}$$

Considerando que a frequência especificada seja a mesma do ponto de operação do processo determinado com o relé,

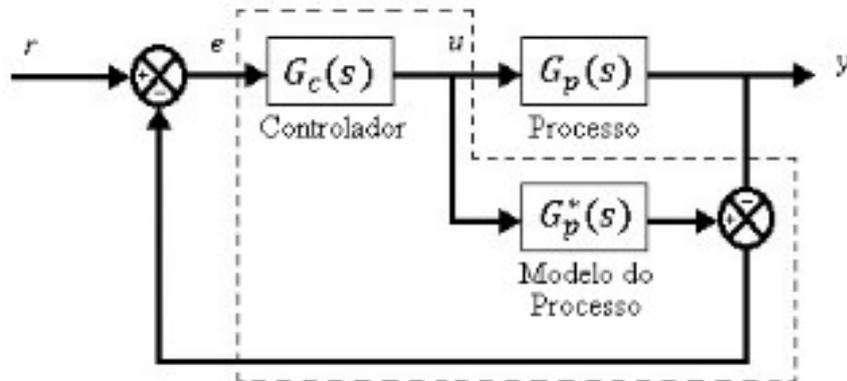
$$\begin{aligned}\omega_p \alpha T_i - \frac{1}{\omega_p T_i} &= \tan(\varphi_e - \varphi_p) \\ \omega_p^2 \alpha T_i^2 - \omega_p \tan(\varphi_e - \varphi_p) T_i - 1 &= 0 \\ T_i &= \frac{\omega_p \tan(\varphi_e - \varphi_p) \pm \sqrt{\omega_p^2 \tan^2(\varphi_e - \varphi_p) + 4\omega_p^2 \alpha}}{2\omega_p^2 \alpha} \\ T_i &= \frac{1}{2\alpha \omega_p} \left[\tan(\varphi_e - \varphi_p) + \sqrt{4\alpha + \tan^2(\varphi_e - \varphi_p)} \right]\end{aligned}\quad (2.51)$$

Os controladores PID sintonizados pelo método proposto por Aström & Hagglund (1984) apresentam bom desempenho para a maioria dos processos industriais, porém, para os casos em que os sistemas a serem controlados são mais complexos (alta ordem e resposta em malha muito rápida) ou possuem atraso de transporte dominante, é indicado que seja utilizado controladores de ordem mais elevada ou o emprego de compensadores de atraso (por exemplo Preditor de Smith) (COELHO, SANTANA & ALMEIDA, 2018).

2.4.3. Método do Modelo Interno (IMC)

Este método de sintonia, proposto por Rivera, Morari e Skogestad (1986), é derivado da estrutura IMC (“*Internal Model Control*”) inicialmente desenvolvida por Garcia (1982), tendo como objetivo obter o controlador adequado a partir do modelo do processo e de uma especificação de desempenho desejado. O controlador projetado por essa metodologia, portanto, possui um modelo interno do processo que pode ser obtido pelo método que o projetista julgar mais conveniente. A estrutura de controle IMC é apresentada na Figura 2.13.

Figura 2.13 – Estrutura IMC.



Definido o modelo do processo obtém-se a função de transferência em malha fechada do sistema:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_p(s)G_c(s)}{1 + G_p(s)G_c(s)} \quad (2.52)$$

O controlador PID $G_c(s)$ é definido pela equação (2.31).

A proposta do método IMC é sintonizar o controlador $G_c(s)$ de modo que a resposta ao degrau do sistema tenha uma dinâmica conhecida, sendo a referência para o critério de ajuste.

De acordo com Economou & Morari (1986) a resposta desejada em malha fechada para um sistema SISO é tipicamente descrita pela equação a seguir:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_+(s)}{(\lambda s + 1)^n} \quad (3.53)$$

sendo $G_+(s)$ a parte não-mínima de $G(s)$; λ é o critério de desempenho ajustável de acordo com o desempenho e estabilidade requeridas para o processo, responsável por determinar a rapidez com a qual a saída $Y(s)$ consegue acompanhar a referência, devendo ser escolhido respeitando as restrições dinâmicas do sistema; e o grau n é escolhido de modo que o controlador IMC seja realizável.

Uma maneira de estimar o valor de λ a ser adotado é através da realimentação do processo por um relé, uma vez que, em aplicações reais o modelo da planta é, à priori, desconhecido, fazendo-se necessária a aplicação de algum método de estimação da função de transferência do processo para que então se possa determinar a dinâmica desejada para o sistema.

Considere que a dinâmica pretendida para o sistema seja representada por um modelo de primeira ordem com constante de tempo igual a λ e cuja função de transferência em malha fechada é dada por:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{\lambda s + 1} \quad (2.54)$$

O termo λ é o critério de desempenho do método de sintonia IMC,

Igualando as equações (2.52) e (2.54), tem-se:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{\lambda s + 1} = \frac{G_p(s)G_c(s)}{1 + G_p(s)G_c(s)} \quad (2.55)$$

O controlador $G_c(s)$ é, portanto, calculado por:

$$G_c(s) = \frac{1}{G_p(s)\lambda s} \quad (2.56)$$

Na formulação do método IMC para sintonia de controladores PID, Rivera, Morari e Skogestad (1986) calcularam os parâmetros K_p , T_I e T_D do controlador para várias dinâmicas de processos em função do parâmetro de desempenho λ . Na Tabela 2 são apresentados algumas dinâmicas e os parâmetros dos respectivos controladores PID calculados.

Tabela 2 – Parâmetros do controlador PID para algumas dinâmicas de processo.

Modelo do Processo	K_p	T_I	T_D
$\frac{K}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau}{K \cdot \lambda}$	τ	–
$\frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{(\tau_1 + \tau_2)}{K \lambda}$	$(\tau_1 + \tau_2)$	$\frac{(\tau_1 \tau_2)}{(\tau_1 + \tau_2)}$
$\frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\xi \tau s + 1}$	$\frac{2 \cdot \xi \cdot \tau}{K \cdot \lambda}$	$2 \cdot \xi \cdot \tau$	$\frac{\tau}{2 \cdot \xi}$
$\frac{K}{s}$	$\frac{1}{K \lambda}$	–	–
$\frac{K}{s(\tau s + 1)}$	$\frac{1}{K \lambda}$	–	τ
$\frac{K}{\tau s + 1} e^{-\theta s}$	$\frac{(2\tau + \theta)}{2 \cdot K \cdot \lambda}$	$\tau + \left(\frac{\theta}{2}\right)$	$\frac{\theta \cdot \tau}{(2\tau + \theta)}$

Uma vantagem do método de sintonia IMC é que o desempenho do controlador projetado está associado à razão da constante de tempo de malha fechada (λ) com a de malha

aberta (τ), permitindo definir o desempenho desejado para o sistema controlado. Já a desvantagem é que quanto maiores forem as não-linearidades do sistema (ou maiores os erros de modelagem interna do processo), mais conservadora deve ser a escolha do parâmetro λ , portanto, o sistema controlado responderá mais lentamente aos estímulos do meio, de forma que a robustez e estabilidade do sistema sejam mantidos. Outro fator que pode pôr em risco o desempenho do controlador PID sintonizado pelo método IMC é a presença de um “tempo morto” elevado, aumentando o valor da constante de tempo de malha fechada.

2.5. Conclusão

Os controladores PID sintonizados por abordagens monovariáveis são bastante difundidos no ambiente industrial devido a simplicidade de implementação e eficiência no controle de grande parcela dos processos deste meio. Por conta disso existe uma vasta literatura no que diz respeito ao estudo das características e efeitos da aplicação desses controladores. Os métodos de sintonia automática dos parâmetros do controlador PID a partir da introdução de elementos não lineares do tipo relé nas malhas de realimentação do processo também são largamente estudados, tendo em vista que tais metodologias são capazes de identificar a região de estabilidade do sistema, bem como identificar a função de transferência do processo.

A teoria da aplicação de controladores PID monovariáveis pode ser estendida para os casos multivariáveis (com mais de uma entrada e uma saída), fazendo-se as devidas análises e alterações para a nova aplicação. O próximo capítulo aborda as características de processos multivariáveis, apresentando também métodos de sintonia de controladores deste tipo.

Capítulo 3.: Controle PID Aplicado em Processos Multivariáveis

Os controladores, que anteriormente eram destinados à atuação sobre um processo de natureza singular, agora tendem a atuar sobre múltiplas variáveis simultaneamente, com exigência de performance cada vez mais rigorosas, fazendo com que seja imprescindível enxergar os processos a serem controlados sob uma ótica multivariável, considerando o acoplamento existente entre as variáveis da planta.

Apesar de as características dos sistemas haverem sofrido tais alterações, os controladores empregados nos ambientes industriais continuam adotando a estrutura PID. Os sistemas de controle PID para processos multivariáveis podem ser classificados em dois grupos: controle descentralizado e controle desacoplado. Neste trabalho os dois tipos de controle foram aplicados.

O controle descentralizado consiste em um conjunto de controladores SISO, projetados considerando as interações entre cada malha do processo. Quando as interações são modestas este tipo de controle é, normalmente, adequado. Entretanto, quando as interações entre as malhas são severas, o controle descentralizado pode não responder de maneira satisfatória. Para superar este problema pode-se adotar o esquema de controle com desacoplamento entre as malhas (AGUIAR, JÚNIOR & BARROS, 2018).

Neste capítulo serão apresentadas as principais características dos sistemas multivariáveis, bem como métodos de sintonia de controladores PID baseados na resposta em frequência do sistema e uma metodologia derivada da extensão do Método do Modelo Interno IMC-PID (*Internal Model Control - IMC*) aplicada para sistemas MIMO. Também é abordada uma estrutura de desacoplamento entre as malhas do processo.

3.1. Sistema Multivariável

Em um sistema MIMO com j entradas (u_1, u_2, \dots, u_j) e i saídas (y_1, y_2, \dots, y_i) as variáveis de entrada e saída podem ser compactadas em vetores, de acordo com a Equação 3.1.

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_j \end{bmatrix} \text{ e } y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_i \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

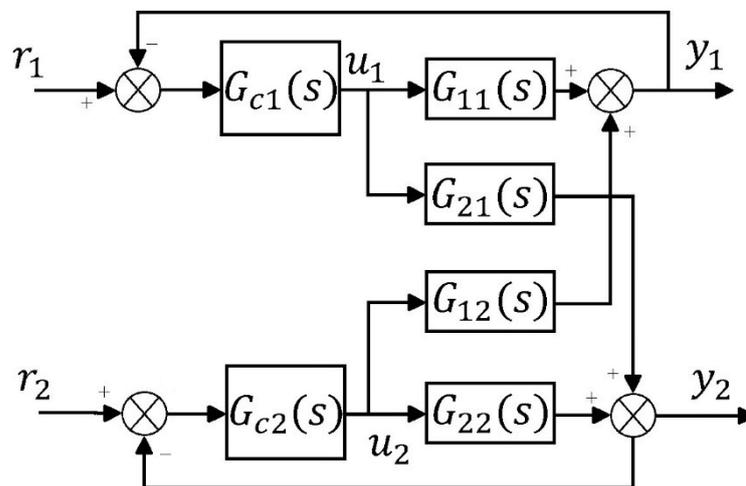
Considerando um sistema linear, controlável e observável, a representação na forma de matriz de transferência é dada por:

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \\ \vdots \\ Y_i(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & \cdots & G_{1j}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & \cdots & G_{2j}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{i1}(s) & G_{i2}(s) & \cdots & G_{ij}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \\ \vdots \\ U_j(s) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Cada elemento $G_{ij}(s)$ da matriz de transferência $\mathbf{G}(s)$, de ordem $i \times j$, representa a função de transferência da respectiva malha de controle, que, por sua vez, relaciona a variável manipulada u_j à variável controlada y_i (OGATA, 2003; SKOGESTAD, 2005).

Na Figura 3.1 é ilustrado um exemplo de sistema de controle multivariável de ordem dois, portanto um sistema TITO. As referências r_1 e r_2 são as variáveis de entrada do sistema, ao passo que as variáveis controladas y_1 e y_2 são as variáveis de saída. As variáveis manipuladas u_1 e u_2 , por sua vez, são os sinais de controle provenientes dos controladores descentralizados G_{C1} e G_{C2} , respectivamente. É possível observar que há interação entre as malhas, tornando o sistema mais complexo se comparado com o caso monovariável. Para a minimização (ou até mesmo extinção) da influência da resposta de uma malha sobre as demais pode-se adicionar uma matriz de desacoplamento do sistema, conforme demonstrado na seção posterior.

Figura 3.1 – Sistema de controle multivariável descentralizado.



3.1.1 – Desacoplamento de Sistemas Multivariáveis

Grande parte dos sistemas multivariáveis apresenta interação entre suas entradas e saídas. O controle eficiente de sistemas com acoplamento entre as malhas é um problema complexo no contexto de controle de processos, visto que métodos de controle já consolidados para casos de sistemas SISO nem sempre podem ser estendidos diretamente para o caso MIMO (CHEN; ZHANG, 2006). Do ponto de vista de controle, sistemas MIMO são mais complexos

quando comparados com sistemas SISO, por apresentar maior número de parâmetros a serem ajustados e acoplamento/interação entre as malhas (JÚNIOR & BARROS, 2015).

As malhas de um processo são ditas acopladas quando a alteração da variável manipulada de uma malha produz efeito nas variáveis de processo das outras malhas. Em sistemas MIMO acoplados a sintonia do controlador de uma malha afeta o desempenho das outras, podendo, inclusive, levar o sistema à instabilidade.

Os métodos de desacoplamento tendem a minimizar os efeitos que uma variável do sistema exerce sobre a outra, tornando possível realizar um estudo mais simples do problema para cada conjunto de entradas e saídas. Um sistema de controle descentralizado com uma matriz de desacoplamento pode ser projetado combinando um controlador $C(s)$ com um bloco compensador $I(s)$, de modo que o controlador visualize o processo aparente $Q(s)$ como um conjunto de processos completamente independentes (PAULO, 2015). $Q(s)$, portanto, é uma matriz de transferência diagonal resultante do produto $G(s)I(s)$.

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

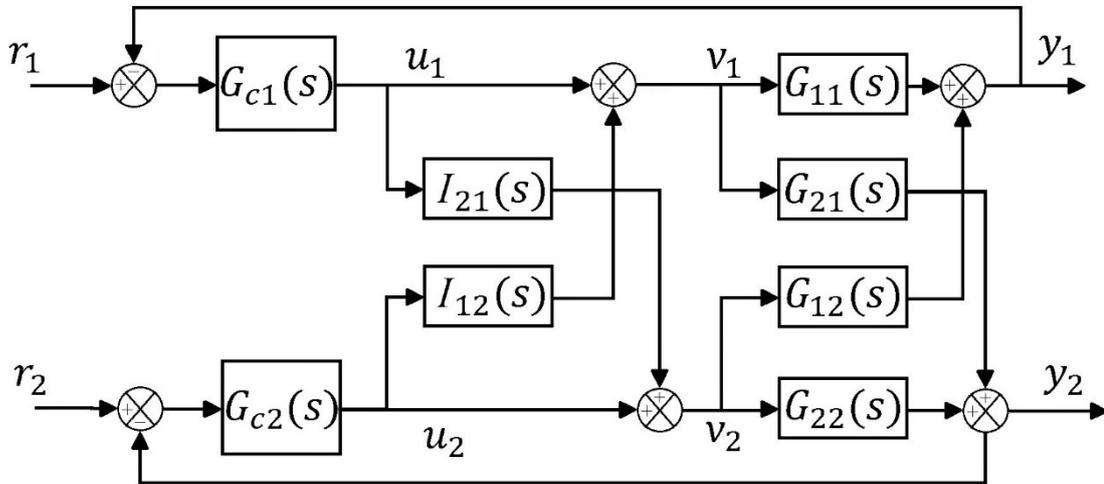
$$C(s) = \begin{bmatrix} C_{11}(s) & 0 \\ 0 & C_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

$$I(s) = \begin{bmatrix} I_{11}(s) & I_{12}(s) \\ I_{21}(s) & I_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

$$Q(s) = \begin{bmatrix} Q_{11}(s) & 0 \\ 0 & Q_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

As técnicas de desacoplamento convencionais podem ser classificadas em três tipos: desacoplamento ideal, desacoplamento simplificado, desacoplamento invertido. O desacoplador simplificado é o método mais popular devido à simplicidade dos seus elementos, resultando em uma matriz de fácil implementação, sendo, portanto, o método empregado neste trabalho.

Considerando-se o caso *TITO* ilustrado na Figura 3.2, pode-se observar que, para desacoplar as malhas, blocos adicionais de funções de transferência são posicionados entre as saídas dos controladores PID e as entradas do processo.

Figura 3.2 – Desacoplamento de um processo *TITO*.

Para projetar os desacopladores, representados na Figura 3.2 pelos blocos I_{21} e I_{12} , a proposta é identificar o processo através do método dos mínimos quadrados para sistemas multivariáveis, determinando-se modelos para as funções de transferência G_{ii} e G_{ij} ($i \neq j$, termos cruzados). Considerando-se, portanto, o caso *TITO* da Figura 3.2, o processo é modelado por:

$$y_1 = G_{11}v_1 + G_{12}v_2; \quad y_2 = G_{21}v_1 + G_{22}v_2 \quad (3.7)$$

Devido aos desacopladores, os sinais de saída dos controladores PID são calculados por:

$$v_1 = u_1 + I_{12}u_2; \quad v_2 = u_2 + I_{21}u_1 \quad (3.8)$$

Substituindo-se as Equações (3.8) em (3.7), tem-se:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} + G_{12}I_{21} & G_{12} + G_{11}I_{12} \\ G_{21} + G_{22}I_{21} & G_{22} + G_{21}I_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Para que as saídas de cada uma das malhas sejam afetadas apenas pelos respectivos sinais de controle, deve-se garantir que:

$$I_{12} = -\frac{G_{12}}{G_{11}}; \quad I_{21} = -\frac{G_{21}}{G_{22}} \quad (3.10)$$

A matriz de desacoplamento $I(s)$, portanto, é determinada por:

$$I(s) = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{G_{12}}{G_{11}} \\ -\frac{G_{21}}{G_{22}} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Dessa forma, o termo I_{21} elimina a influência do sinal de referência r_1 sobre a saída y_2 , anulando o efeito da função de transferência cruzada G_{21} . De modo análogo, I_{12} elimina a influência do sinal de referência r_2 sobre a saída y_1 , anulando o efeito da função de transferência cruzada G_{12} . Uma vez que a matriz de desacoplamento atua eliminando/minimizando a interferência dos elementos alheios à diagonal principal da matriz de transferência $G(s)$ nas saídas do sistema, os elementos da sua diagonal principal (I_{ii}) devem ser iguais à unidade, caso contrário, haveria uma ponderação dos sinal de controle u_i sobre as funções de transferência G_{ii} .

Com a incorporação destes blocos ao sistema as duas malhas funcionam de forma independente e, portanto, podem ser sintonizadas através de abordagens monovariáveis de controladores (COELHO, SANTANA & ALMEIDA, 2018).

3.2. Sintonia do Controlador PID Multivariável

Muito embora outras estruturas de controle tenham demonstrado ser efetivas em algumas situações em que o controlador PID se mostra falho (tais como no controle de processo com atraso de transporte dominante e controle sistemas de alta ordem), a implementação de sistemas de controle baseados na metodologia de controladores PID descentralizados continua sendo dominante e, devido a isso, pesquisas continuam sendo realizadas frequentemente sobre este tema.

O controlador descentralizado é uma matriz diagonal em que cada elemento é um controlador monovariável, projetado individualmente para cada malha, levando-se em consideração as interações existentes. Além disso, matrizes de desacoplamento podem ser adicionadas ao sistema, posicionando-as entre os controladores descentralizados e o processo, de modo que os controladores “enxergam” o sistema como se cada malha fosse completamente independente.

A seguir serão abordados alguns métodos de sintonia de controladores PID multivariáveis com as características mencionadas.

3.2.1. Método Sequencial de Sintonia de Controladores PID

O método sequencial corresponde a um dos procedimentos mais utilizados na prática dentre os métodos de projeto de sistemas de controle multivariáveis descentralizados. O conceito deste método de sintonia é simples e direto: tratar um problema de desenvolvimento de controladores para sistemas $n \times n$ como uma sequência de n projetos de controladores SISO

(YU, 2006). Em outras palavras, o projeto multivariável é decomposto em uma sequência de projetos monovariáveis de forma que apenas uma malha de controle é sintonizada por vez.

As vantagens desta forma de projeto são: **i)** a dinâmica real das malhas do processo é identificada levando em conta as interações entre as malhas; **ii)** em termos de identificação apenas n funções de transferência são necessárias para identificar um processo $n \times n$; **iii)** é mais robusto em termos de tolerância a falhas; **iv)** a estabilidade do sistema é garantida se as malhas de controle forem postas para operar na ordem em que foram projetadas.

Algumas desvantagens podem ser citadas: **i)** o controlador final pode depender da ordem em que as malhas foram projetadas; **ii)** desde que o projeto de uma malha subsequente pode influenciar no projeto da malha já projetada, é necessário reprojeter as malhas até a convergência ser atingida; **iii)** a função de transferência entre entrada e saída em um passo sequencial pode conter zeros instáveis que não correspondem aos zeros de transmissão da função de transferência do processo.

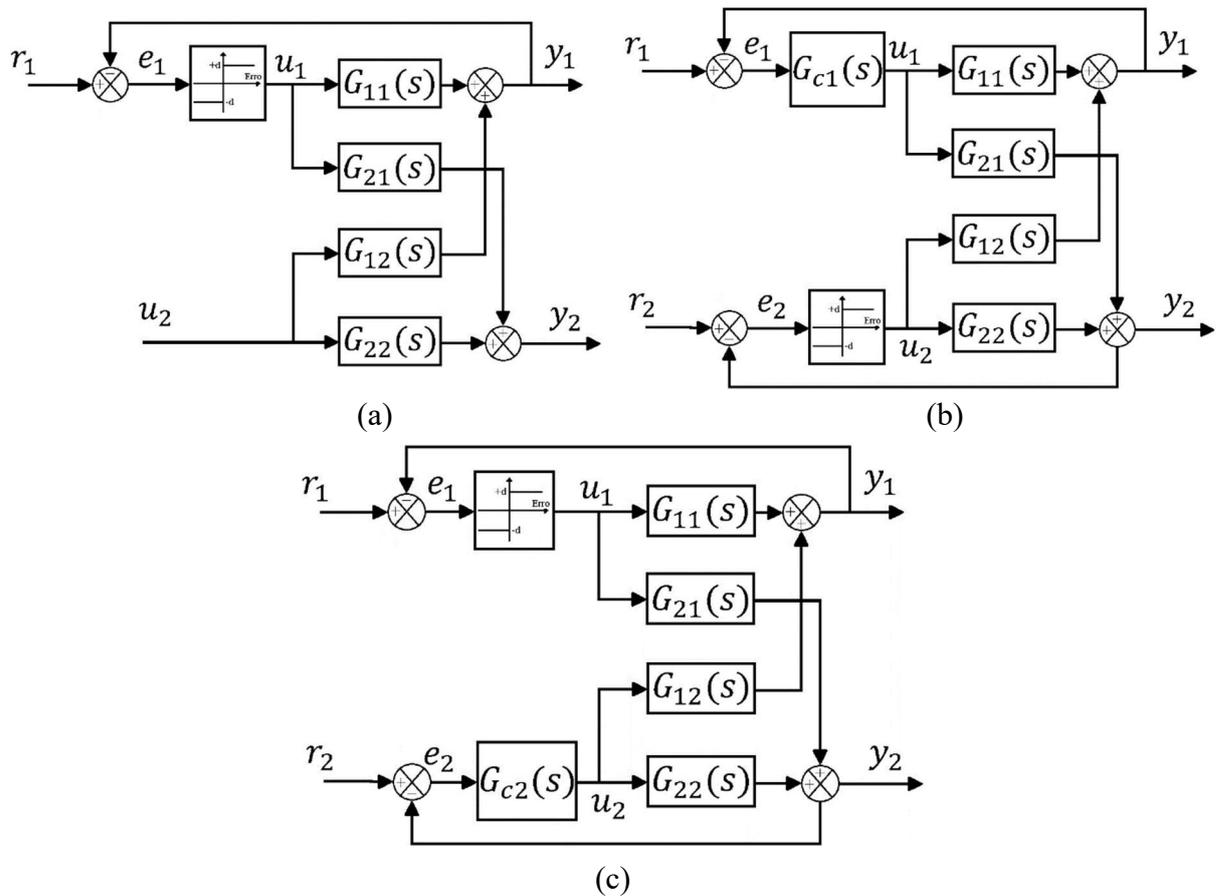
Uma forma de minimizar as deficiências **(i)** e **(ii)** é projetar malhas mais rápidas, visto que são menos sensíveis aos efeitos das malhas mais lentas. O problema **(iii)** pode afetar a ordem de projeto das malhas para garantir a estabilidade do sistema. Este problema também é minimizado se as malhas mais rápidas são projetadas e postas em operação. O sucesso do projeto sequencial depende de como os problemas citados são tratados (ALMEIDA, 2002).

O presente trabalho combina a técnica do relé SISO baseado no método de Åström para sintetizar um método de projeto de controladores PID MIMO com sintonia automática.

O controlador PID descentralizado empregado neste trabalho utiliza um esquema sequencial de experimentações com o relé conforme a Figura 3.3. O procedimento de identificação e sintonia pode ser resumido em três passos:

- i)** Inicialmente, um relé é posicionado na malha 1 (entre e_1 e u_1), com u_2 constante (Figura 3.3a), identifica-se a função de transferência entre u_1 - y_1 e sintoniza-se o controlador G_{c1} ;
- ii)** Com G_{c1} sintonizado e controlando a malha 1, posiciona-se o relé na malha 2 (entre e_2 e u_2), identifica-se a função de transferência entre u_2 - y_2 e sintoniza-se o controlador G_{c2} (Figura 3.3b);
- iii)** Os passos **(i)** e **(ii)** são repetidos até a convergência dos parâmetros dos controladores ser atingida, (Figura 3.3c).

Figura 3.3 – Sintonia sequencial de controladores PID para um sistema TITO.



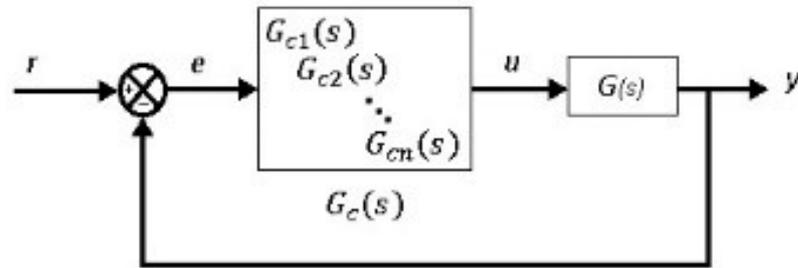
Fonte: (ALMEIDA, 2002).

Considere um sistema multivariável $n \times n$ com controladores descentralizados, conforme ilustrado na Figura 3.4a. A relação entre u_1 e y_1 em malha aberta é dada por:

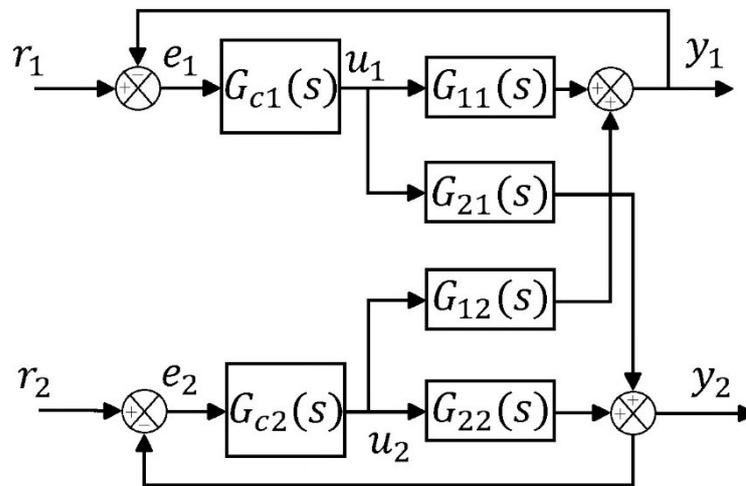
$$\begin{pmatrix} y_1 \\ u_1 \end{pmatrix}_{MA} = G_{11}(s) \quad (3.12)$$

sendo o índice MA a denotação de malha aberta.

Figura 3.4 – Diagrama para um sistema MIMO com controladores PID descentralizados.



(a)



(b)

A relação entre os dois sinais torna-se mais complicada ao fechar a malha de forma sequencial, a exemplo do que é mostrado na Figura 3.3c. Para a análise das relações entre as grandezas do sistema multivariável as seguintes notações serão adotadas:

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

$$G_c(s) = \begin{bmatrix} G_{c1}(s) & 0 \\ 0 & G_{c2}(s) \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

$$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Dessa forma, de acordo com Yu (2006), a análise em malha fechada (MF) para a relação entre u_1 e y_1 torna-se:

$$G_{11,MF}(s) = \begin{pmatrix} y_1 \\ u_1 \end{pmatrix}_{MF} = G_{11} \left[1 - \frac{G_{11}G_{12}^{-1}H_2G_{21}}{G_{11}} \right] \quad (3.17)$$

Tal que:

$$H_2 = G_{22}G_{c2} [I + G_{22}G_{c2}]^{-1} \quad (3.18)$$

A Equação (3.18) é a função de sensibilidade complementar para as malhas em repouso, de modo que quando a malha referente à saída y_2 está perfeitamente controlada, $H_2 = I$ e a expressão (3.17) é reduzida para:

$$G_{11,MF}(s) = G_{11} \left[1 - \left(1 - \frac{1}{\delta_{11}(s)} \right) \right] \quad (3.19)$$

$\delta_{11}(s)$ é o termo (1,1) da matriz de ganho relativo (“*Relative Gain Array*” - RGA), definido por Bristol (1966). Já quando não há controle atuando sobre y_2 , $H_2 = 0$, fazendo com que:

$$G_{11,MF}(s) = G_{11}(s) \quad (3.20)$$

O termo do lado direito da equação (3.17), portanto, pondera a interação de malha fechada. Dessa forma, para efeito do projeto sequencial, o sistema monovariável tem a função de transferência dada por (3.17), para cada uma das malhas. Para o caso de um sistema TITO, a relação entre u_1 e y_1 é calculada por:

$$G_{11,MF}(s) = G_{11} \left[1 - \frac{G_{12}G_{21}}{G_{11}G_{22}} H_2 \right] \quad (3.21)$$

$$H_2 = \frac{G_{22}G_{c2}}{(1 + G_{22}G_{c2})} \quad (3.22)$$

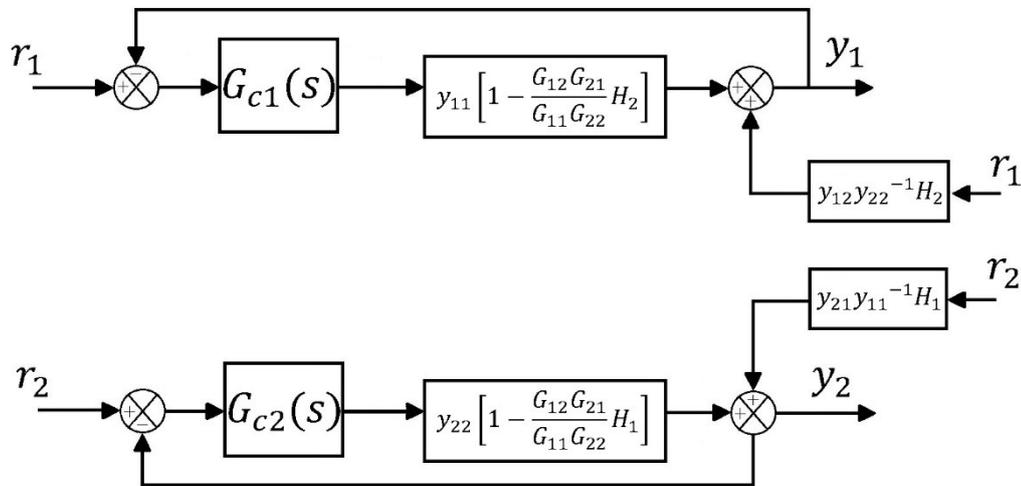
De modo análogo:

$$G_{22,MF}(s) = G_{22} \left[1 - \frac{G_{12}G_{21}}{G_{11}G_{22}} H_1 \right] \quad (3.23)$$

$$H_1 = \frac{G_{11}G_{c1}}{(1 + G_{11}G_{c1})} \quad (3.24)$$

Portanto, o conceito do projeto sequencial é ilustrado na Figura 3.5, onde o diagrama de blocos do sistema TITO é redesenhado.

Figura 3.5 – Diagrama de blocos rearranjado.



Fonte: (YU, 2006).

Apesar das funções de transferência de malha fechada do diagrama de blocos da Figura 3.5 serem diferentes das Equações (3.21) e (3.23), as raízes da equação característica do sistema são exatamente as mesmas.

Nota-se, então, que o sistema originalmente TITO agora passa a ser abordado como dois sistemas SISO, com uma única entrada gerando uma única saída, possibilitando, assim, que os controladores de cada malha sejam sintonizados de maneira descentralizada. Dessa forma, o método de sintonia proposto por Aström pode ser utilizado em cada uma das malhas.

3.2.2. Método de Sintonia IMC Multivariável

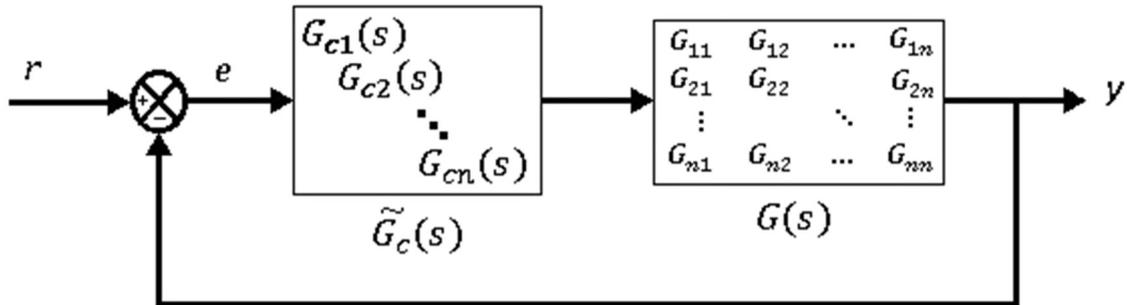
O método de sintonia dos parâmetros do controlador PID proposto por Lee *et al.* (2004) estende o Método do Modelo Interno IMC-PID, desenvolvido para promover a resposta desejada em malha fechada de sistemas SISO, para aplicar em sistemas MIMO.

Na Figura 3.6 é mostrado um sistema multivariável realimentado, cuja função de transferência de malha fechada ($G_{MF}(s)$) é dada por:

$$y(s) = G_{MF}(s)r(s) = \left(G(s)\tilde{G}_c(s)\right)^{-1} G(s)\tilde{G}_c(s)r(s) \quad (3.25)$$

tal que $G(s)$ é o processo estável em malha aberta, $\tilde{G}_c(s)$ é o controlador multivariável, $y(s)$ é a variável controlada e $r(s)$ é a referência.

Figura 3.6 – Diagrama de blocos para um sistema de controle multivariável.



Fonte: Elaborada pelo Autor.

Segundo a estratégia de controle IMC multivariável desenvolvida por Economou e Morari (1986), a resposta desejada em malha fechada (R_i) para a i -ésima malha é:

$$\frac{y_i}{r_i} = R_i = \frac{G_{ii+}(s)}{(\lambda_i + 1)^{n_i}} \quad (3.26)$$

sendo G_{ii} a parte não-mínima de G_{ii} , havendo a necessidade de que $G_{ii+}(0) = 1$, para que a variável controlada possa alcançar o seguimento de referência; λ_i é o critério de desempenho ajustável de acordo com o desempenho e estabilidade requeridas para o processo; e o grau n_i é escolhido de modo que o controlador IMC seja realizável.

Considerando $\tilde{\mathbf{R}}(s)$ a matriz da resposta em malha fechada desejada para o processo, determinada por:

$$\tilde{\mathbf{R}}(s) = \text{diag}[R_1, R_2, \dots, R_n] \quad (3.27)$$

o controlador $\tilde{\mathbf{G}}_c(s)$ deve ser projetado de maneira que os elementos de $\mathbf{G}_{MF}(s)$ sejam o mais próximo possível dos elementos de $\tilde{\mathbf{R}}(s)$ em toda faixa de frequência de operação do controlador.

Adicionando um termo integrador a $\tilde{\mathbf{G}}_c(s)$, sua expansão em série de Maclaurin é:

$$\tilde{\mathbf{G}}_c(s) = \frac{1}{s} \left[\tilde{\mathbf{G}}_{c0} + \tilde{\mathbf{G}}_{c1}s + \tilde{\mathbf{G}}_{c2}s^2 + O(s^3) \right] \quad (3.28)$$

$\tilde{\mathbf{G}}_{c0}$, $\tilde{\mathbf{G}}_{c1}$ e $\tilde{\mathbf{G}}_{c2}$ correspondem aos termos integral, proporcional e derivativo do controlador PID, respectivamente. Expandido $\mathbf{G}(s)$, temos:

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{G}_0 + \mathbf{G}_1s + \mathbf{G}_2s^2 + O(s^3) \quad (3.29)$$

$$\begin{cases} G_0 = G(0) \\ G_1 = G'(0) \\ G_2 = \frac{G''(0)}{2} \end{cases} \quad (3.30)$$

Substituindo as equações (3.29) e (3.30) na equação (3.25), obtém-se a função de transferência $\mathbf{G}_{MF}(s)$ representada em série de Maclaurin, dessa forma:

$$\begin{aligned} G_{MF}(s) = & I - (G_0 \tilde{G}_{c0})^{-1} s + (G_0 \tilde{G}_{c0})^{-1} (I + G_0 \tilde{G}_{c1} + G_1 \tilde{G}_{c0}) (G_0 \tilde{G}_{c0})^{-1} s^2 + (G_0 \tilde{G}_{c0})^{-1} [G_0 \tilde{G}_{c2} + G_1 \tilde{G}_{c1} + \\ & G_2 \tilde{G}_{c0} - (I + G_0 \tilde{G}_{c1} + G_1 \tilde{G}_{c0}) (G_0 \tilde{G}_{c0})^{-1} (I + G_0 \tilde{G}_{c1} + G_1 \tilde{G}_{c0}) (G_0 \tilde{G}_{c0})^{-1}] s^3 + O(s^4) \end{aligned} \quad (3.31)$$

Portanto, reescrevendo $\tilde{\mathbf{R}}(s)$ na forma de série de Maclaurin temos:

$$\tilde{\mathbf{R}}(s) = \tilde{\mathbf{R}}(0) + \tilde{\mathbf{R}}'(0)s + \frac{\tilde{\mathbf{R}}''(0)}{2}s^2 + \frac{\tilde{\mathbf{R}}'''(0)}{6}s^3 + O(s^4) \quad (3.32)$$

sendo $\tilde{\mathbf{R}}(0) = I$, dado que $G_{ii+}(0) = 1$.

Comparando os elementos de $\mathbf{G}_{MF}(s)$ e $\tilde{\mathbf{R}}(s)$ nas equações (3.31) e (3.32) é possível expressar \tilde{G}_{c0} , \tilde{G}_{c1} e \tilde{G}_{c2} em termos dos parâmetros do processo e da resposta desejada em malha fechada, sendo os termos referentes às ações proporcional e derivativa (\tilde{G}_{c1} e \tilde{G}_{c2}) analisados para regiões de alta frequência, onde seus impactos são predominantes; já a ação integral do controlador (\tilde{G}_{c0}) é calculada para regiões de baixa frequência (LEE *et al.*, 2004).

▪ **Projeto do ganho proporcional (K_p) e da constante de tempo derivativo (T_D)**

Conforme observado na equação (3.28), o impacto dos termos \tilde{G}_{c1} e \tilde{G}_{c2} no algoritmo PID se torna mais predominante em altas frequências, enquanto que são pouco significativos em baixas frequências. Assim sendo, é preferível que \tilde{G}_{c1} e \tilde{G}_{c2} sejam projetados baseado nas características do sistema em altas frequências.

Dado que $|G(j\omega)\tilde{G}_c(j\omega)| \ll 1$ em altas frequências, $\mathbf{G}_{MF}(s)$ pode ser aproximado por:

$$G_{MF}(s) = (I + G(s)\tilde{G}_c(s))^{-1} G(s)\tilde{G}_c(s) \approx G(s)\tilde{G}_c(s) \quad (3.33)$$

Essa aproximação em alta frequência de \tilde{G}_{c1} e \tilde{G}_{c2} faz com que esses termos possam ser projetados considerando apenas os elementos da diagonal principal de $\mathbf{G}(s)$, devido ao fato de que em frequências elevadas a influência do acoplamento entre as malhas sobre a variável controlada é, quase sempre, eliminada pela característica de filtro passa-baixas do próprio processo (LEE *et al.* 1998). Com isso, o método de sintonia IMC-PID generalizado para sistemas SISO visto no capítulo anterior pode ser aplicado diretamente, sem prejuízos à sintonia

do controlador multivariável. Desse modo, o controlador ideal $\tilde{\mathbf{G}}_c(s)$ que promove a resposta em malha fechada desejada para o processo $\tilde{\mathbf{R}}(s)$ pode ser obtido por:

$$\tilde{\mathbf{G}}_c(s) = \tilde{\mathbf{G}}^{-1}(s) \tilde{\mathbf{R}}(s) [I - \tilde{\mathbf{R}}(s)]^{-1} \quad (3.34)$$

Tal que $\tilde{\mathbf{G}}(s) = \text{diag}[G_{11}, G_{22}, \dots, G_{nn}]$.

O controlador ideal $G_{ci}(s)$ para a i -ésima malha, então, é calculado da seguinte forma:

$$G_{ci}(s) = \frac{Q_i(s)}{1 - G_{ii}(s)Q_i(s)} = \frac{[G_{ii-}(s)]^{-1}}{(\lambda_i s + 1)^{n_i} - G_{ii+}(s)} \quad (3.35)$$

sendo $Q_i(s)$ o controlador IMC dado por $\frac{[G_{ii-}(s)]^{-1}}{(\lambda_i s + 1)^{n_i}}$.

Lembrando do fato de que $G_{ii+}(0) = 1$, $G_{ci}(s)$ pode ser reescrito por uma série de Maclaurin com um termo integral, conforme a equação a seguir:

$$G_{ci}(s) = \frac{1}{s} \left[f_i(0) + f_i'(0)s + \frac{f_i''(0)}{2}s^2 + O(s^3) \right] \quad (3.36)$$

$$f_i(s) = G_{ci}(s)s \quad (3.37)$$

Os três primeiros termos da Equação (3.36) podem ser interpretados como o controlador PID ideal padrão. Portanto, os termos K_p e T_D do controlador multivariável são calculados da seguinte maneira:

$$K_{pi} = f_i'(0); \quad T_{Di} = \frac{f_i''(0)}{2K_{pi}} \quad (3.38)$$

▪ **Projeto da constante de tempo integral (T_I)**

O termo integral do controlador PID é projetado baseado na característica da interação entre as malhas em baixas frequências. $\tilde{\mathbf{G}}_{c0}$, portanto, é calculado levando em consideração os termos fora da diagonal de $\mathbf{G}(s)$. Comparando os elementos dos termos de primeira ordem (s) nas Equações (3.31) e (3.32), tem-se:

$$\begin{aligned} -(G_0 \tilde{\mathbf{G}}_{c0})^{-1} &= \tilde{\mathbf{R}}'(0) \\ -(G_0 \tilde{\mathbf{G}}_{c0})^{-1} (G_0 \tilde{\mathbf{G}}_{c0}) &= \tilde{\mathbf{R}}'(0) (G_0 \tilde{\mathbf{G}}_{c0}) \\ -I &= \tilde{\mathbf{R}}'(0) G_0 \tilde{\mathbf{G}}_{c0} \\ -\frac{I}{\tilde{\mathbf{R}}'(0) G_{0ii}} &= \tilde{\mathbf{G}}_{c0i} = \frac{K_{pi}}{T_{Ii}} \\ T_{Ii} &= -K_{pi} \tilde{\mathbf{R}}'(0) G_{0ii} \end{aligned}$$

Uma vez que derivando-se R em (3.26) e fazendo $s = 0$, encontra-se:

$$\tilde{\mathbf{R}}'(0) = G'_{ii+}(0) - n_i \lambda_i$$

Então:

$$T_{ii} = -\frac{[G'_{ii+}(0) - n_i \lambda_i] K_{pi}}{[G^{-1}(0)]_{ii}} \quad (3.39)$$

3.3. Conclusão

Projetar e sintonizar adequadamente controladores PID multivariáveis continua sendo um desafio para a engenharia de controle, mesmo com o constante desenvolvimento de tecnologias para esta finalidade, pois a complexidade dos processos e o grau de acoplamento entre as variáveis a serem controladas interferem diretamente nesta tarefa.

Neste capítulo foram feitas considerações sobre métodos de sintonia de controladores PID descentralizados que, no ajuste dos seus parâmetros, levam em consideração a influência das interações entre as malhas do sistema. Foi abordado ainda o método de desacoplamento simplificado, que é um compensador de acoplamento de simples implementação e grande aplicação prática, desenvolvido com a finalidade de minimizar (ou até mesmo eliminar) a influência dos termos cruzados entre as malhas no sistema de controle. Para tanto, a aplicação do algoritmo dos mínimos quadrados não recursivo com caráter multivariável, responsável por estimar as funções de transferência do processo, se faz necessário para o cálculo da matriz de desacoplamento. Este algoritmo é explanado no apêndice desta dissertação.

As ferramentas estudadas neste capítulo e no anterior têm seus desempenhos avaliados na aplicação em processos simulado e real na próxima seção.

Capítulo 4.: Aplicação dos Controladores PID

Com o objetivo de estudar a implementação de técnicas de controle e desacoplamento de sistemas multivariáveis, foi utilizado o processo da coluna de destilação de Wood e Berry (1973) para a realização de simulações, bem como uma planta de tanques duplos acoplados do Laboratório de Controle e Automação da Universidade Federal do Piauí, com capacidade de funcionamento nos modos monovariável e multivariável. No processo real o algoritmo dos mínimos quadrados não-recursivo multivariável foi aplicado para estimar a matriz de transferência, necessária para que fosse calculado o desacoplador simplificado para cada uma das malhas. Ensaios com relés em malha fechada também foram realizados a fim de sintonizar os controladores PID a serem introduzidos no sistema.

Neste capítulo será descrito o funcionamento da planta estudada e serão utilizadas as metodologias de controle PID multivariáveis abordadas no Capítulo 3, assim como também se discorrerá sobre a atuação do desacoplador simplificado em conjunto com os controladores PID sintonizados por metodologias introduzidas no Capítulo 2, comparando-se os resultados obtidos para cada aplicação.

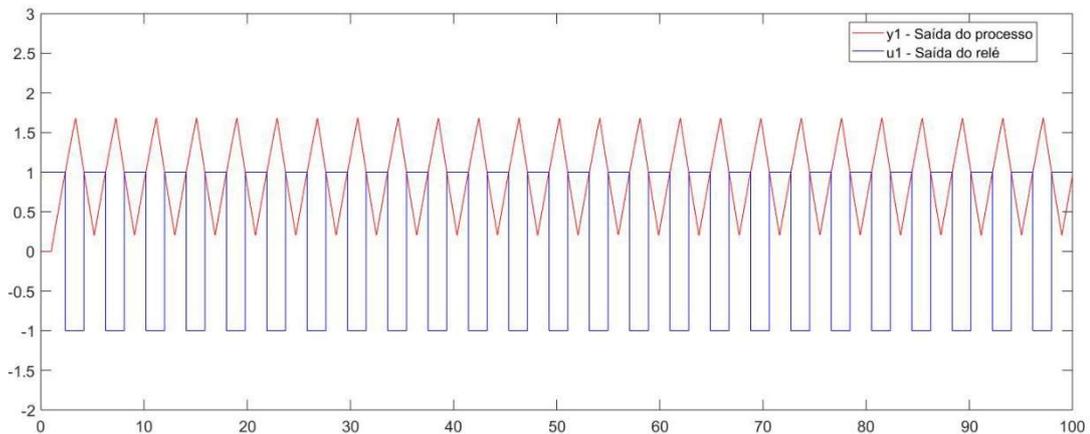
4.1. Resultados de Simulação

Nesta seção é apresentado um exemplo de aplicação dos métodos de sintonia de controladores PID multivariáveis abordados no Capítulo 3, utilizando a coluna de destilação descrita em Wood e Berry (1973) para a realização de simulações, pelo fato de esse processo apresentar forte acoplamento e cujo modelo em malha aberta é dado por:

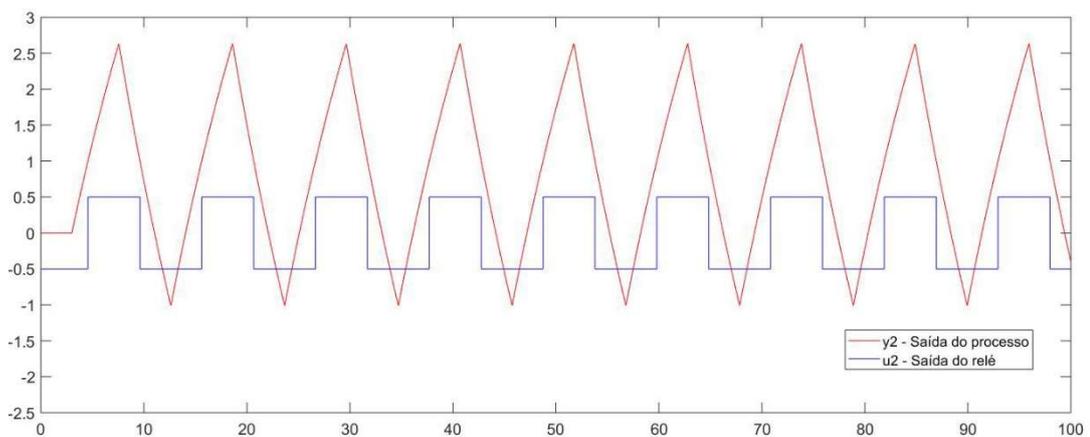
$$G_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{12.8e^{-s}}{16.7s+1} & \frac{-18.9e^{-3s}}{21s+1} \\ \frac{6.6e^{-7s}}{10.9s+1} & \frac{-19.4e^{-3s}}{14.4s+1} \end{bmatrix}$$

Inicialmente foram projetados dois controladores PID (um para cada malha) a partir do método de sintonia sequencial. Para tanto, foram aplicados relés sem histerese, encontrando-se os gráficos com as oscilações apresentadas na Figura 4.1.

Figura 4.1 – Oscilações encontradas nas saídas das malhas.



(a)



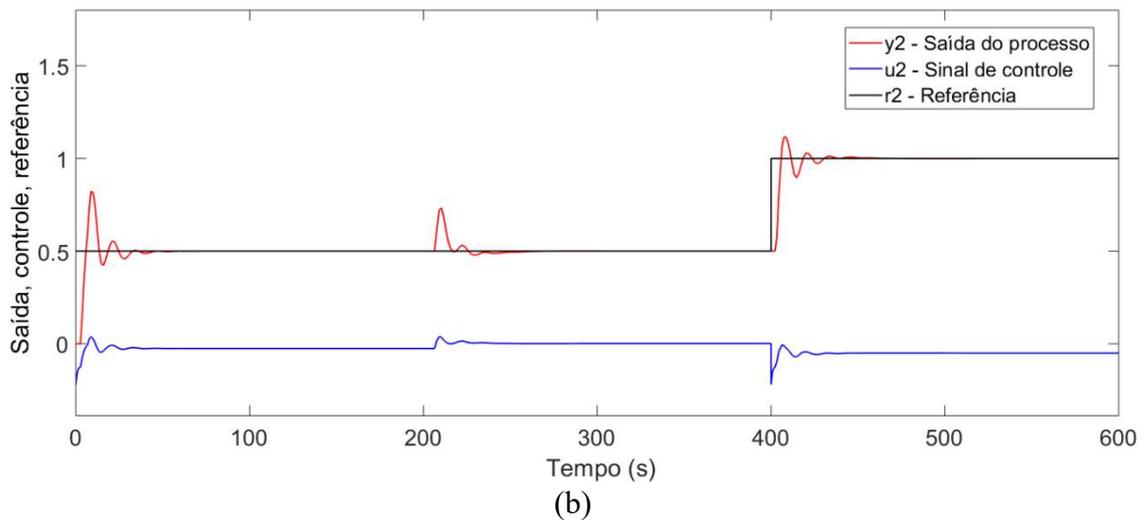
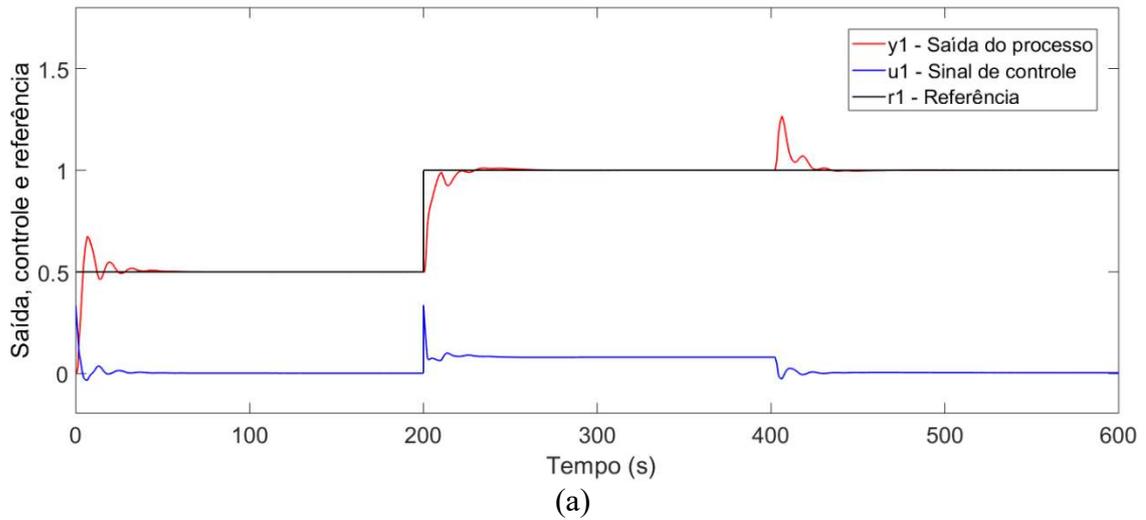
(b)

A sintonia dos parâmetros dos controladores PID foi realizada, aplicando-se a metodologia descrita na seção 3.2.1, determinando-se os ganhos proporcional, integral e derivativo pelo método de Aström, resultando nos valores de K_p , K_i e K_d elencados na Tabela 3. As saídas do sistema controlado são mostradas na Figura 4.2.

Tabela 3: Ganhos dos controladores PID sintonizados pelo método sequencial.

	K_p	K_i	K_d
Malha 1	0,250	0,037	0,420
Malha 2	-0,165	-0,026	-0,277

Figura 4.2 – Respostas do sistema controlado por PID sintonizado pelo método sequencial.



Para minimizar o acoplamento entre as malhas do sistema, foi projetado um desacoplador simplificado, de acordo com a teoria apresentada em 3.1.1, encontrando-se os seguintes valores para os elementos da matriz de desacoplamento:

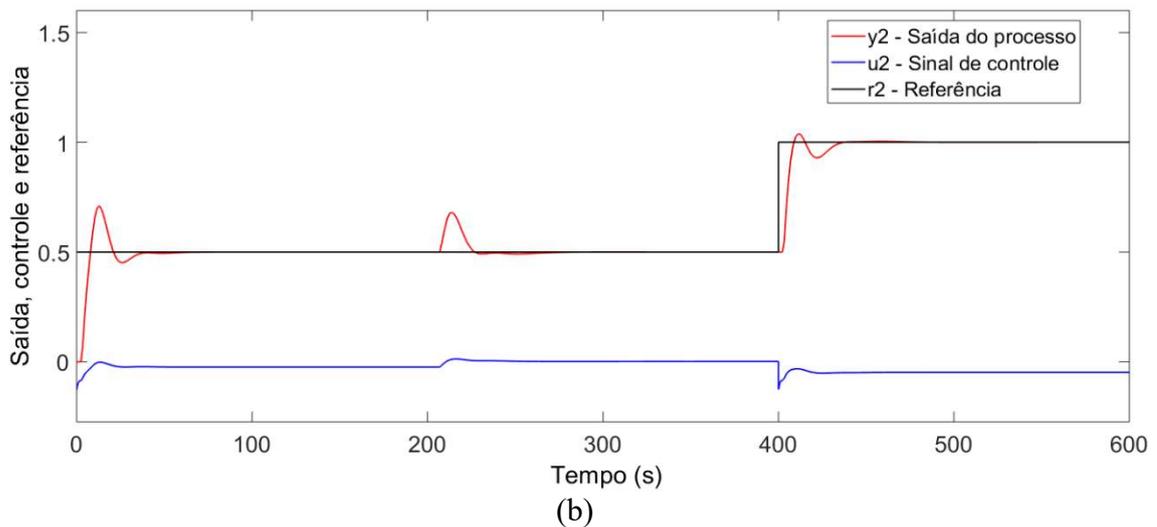
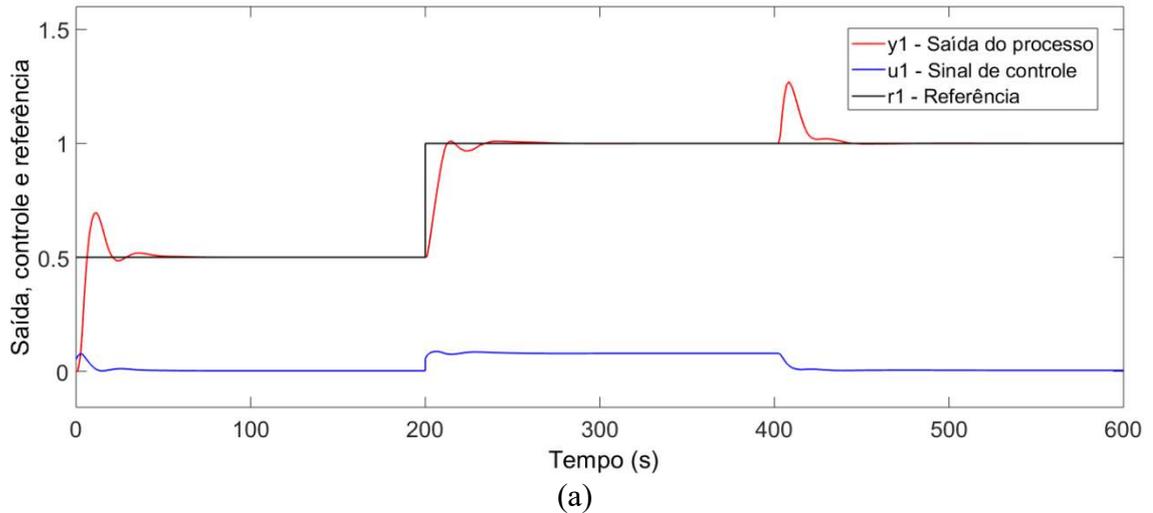
$$I_{12} = \frac{315s + 18.9}{268s + 12.8} \quad I_{21} = \frac{95.04s + 6.6}{211.5s + 19.4}$$

Tendo adicionado os elementos compensadores I_{12} e I_{21} ao sistema, projetou-se os controladores PID a partir da técnica de sintonia monovariável proposta por Aström, uma vez que o processo passou a ser composto por duas malhas do tipo SISO. Os valores de K_p , K_i e K_d encontrados para estes controladores são apresentados na Tabela 4 e as saídas do sistema controlado são mostradas na Figura 4.3.

Tabela 4: Ganhos dos controladores PID monovariáveis sintonizados pelo método de Aström.

	K_p	K_i	K_d
Malha 1	0,11238	0,02431	-0,00639
Malha 2	-0,12129	-0,01580	-0,13549

Figura 4.3 – Respostas do sistema com desacoplador controlado por PID monovariável sintonizado pelo método de Aström.



Sob a ação do controlador PID sintonizado pelo método monovariável de Aström após a adição da matriz de desacoplamento, o sistema apresentou menor interação entre as malhas, menor sobressinal, menor tempo de acomodação da variável controlada e sinal de controle mais suave, em comparação com a atuação do controlador PID sintonizado pelo método sequencial.

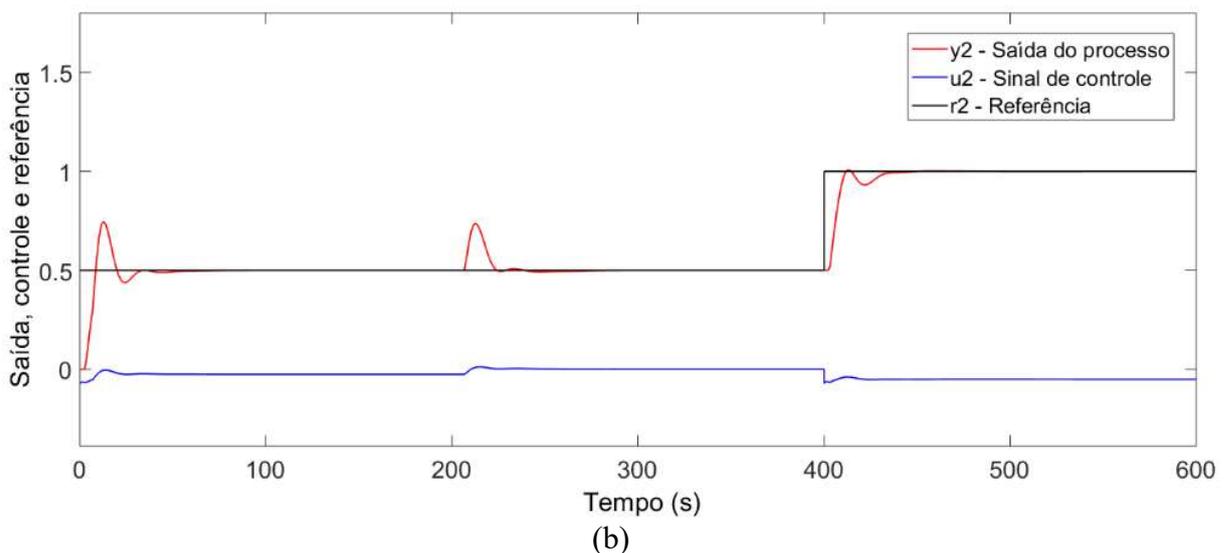
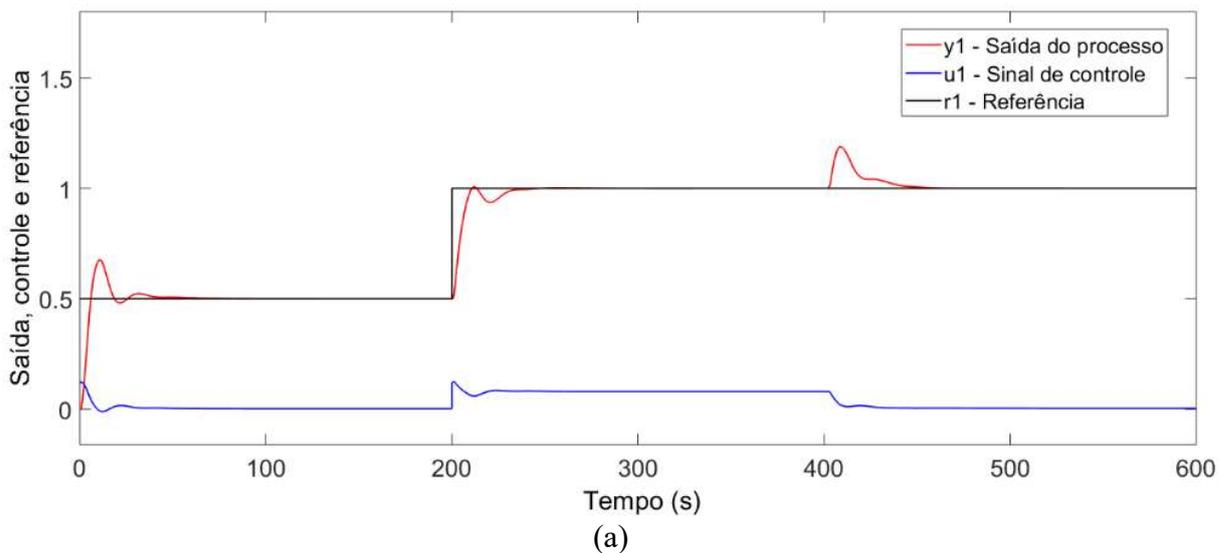
Para a avaliação das respostas do sistema frente à atuação do controlador PID sintonizado pelo método IMC multivariável, ajustou-se os parâmetros K_p , T_I e T_D de acordo com a teoria descrita na seção 3.2.2, fazendo-se o uso das Equações (3.38) e (3.39). Segundo

Skogestad (2003), uma boa aproximação para o critério de desempenho λ é fazê-lo igual ao valor do atraso de transporte. Portanto, para o processo em estudo, adotou-se o valor de λ como sendo a média dos atrasos de transporte das duas malhas, fazendo-se $\lambda_i = 5$. Os valores calculados para os ganhos dos controladores e os gráficos das respostas de ambas as malhas são mostrados na Tabela 5 e na Figura 4.4, respectivamente.

Tabela 5: Ganhos dos controladores PID sintonizados pelo método IMC multivariável.

	K_p	K_i	K_d
Malha 1	0,2190	0,0262	0,0179
Malha 2	-0,0964	-0,0129	-0,0506

Figura 4.4 – Saídas do sistema controlado por PID sintonizado por IMC multivariável.

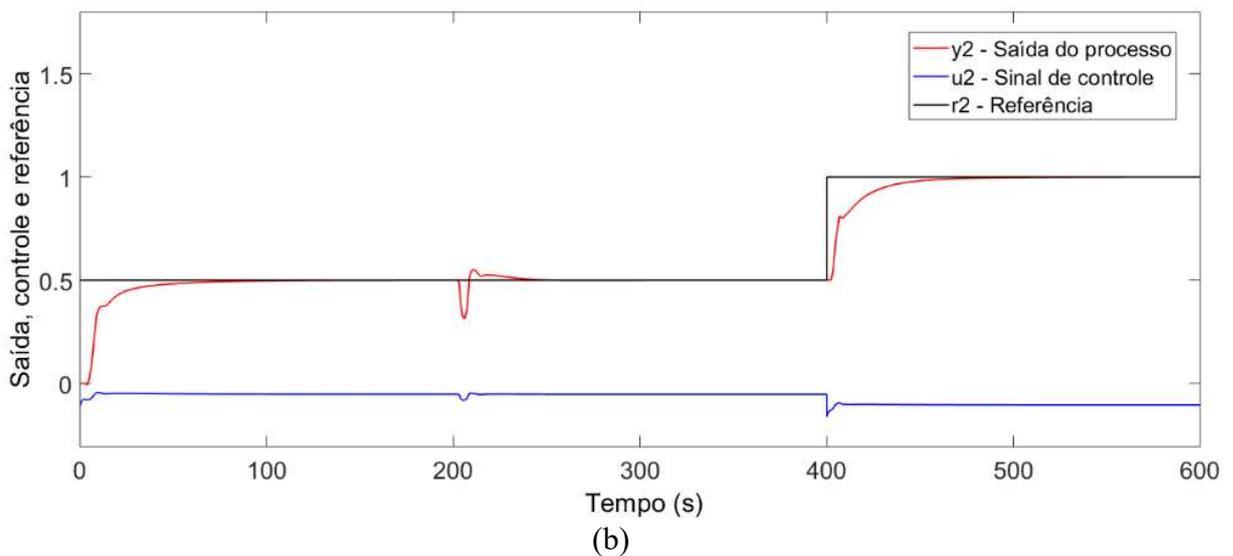
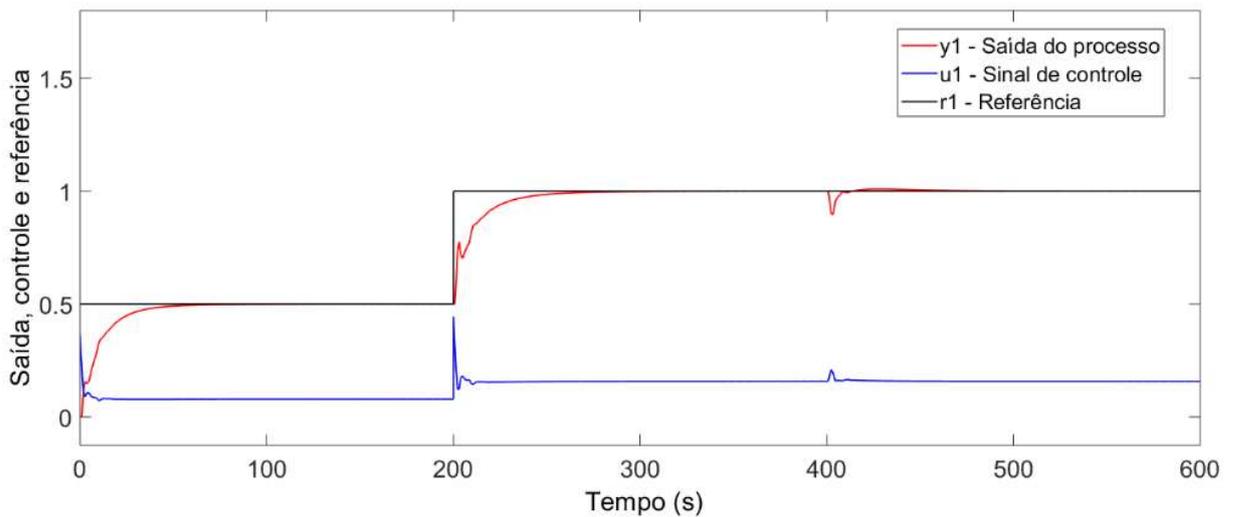


Em seguida, foi introduzida no sistema a matriz de desacoplamento previamente calculada, projetando-se os dois controladores PID para o sistema simulado a partir do método de sintonia IMC monovariável, utilizando-se a Tabela 2 da seção 2.4.3. Os valores dos ganhos proporcional, integral e derivativo encontrados são apresentados na Tabela 6. Os gráficos de resposta do sistema controlado são mostrados na Figura 4.5.

Tabela 6: Ganhos dos controladores PID sintonizados pelo método IMC monovariável.

	K_p	K_i	K_d
Malha 1	0,2190	0,0262	0,0179
Malha 2	-0,0964	-0,0129	-0,0506

Figura 4.5 – Saídas do sistema com desacoplador controlado por PID sintonizado pelo método IMC monovariável.



Para o processo simulado em questão, a adição da matriz de desacoplamento permite que o sistema tenha as ações de controle orquestradas por um controlador PID sintonizado a partir da metodologia IMC sob a abordagem monovariável, observando-se, através de uma comparação entre os resultados apresentados nos gráficos das Figuras 4.4 e 4.5, que a matriz de desacoplamento desempenha a função de minimizar a interação entre as malhas de maneira formidável, uma vez que os sinais de saída dos processos controlador pelo PID monovariável têm menor acoplamento em relação aos sinais de saídas devido à ação dos controladores IMC multivariáveis.

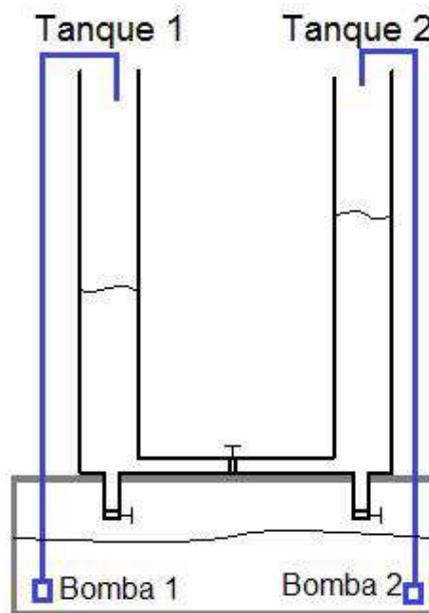
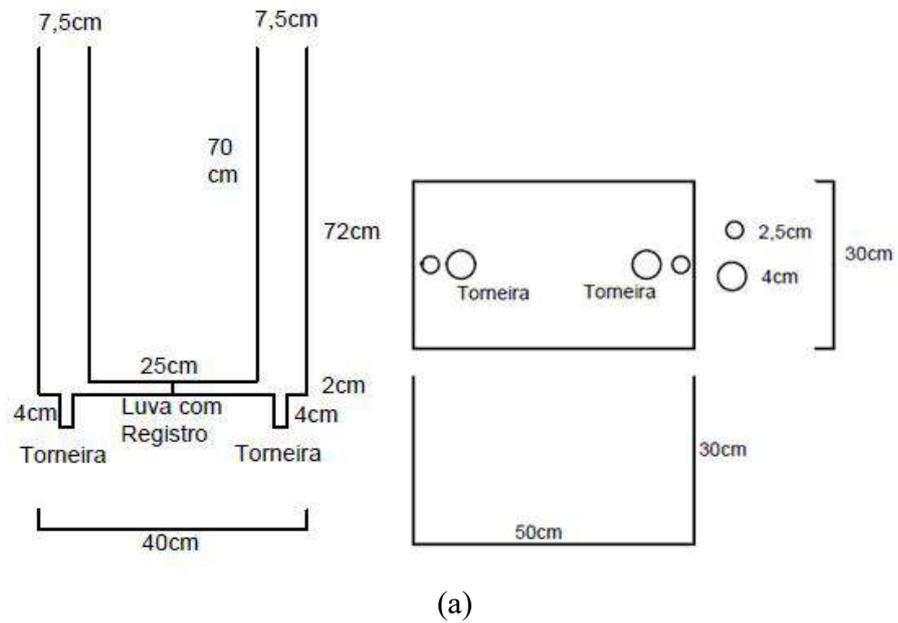
É possível constatar que os controladores PID ajustados por meio das técnicas IMC, tanto monovariável quanto multivariável, possuem melhor desempenho em comparação aos resultados obtidos pela aplicação dos métodos de sintonia de controladores PID propostos por Aström (monovariável) e sequencial (multivariável).

Observa-se, ainda, que uma outra grande vantagem da utilização dos métodos de sintonia IMC neste processo é a ausência da necessidade de promover uma oscilação no sistema, pondo em risco sua estabilidade, além de ser uma técnica mais simples de implementar.

4.2. Descrição do Processo de Tanques Duplos Acoplados

A planta utilizada para a aplicação das metodologias de controle abordadas no presente trabalho está situada no Laboratório de Controle e Automação da Universidade Federal do Piauí. O processo é composto por duas colunas cilíndricas, construídas em acrílico, interligadas por um tubo cilíndrico, com uma válvula controladora do fluxo de líquido entre as colunas. No fundo de cada cilindro há uma válvula que controla o fluxo que desce para o reservatório de água situado logo abaixo das colunas e no topo dos cilindros há um extravasor destinado ao retorno do excesso de água para o mesmo reservatório, evitando o transbordamento. Duas bombas localizadas dentro deste reservatório levam água para as duas colunas. O esquema deste tanque pode ser visto na Figura 4.6.

Figura 4.6 – Esquema do processo de tanques duplos acoplados.



Fonte: Elaborada pelo Autor.

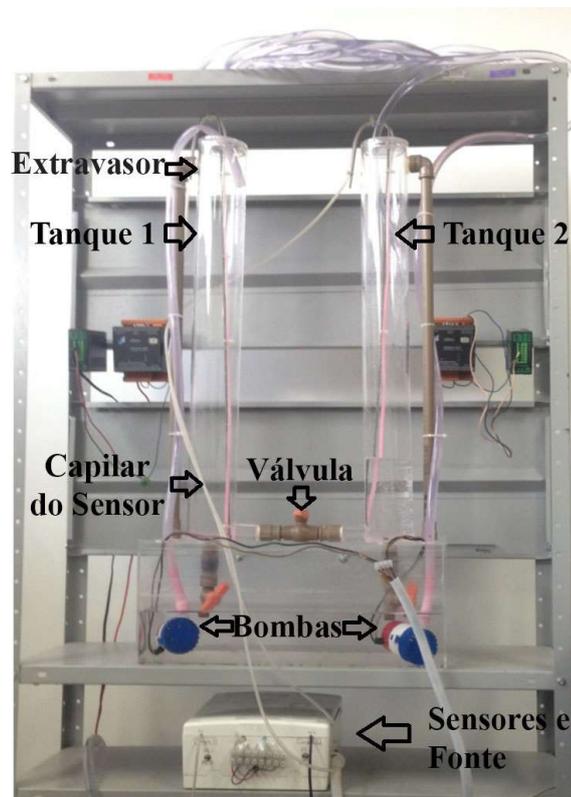
O reservatório que recebe a água dos dois tanques cilíndricos, através das válvulas localizadas nas partes inferiores dos tanques, possui duas bombas alimentadas com tensão de 12 V para bombear a água para os tanques na parte superior.

O controle da vazão das bombas é realizado através de transistores de potência acionados por PWM (do inglês *Pulse Width Modulation* – Modulação por Largura de Pulso), que por sua vez são comandados por um microcontrolador. A leitura do nível dos tanques é

possível ser feita por conta da existência de dois sensores de pressão, um em cada coluna, conectados a dois pequenos tubos colocados na parte inferior de cada cilindro. Tais sensores têm capacidade máxima de pressão de 2,1 mca (metros de coluna de água) e transformam a pressão da coluna d'água em uma tensão linearmente proporcional ao nível de líquido, ou seja, para uma coluna d'água de 2,1 m o sensor vai retornar uma tensão de 5 V.

A bancada completa dos tanques com sensores, bombas e microcontrolador é mostrada na figura 4.7.

Figura 4.7 – Fotografia da bancada com o sistema de tanques duplos acoplados.



Fonte: Elaborada pelo Autor.

4.3. Modelagem da Planta

Inicialmente foram realizados ensaios em malha aberta, com a válvula de comunicação fechada, conferindo ao processo uma característica de desacoplamento entre as malhas. Desta forma, o experimento foi conduzido aplicando-se um degrau aos dois tanques, um de cada vez, observando-se os níveis para dois valores de referência.

Para a normalização das saídas de ambos os tanques foi considerado como o valor máximo a altura da coluna d'água lida pelos sensores de pressão quando da iminência de retorno do líquido pelo extravasor e como valor mínimo a altura da coluna d'água em que os sensores são capazes de iniciar a coleta de dados. Para a normalização das entradas dos tanques o valor

máximo corresponde a 100% do PWM das bombas e o valor mínimo é o PWM no qual o líquido fica na iminência de ser derramado em cada coluna. Assim sendo, para uma entrada de PWM de 70% da potência de uma bomba a saída do tanque correspondente estará em torno de 70% do nível máximo. Os gráficos encontrados para os ensaios realizados nos tanques 1 e 2 com a válvula entre as malhas de comunicação fechada são ilustrados nas Figuras 4.8 e 4.9, respectivamente.

Figura 4.8 – Nível do tanque 1 devido a bomba 1 para válvula de comunicação fechada.

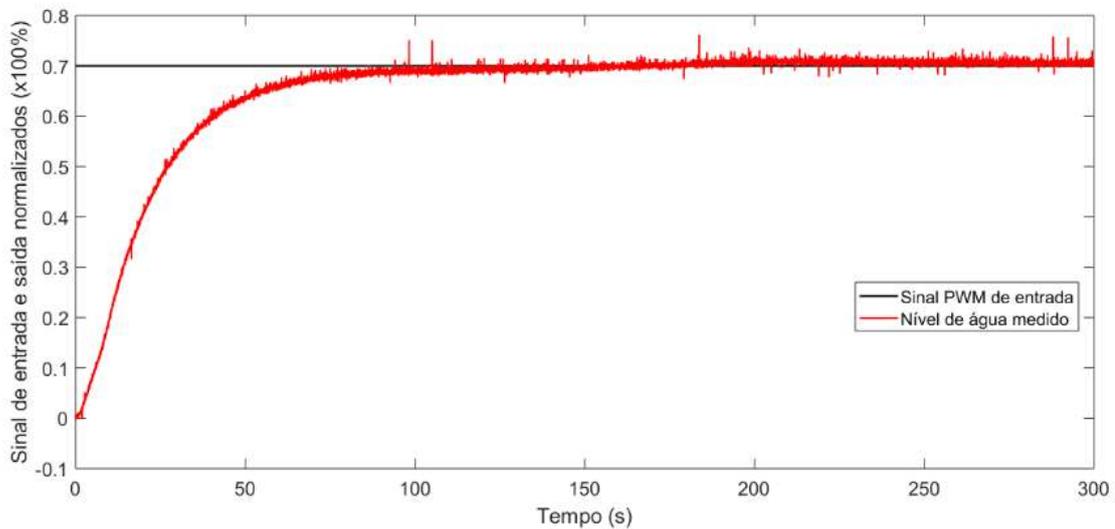
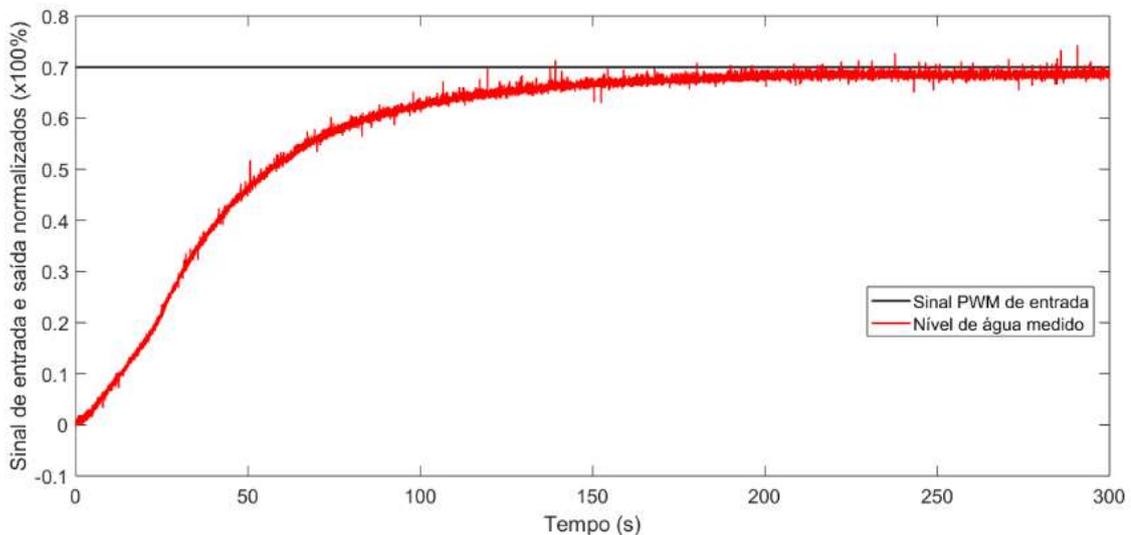


Figura 4.9 – Nível do tanque 2 devido a bomba 2 para válvula de comunicação fechada.



Em seguida, abrindo a válvula de comunicação, verificou-se o comportamento dos dois tanques, aplicando sempre um nível de água mais alto para um em relação ao outro, com o intuito de observar a influência do acoplamento entre as malhas. Os gráficos encontrados para

os ensaios realizados nos tanques 1 e 2 com acoplamento entre as malhas são ilustrados nas Figuras 4.10 a 4.13, respectivamente.

Figura 4.10 – Nível do tanque 1 devido a bomba 1 para válvula de comunicação aberta.

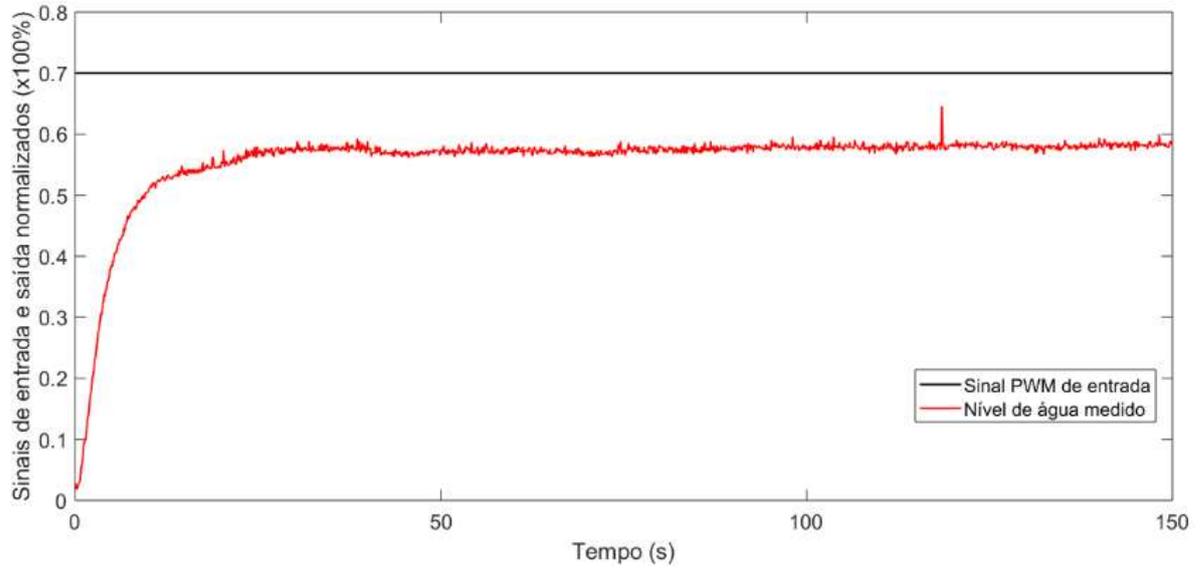


Figura 4.11 – Nível do tanque 2 devido a bomba 1 para válvula de comunicação aberta.

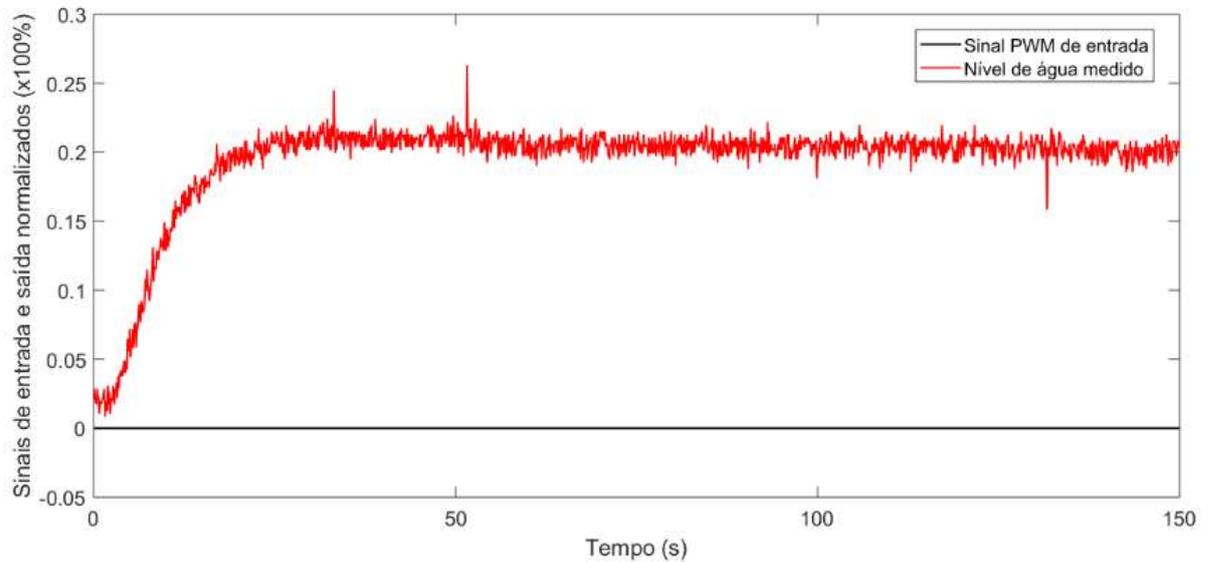


Figura 4.12 – Nível do tanque 2 devido a bomba 2 para válvula de comunicação aberta.

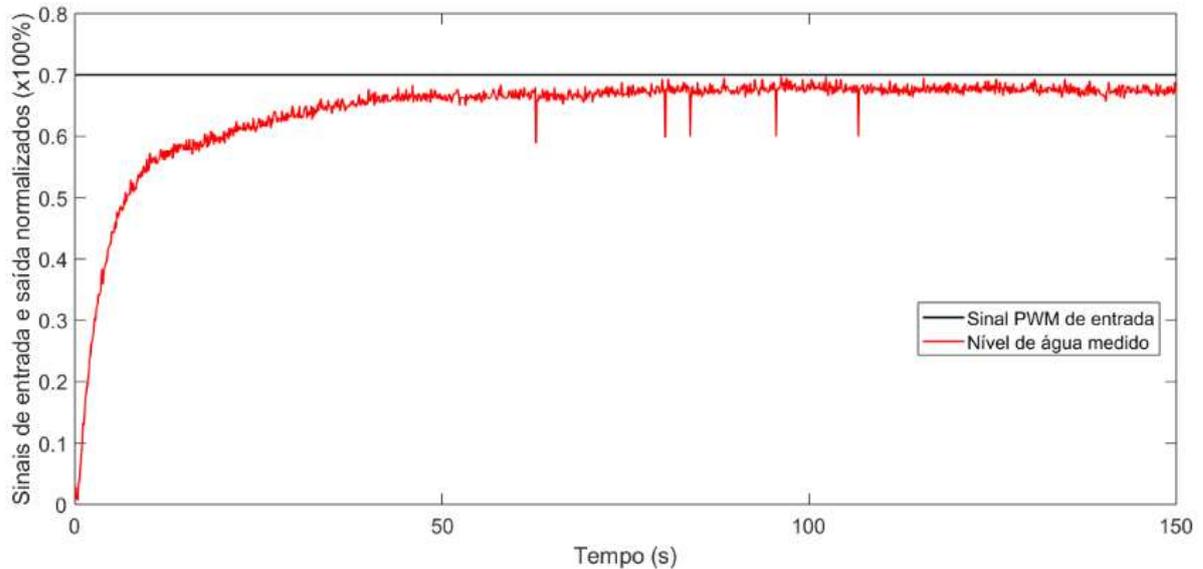
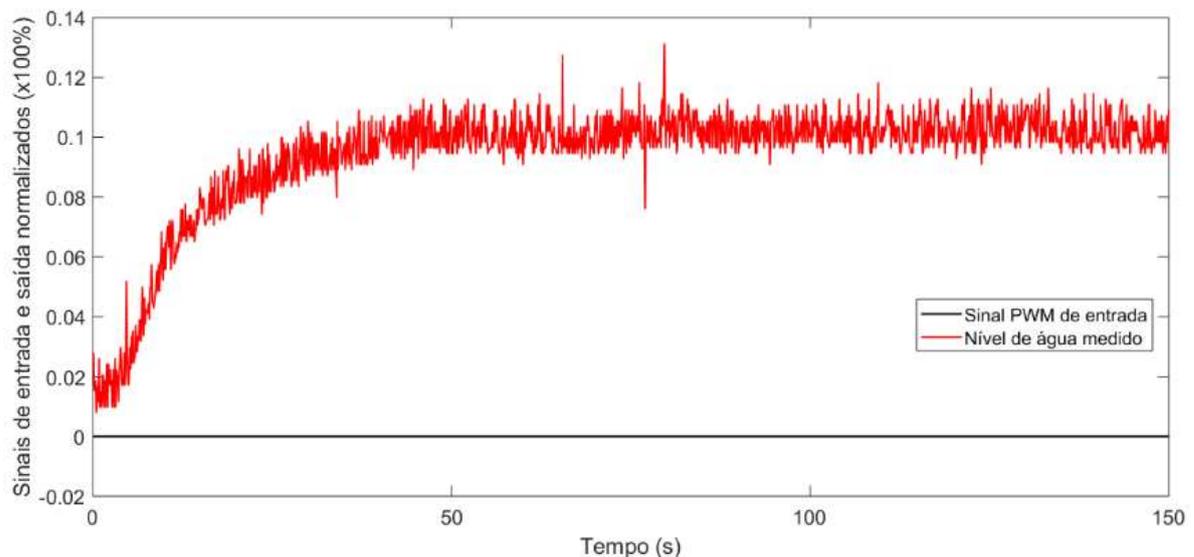


Figura 4.13 – Nível do tanque 1 devido a bomba 2 para válvula de comunicação aberta.



Observa-se que, devido ao acoplamento existente, o nível de água em cada coluna não atinge a referência em malha aberta. Além disso, é constatado que mesmo para um mesmo valor de referência, a interação entre as malhas apresenta níveis diferentes, devido a características construtivas da válvula que promove o fluxo de líquido entre as colunas.

A partir da análise dos gráficos de resposta dos processos em malha aberta frente à excitação do tipo degrau é possível afirmar que o sistema pode ser representado por modelos de primeira ordem sem atraso de transporte, uma vez que o tempo decorrido entre a aplicação do sinal de entrada e a resposta do sistema é muito menor que a constante de tempo do processo.

Afim de obter uma boa representação do processo em todo o espectro de frequência, introduziu-se sinais de entrada do tipo somatório de degraus em valores variados dentro da faixa de operação do PWM das bombas simultaneamente nos dois tanques, obtendo-se as respostas apresentadas graficamente nas Figuras 4.14 e 4.15.

Figura 4.14 – Saída $y_1(t)$ medida.

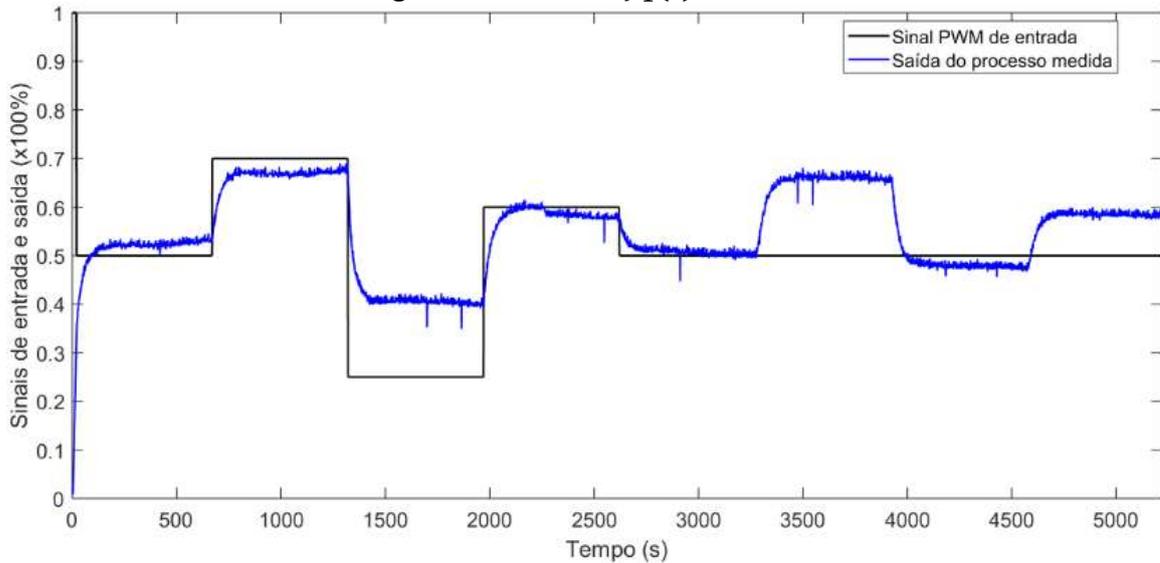
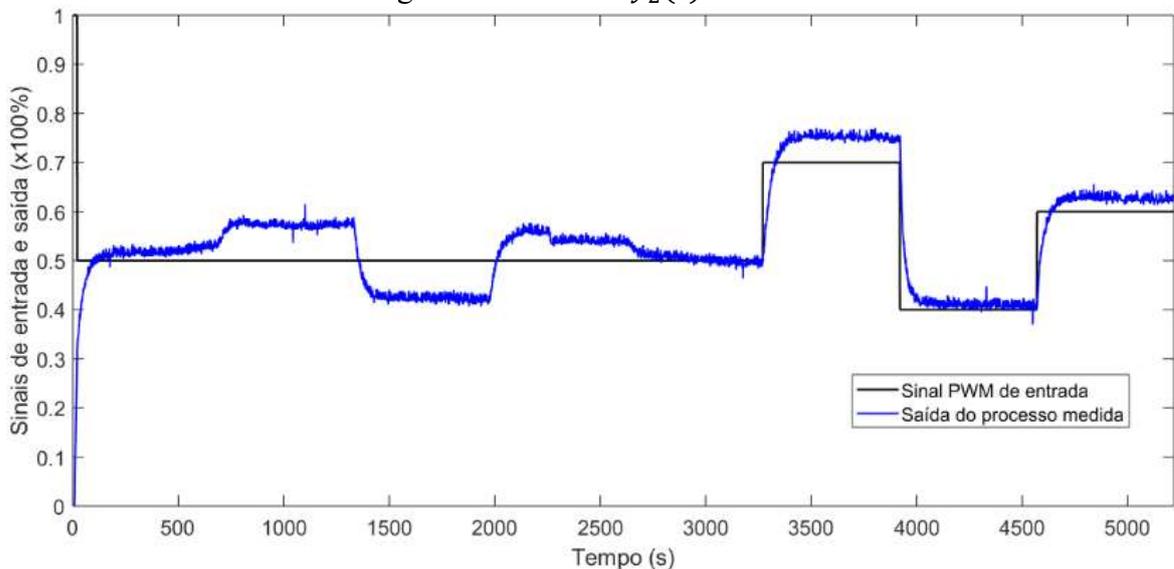


Figura 4.15 – Saída $y_2(t)$ medida.



De posse dos valores de saída coletados pelos sensores, aplicou-se o método dos mínimos quadrados não-recursivo descrito no apêndice para a identificação das quatro funções de transferência do processo, sendo duas delas funções de transferência de termos diretos e duas outras relacionadas ao acoplamento entre as malhas.

O gráfico das saídas estimadas do processo $y_1(t)$ e $y_2(t)$ estimadas, obtidas pela identificação através do método dos mínimos quadrados não-recursivo é demonstrado nas Figuras 4.16 e 4.17.

Figura 4.16 – Estimação da saída $y_1(t)$.

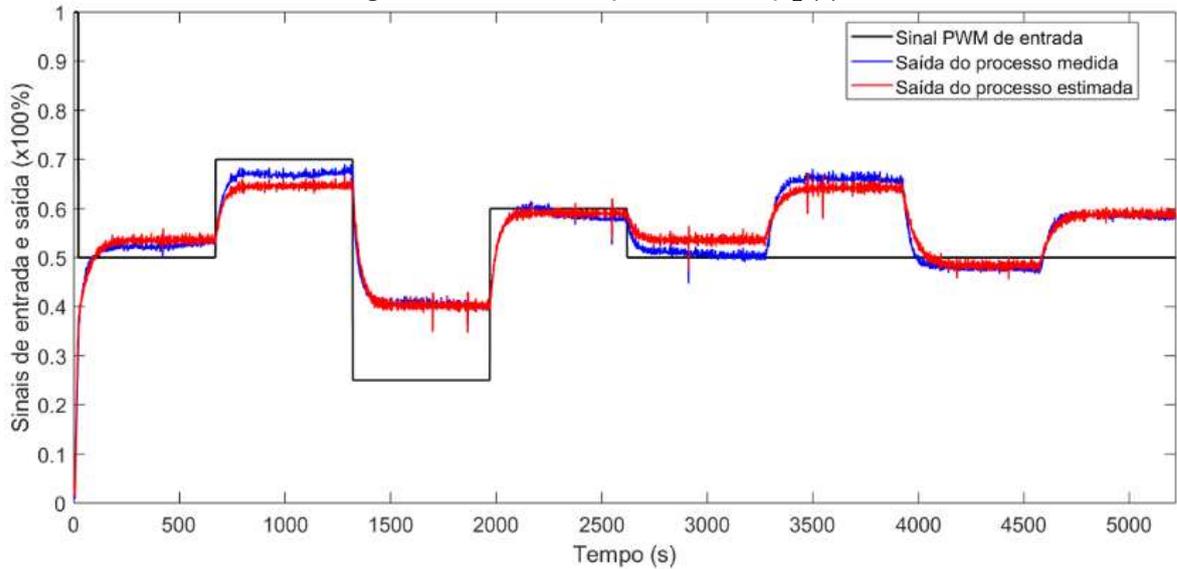
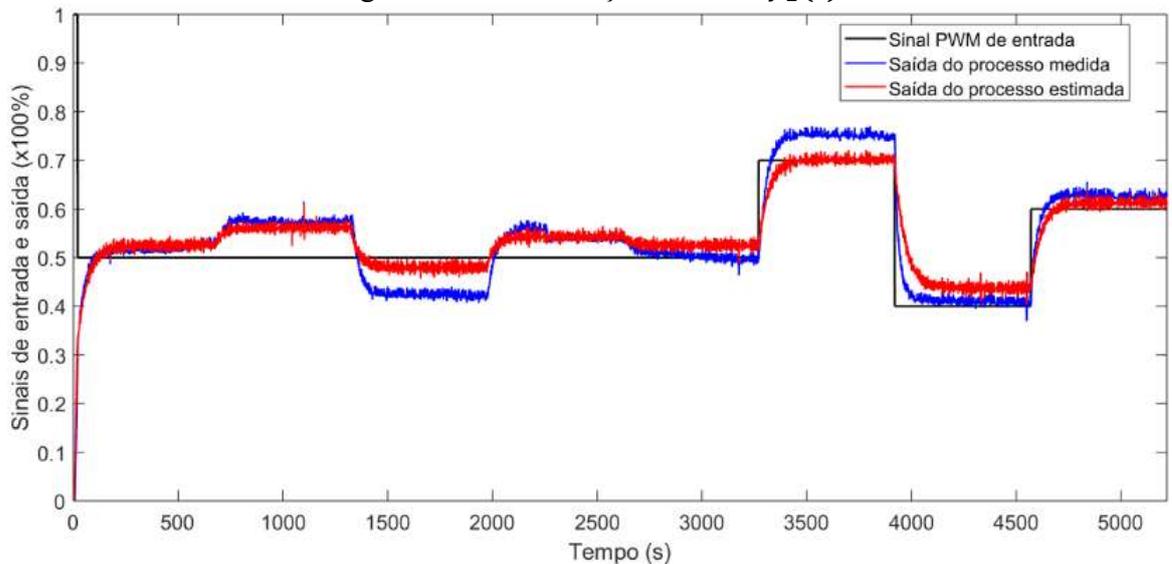


Figura 4.17 – Estimação da saída $y_2(t)$.



O modelo encontrado pelo método dos mínimos quadrados apresenta erros em relação à variável medida, explicados pela forte não-linearidade dos elementos ativos e passivos do sistema. Entretanto, a dinâmica do processo é bem representada, podendo-se utilizar o modelo para a realização dos estudos propostos sem grandes prejuízos.

A saída do algoritmo dos mínimos quadrados retornou uma matriz de transferência do processo na forma discreta $G_p(z)$.

$$G_{11}(z) = \frac{-0,01126 + 0,02212.z^{-1}}{1 - 0,4754.z^{-1} - 0,472.z^{-2}} \quad (4.1)$$

$$G_{12}(z) = \frac{-0,005103 - 0,005086.z^{-1}}{1 - 0,5061.z^{-1} - 0,4664.z^{-2}} \quad (4.2)$$

$$G_{21}(z) = \frac{0,001689 - 0,01839.z^{-1}}{1 - 0,4754.z^{-1} - 0,472.z^{-2}} \quad (4.3)$$

$$G_{22}(z) = \frac{-0,01878 + 0,03419.z^{-1}}{1 - 0,5061.z^{-1} - 0,4664.z^{-2}} \quad (4.4)$$

Pela maior simplicidade, optou-se por trabalhar com modelos contínuos. Em função disso, obteve-se a resposta ao degrau para cada uma das funções de transferência discretas, encontrando-se a seguinte matriz do processo no domínio da frequência:

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{0,58}{46,85s+1} & \frac{0,205}{91,4s+1} \\ \frac{0,105}{108,5s+1} & \frac{0,68}{49,03s+1} \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

O fato de o modelo contínuo do processo ter sido extraído a partir da resposta ao degrau não limita a operação do sistema a uma faixa de frequência, uma vez que o modelo foi obtido através da observação do comportamento da matriz discreta, válida para múltiplos patamares de entrada.

4.4. Sintonia dos Controladores PID

A partir das Figuras 4.14 e 4.15 é possível notar que o acoplamento existente é relevante para a dinâmica do processo, uma vez que é observada a variação do sinal de saída em uma das malhas quando a referência para esta permanece constante e é variada a referência na outra malha. Dessa forma, para garantir o seguimento de referência em malha fechada fez-se necessária a utilização de matrizes de desacoplamento ou de métodos de sintonia de controladores PID que levam em conta a influência do acoplamento para sintonizar os parâmetros dos controladores projetados e conseguir alcançar um desempenho satisfatório, como é o caso do método sequencial de sintonia de controladores PID e do método do controlador IMC multivariável, explanados no Capítulo 3.

4.4.1. Sintonia dos Controladores PID pelo Método Sequencial

O primeiro controlador desenvolvido para o sistema foi implementado utilizando-se o método de sintonia sequencial. Para tanto, aplicou-se a metodologia abordada no Capítulo 3, seção 3.2.1, encontrando-se os parâmetros K_{Pj} , T_{Ij} e T_{Dj} dos controladores aplicados às duas malhas. Na ocasião, o tanque 1 foi submetido a um sinal de entrada do tipo degrau com um valor referente a 45% do PWM total da bomba, havendo uma mudança de referência no instante $t = 650$ s para um PWM de 65%. A mesma alteração na amplitude do sinal de entrada foi realizada no tanque 2, sendo que a mudança de referência ocorreu no instante $t = 1200$ s.

Os gráficos da resposta dos dois tanques à aplicação do controlador PID sintonizado pelo método sequencial podem ser vistos nas Figuras 4.18 e 4.19.

Figura 4.18 – Gráfico do tanque 1 com controlador PID sequencial para o sistema acoplado.

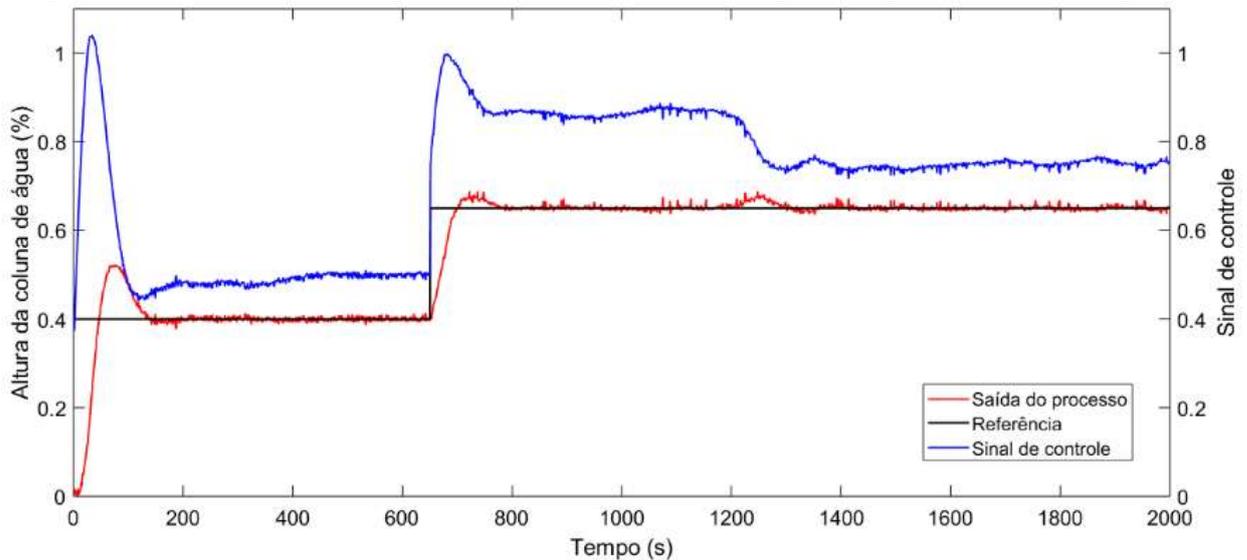
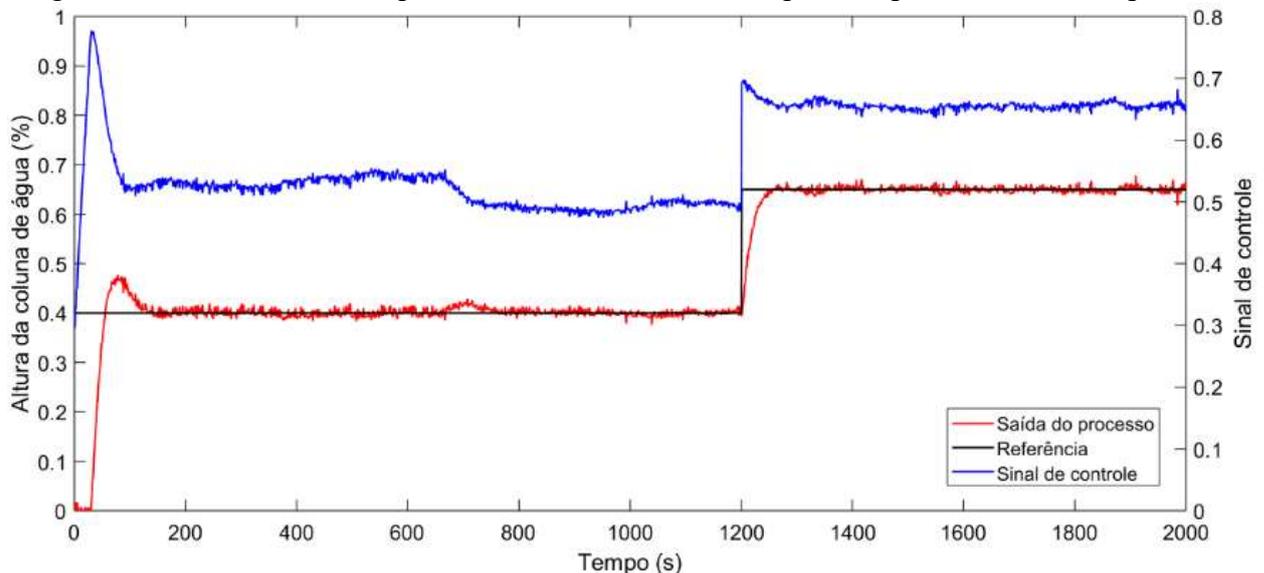


Figura 4.19 – Gráfico do tanque 2 com controlador PID sequencial para o sistema acoplado.



Observa-se que o controlador sintonizado por este método é capaz de promover o seguimento de referência frente às não linearidades do processo, porém o tempo de acomodação da variável controlada é longo (em torno de 200 s). Por outro lado, a interação entre as malhas, devido ao acoplamento, exerce pouca influência sobre a saída.

4.4.2. Sintonia dos Controladores PID pelo Método de Aström

A técnica sequencial de sintonia de controladores demanda considerável disponibilidade de tempo, tendo sido necessário, para este processo, a realização de seis testes de oscilação com relés para cada uma das malhas até que os parâmetros dos controladores fossem sintonizados. Por outro lado, a ajuste dos ganhos de controladores PID a partir do método monovariável proposto por Aström é bastante rápido, bastando a realização de apenas um teste com relé em cada malha. Dessa forma, visando simplificar a sintonia dos parâmetros dos controladores PID, tornando-a menos dispendiosa em relação ao tempo dedicado a esta etapa, projetou-se uma matriz de desacoplamento $I(s)$, a fim de que fosse possível controlar o sistema através da aplicação de controladores PID monovariáveis.

Tendo sido determinado o modelo $G_p(s)$ para o processo na Equação (4.6), pôde-se calcular a matriz de desacoplamento $I(s)$, utilizando as relações (3.10) e (3.11).

$$I(s) = \begin{bmatrix} 1 & I_{12}(s) \\ I_{21}(s) & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{G_{12}(s)}{G_{11}(s)} \\ -\frac{G_{21}(s)}{G_{22}(s)} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$I(s) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{-9,604s - 0,205}{53,01s + 0,58} \\ \frac{-5,148s - 0,105}{73,78s + 0,68} & 1 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

O desacoplador foi incorporado ao processo e o controlador PID monovariável foi sintonizado pelo método de Aström, obtendo-se os gráficos de resposta do sistema controlado apresentados nas Figuras 4.20 e 4.21.

Figura 4.20 – Gráfico do tanque 1 com desacoplador controlado por PID monovariável sintonizado pelo método de Aström.

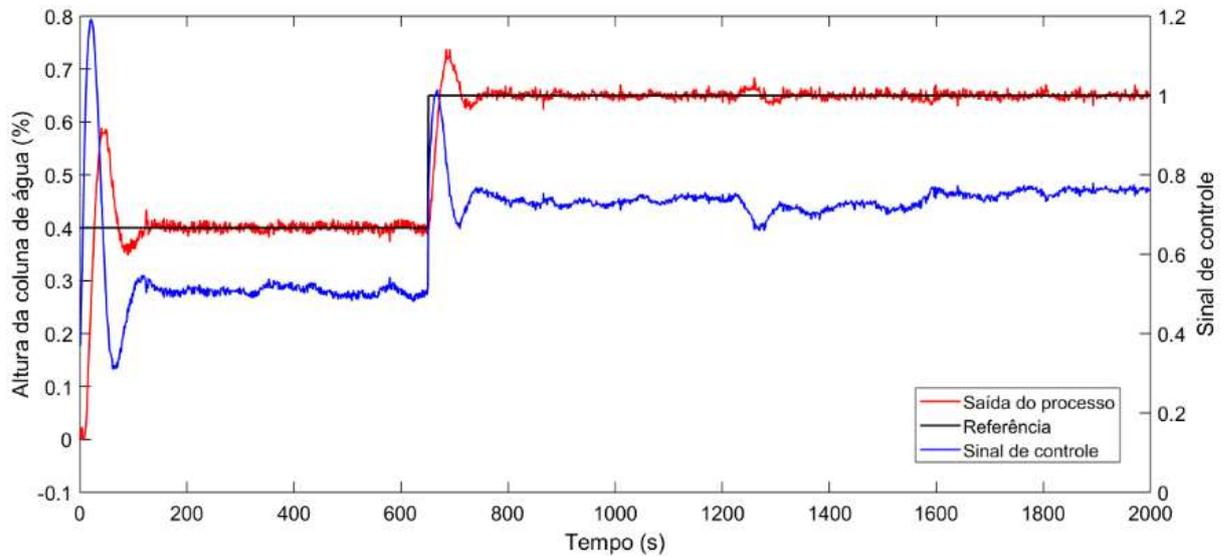
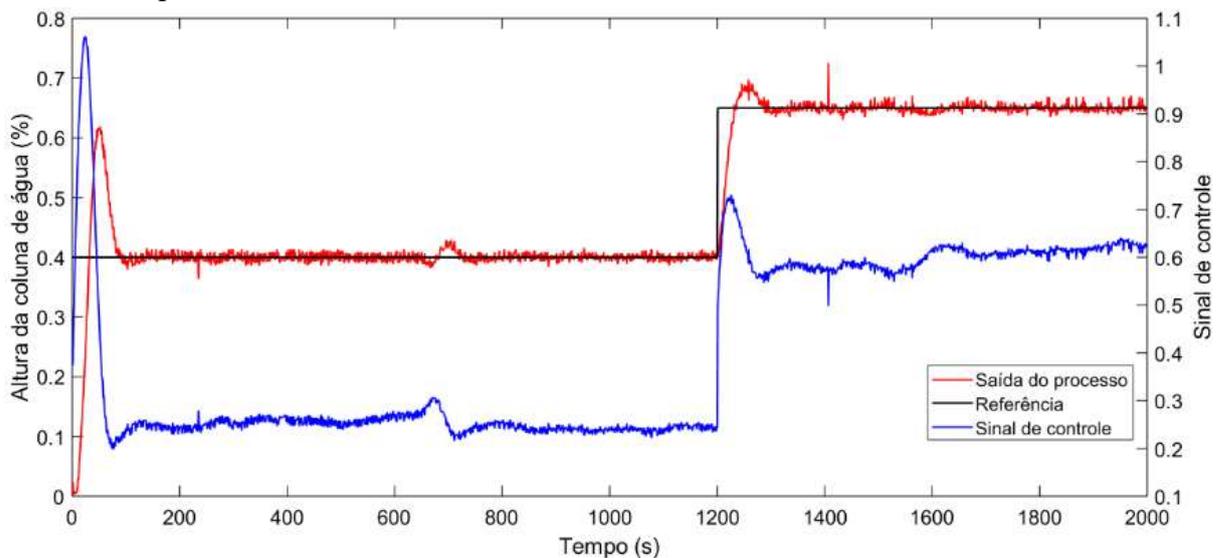


Figura 4.21 – Gráfico do tanque 2 com desacoplador controlado por PID monovariável sintonizado pelo método de Aström.



Com a atuação dos controladores PID sintonizados pelo método monovariável de Aström após a adição da matriz de desacoplamento, o sistema apresentou níveis de acoplamento bem próximos ao que foi observado na aplicação dos controladores ajustados pelo método sequencial, entretanto, o valor de sobressinal nas mudanças de referência foi maior, em decorrência do menor tempo de acomodação do sinal de saída.

4.4.3. Sintonia dos Controladores PID pelo Método IMC Multivariável

Visando a melhoria do desempenho sobre o controle do processo em questão, foi realizada a sintonia dos controladores PID através da metodologia IMC multivariável,

utilizando como controlador previamente ajustado aquele já implementado pelo método sequencial.

Em comparação com a metodologia de controle aplicada anteriormente no processo, desejava-se que o novo controlador promovesse uma resposta mais rápida e que também houvesse diminuição no tempo de acomodação do sinal de saída, sem que houvesse aumento do sobressinal. Para tanto os valores λ adotados para o cálculo dos ganhos dos controladores foram escolhidos segundo a sugestão para o desempenho dada por Rivera *et al.* (1986) de que

$$\frac{\lambda_i}{\theta_i} > 0,8.$$

Dado que $\theta_1 = 4,824$ e $\theta_2 = 5,455$, fazendo-se $\lambda = 5$, as razões aplicadas para cada uma das malhas resultam em 1,036 e 0,916, respectivamente. Portanto, utilizando as relações (3.38) e (3.39), ajustou-se os controladores para as malhas do processo, obtendo-se os gráficos mostrados nas Figuras 4.22 e 4.23.

Figura 4.22 – Gráfico do tanque 1 com controlador sintonizado pelo método IMC multivariável.

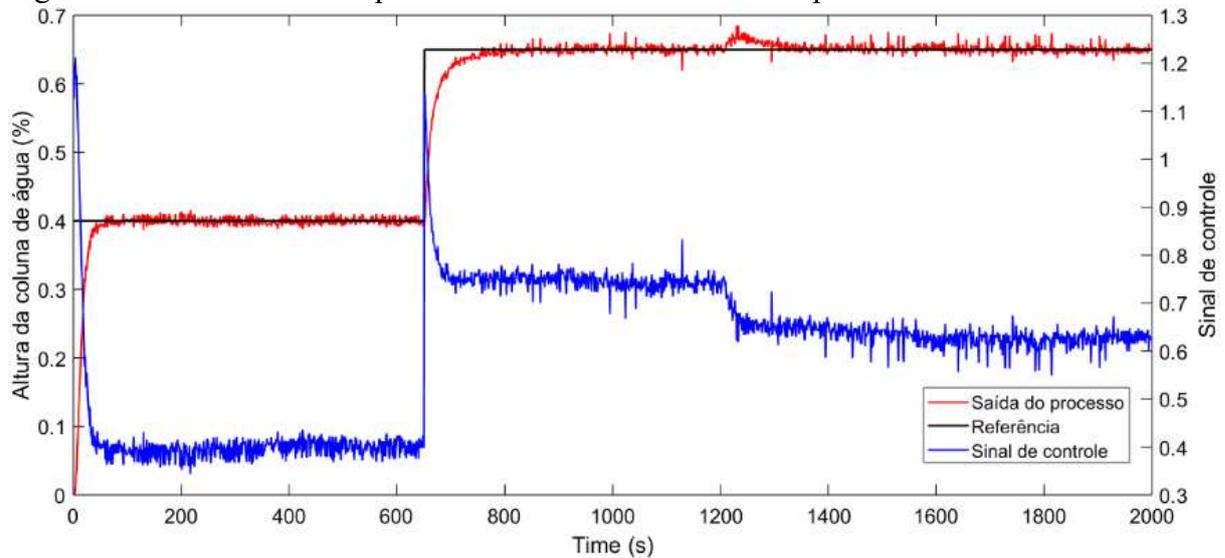
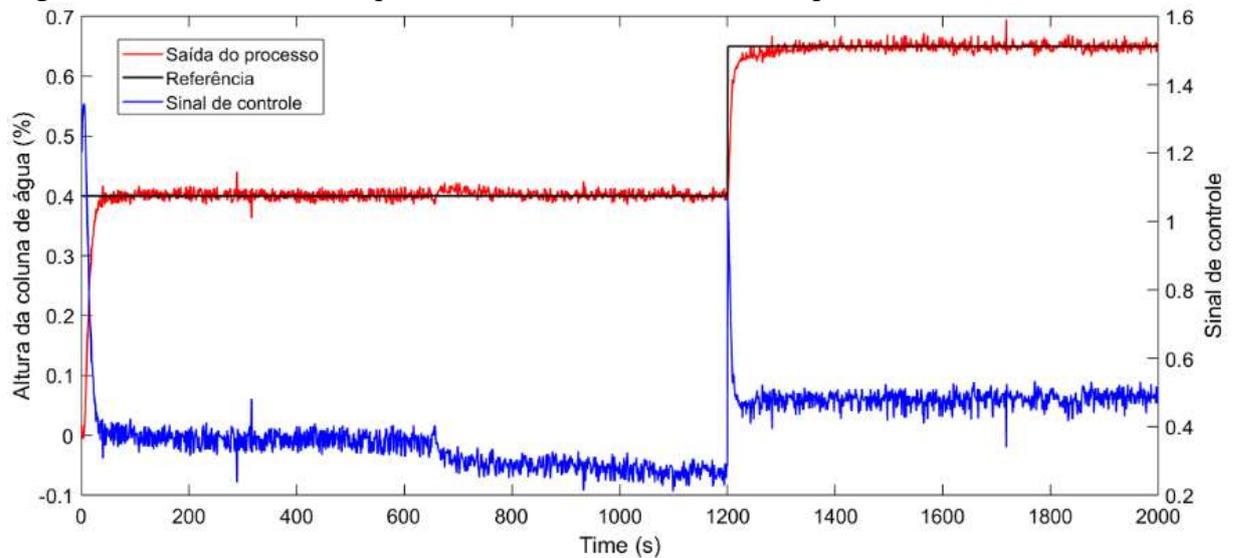


Figura 4.23 – Gráfico do tanque 2 com controlador sintonizado pelo método IMC multivariável.



Em comparação com os controladores anteriormente aplicados, o controlador sintonizado por este método promove uma resposta com menor termo de acomodação e sem sobressinal, além de ponderar o acoplamento entre as malhas na atuação do sinal de controle de modo que a interação se tornou bastante pequena. Por outro lado, a variável de controle apresenta característica mais oscilatória, com ações derivativas agressivas, havendo picos nas mudanças de referência.

4.4.4. Sintonia dos Controladores PI pelo Método IMC Monovariável

A fim de observar a eficácia do desacoplamento simplificado em conjunto com a atuação do controlador IMC sintonizado pela abordagem monovariável, foi introduzida no sistema a matriz de desacoplamento $I(s)$ previamente calculada. Uma vez que o processo não possui atraso de transporte, controladores do tipo PI ajustados por meio desta técnica são suficientes para realizar o controle. Os ganhos dos controladores PI, portanto, foram calculados a partir das relações descritas pela Tabela 2 da seção 2.4.3, encontrando-se os gráficos de resposta para o sistema controlado apresentados nas Figuras 4.24 e 4.25.

Figura 4.24 – Gráfico do tanque 1 com desacoplador, controlado por PI sintonizado pelo método IMC monovariável.

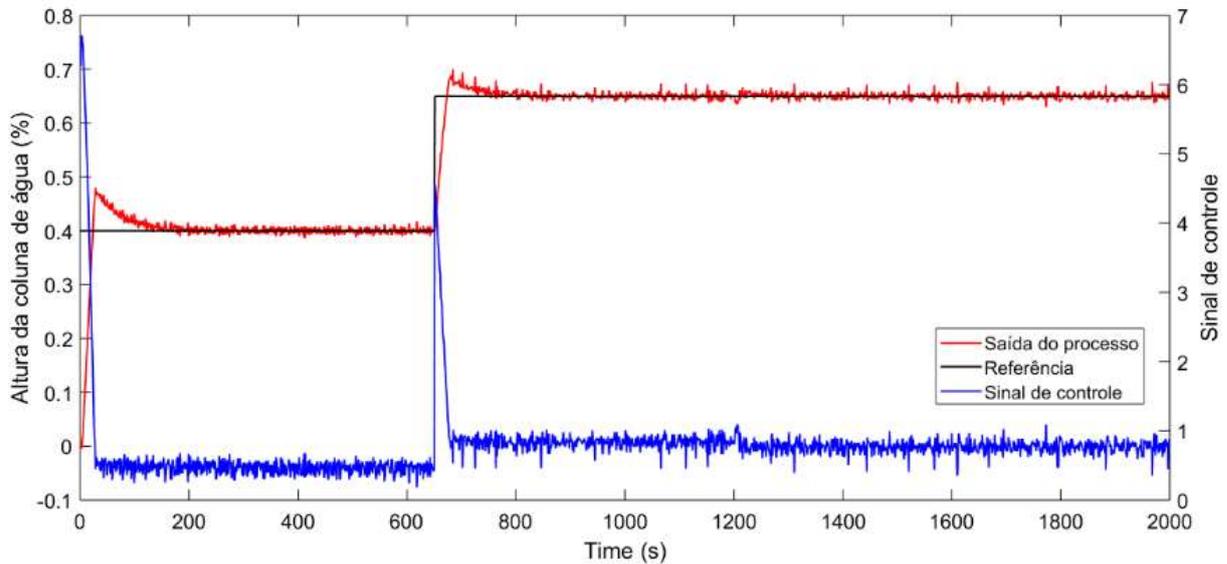
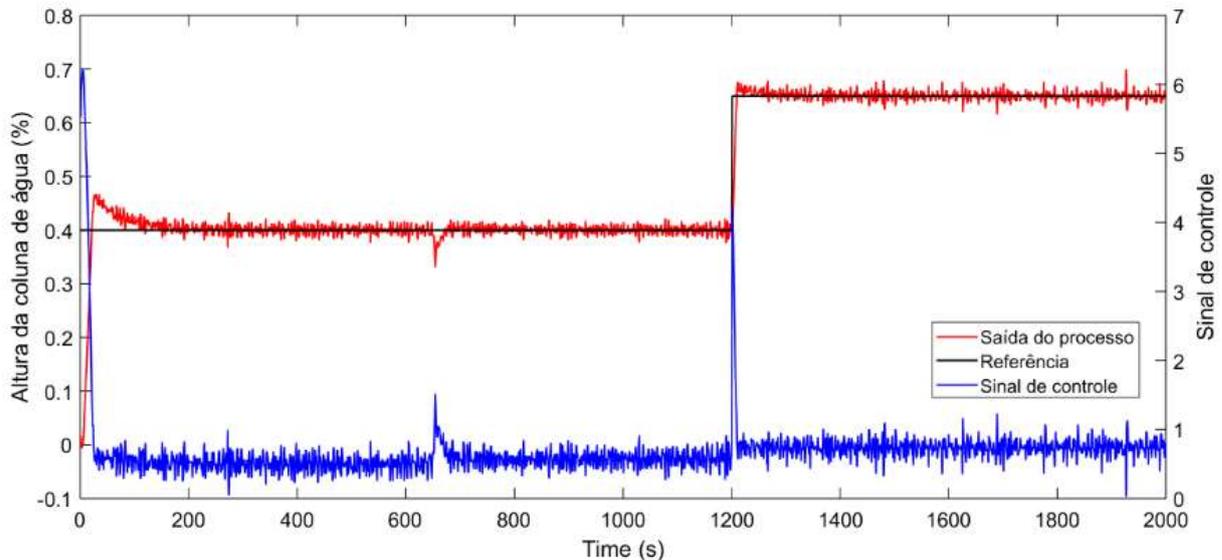


Figura 4.25 – Gráfico do tanque 2 com desacoplador, controlado por PI sintonizado pelo método IMC monovariável.



Comparando os resultados encontrados para o controlador sintonizado por este método e pelo método IMC multivariável, percebe-se que a atuação dos controladores PI ajustados pela técnica IMC monovariável promovem um sobressinal nas saídas dos processos quando há mudança de referência, em função disso o tempo de acomodação torna-se maior. É observado também a permanência de um pequeno acoplamento entre as malhas, mesmo com a presença da matriz de desacoplamento no sistema, principalmente no instante $t = 650$ s, quando há a variação no degrau de entrada do tanque 1, sentida pela saída do tanque 2.

Os parâmetros encontrados para os controladores aplicados no processo em estudo são mostrados na Tabela 7.

Tabela 7 – Parâmetros dos controladores para as malhas do processo.

Método de sintonia	K_{Pj}	K_{Ij}	K_{Dj}
Sequencial	0.9702	0.0851	2.7662
	0.7727	0.0521	2.8643
Aström	0.9800	0.1637	1.4663
	0.9995	0.1175	2.1248
IMC multivariável	2.8889	0.0636	3.3675
	3.1409	0.0659	4.1289
IMC monovariável	16.0621	0.3448	-
	14.4206	0.2941	-

Para a avaliação da qualidade dos métodos de controle aplicados utilizou-se os parâmetros de desempenho ISE (*Integral of the Square of the Error* – Integral do Quadrado do Erro) e IAE (*Integral of the Absolute magnitude of the Error* – Integral do valor Absoluto do Erro), calculados de acordo com as Equações (4.9) e (4.10).

$$ISE = \int_0^T e^2 dt \quad (4.9)$$

$$IAE = \int_0^T |e(t)| dt \quad (4.10)$$

Por se tratar de valores relacionados ao erro acumulado a cada instante, quanto menores os índices calculados, melhor o desempenho do controlador. Os índices encontrados para os sistemas de controle desenvolvidos são elencados na Tabela 8.

Tabela 8 – Índices de desempenho dos sistemas controlados.

Método de sintonia	Presença de desacoplador	Processo	IAE	ISE
Sequencial	Sem desacoplador	Malha 1	4.7160	3.8672
		Malha 2	5.2821	4.5715
Aström	Com desacoplador	Malha 1	9.1083	5.4750
		Malha 2	16.2700	6.6892
IMC multivariável	Sem desacoplador	Malha 1	2.2023	2.2629
		Malha 2	2.4938	2.2050
IMC monovariável	Com desacoplador	Malha 1	9.8387	2.3100
		Malha 2	7.3817	2.0065

Os índices calculados condizem com o comportamento observado na atuação dos controladores, tendo em vista que o sistema com controladores sintonizados pelos métodos IMC multivariável e monovariável obtiveram melhores desempenhos em relação aos controladores sintonizados pelos métodos sequencial e de Aström.

Capítulo 5.: Conclusão

Neste trabalho foram apresentados dois conceitos de desenvolvimento de controladores PID aplicáveis para grande número de processos industriais com interação entre malhas, sendo eles os métodos de sintonia de controladores PID sequencial e IMC multivariável. Ambas as técnicas são derivadas de abordagens monovariáveis bastante difundidas e que apresentam bons desempenhos na atuação em sistemas de controle SISO. Porém, tais métodos não são capazes de controlar processos do tipo MIMO com a mesma eficiência, atuando da mesma forma que no caso monovariável. Para tanto, faz-se necessária a adição de uma matriz de desacoplamento no sistema multivariável, atuando de modo a minimizar (ou até mesmo eliminar) a interação entre as malhas.

Com a finalidade de avaliar a eficácia das técnicas de controle e desacoplamento de sistemas multivariáveis estudadas neste trabalho, foram utilizados dois processos, sendo um deles simulado (coluna de destilação de Wood e Berry) e o outro uma planta real de tanques duplos acoplados, situada no Laboratório de Controle e Automação da Universidade Federal do Piauí. Foi calculada a matriz de desacoplamento simplificado para cada um dos sistemas, tornando possível a avaliação das respostas dos processos frente às ações dos controladores sintonizados pelos métodos sequencial, IMC multivariável, método de Aström e IMC monovariável.

Os controladores projetados pelo método IMC multivariável apresentaram os melhores índices de desempenho, proporcionando saídas dos processos com sobressinais praticamente imperceptíveis, baixo tempo de acomodação, resposta rápida às variações de referência e interações entre as malhas extremamente pequenas, sob o ônus de apresentar oscilações na variável de controle durante toda a operação, com picos nos instantes de mudança de referência, explicados pelos elevados valores de ganho derivativo.

A hipótese de que a matriz de desacoplamento seria capaz de minimizar eficientemente a interação entre as malhas do processo foi confirmada, uma vez que a sua atuação no sistema permitiu que controladores ajustados através de abordagens monovariáveis pudessem ter um bom desempenho no controle de processos multivariáveis, agregando a vantagem de serem sintonizados de maneira mais rápida e fácil que os controladores multivariáveis.

Os métodos de sintonia de controladores PID e de desacoplamento abordados nesse trabalho são interessantes para a indústria por sua simplicidade, rapidez de aplicação e efetividade no controle de processos, especialmente em relação ao método IMC multivariável,

considerando que o sistema é submetido a baixo stress e, com isso, apresenta acoplamento muito reduzido e parâmetros de desempenho satisfatórios.

5.1. Trabalhos Futuros

Algumas sugestões para trabalhos futuros nessa linha de pesquisa são:

- Aplicação de técnicas inteligentes (como, por exemplo, lógica Fuzzy) para a determinação das matrizes de transferência e de desacoplamento do processo;
- Substituição das válvulas controladoras de fluxo de líquido por válvulas comandadas eletronicamente, permitindo variação na interação entre as malhas durante a operação sistema de controle;

A N E X O

Anexo A: Estimação de Processos pelo Método dos Mínimos Quadrados Multivariável

O entendimento da estimação dos parâmetros de um modelo dinâmico passa pela montagem e solução de sistemas de equações. Consideremos um sistema de equações definido pela aplicação de uma função escalar do tipo $y = f(x)$ várias vezes sobre um conjunto de regressores medidos (x), ou seja:

$$\begin{aligned} y_1 &= f(x_1) \\ y_2 &= f(x_2) \\ &\dots \\ y_n &= f(x_n) \end{aligned} \tag{A.1}$$

Vetorialmente, $f(x)$ depende de n parâmetros θ . A função $f(x)$, portanto, é representada da seguinte forma:

$$y = f(x, \theta) \tag{A.2}$$

Escrevendo (A.2) para várias observações da variável dependente (y) e do vetor de regressores (x), tem-se:

$$\begin{aligned} y_1 &= f(x_1, \theta) \\ y_2 &= f(x_2, \theta) \\ &\dots \\ y_n &= f(x_n, \theta) \end{aligned} \tag{A.3}$$

sendo y_i a i -ésima observação de y e $x_i = \{x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^n\}$ são as i -ésimas observações dos n elementos do vetor $x = [x^1 \ x^2 \ \dots \ x^n]^T$.

Sendo conhecidos os conjuntos de $\{y_1, \dots, y_n\}$ e $\{x_1, \dots, x_n\}$ é possível determinar f e θ , considerando que o sistema é linear e invariável no tempo.

Aplicando a equação (A.2) n vezes, pode-se agrupar as n equações nas forma matricial da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ x_2^1 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_n^1 & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix}$$

$$y = X \theta \tag{A.4}$$

Y é a variável dependente, pois depende dos regressores x^1, \dots, x^n e θ é o vetor de parâmetros a serem determinados.

Considerando X uma matriz não singular, o vetor de parâmetros θ pode ser calculado a partir de:

$$\theta = X^{-1}y \quad (\text{A.5})$$

Para o caso de aplicações na qual o número de observações seja maior que o número de parâmetros, a matriz X não é quadrada, impossibilitando o cálculo de sua inversa. Para solucionar este caso, pode-se multiplicar os dois lados da equação (A.4) pela matriz transposta de X (X^T), obtendo-se:

$$X^T y = X^T X \theta \quad (\text{A.6})$$

Sendo o resultado de $X^T X$ uma matriz não singular, tem-se:

$$\theta = [X^T X]^{-1} X^T y \quad (\text{A.7})$$

Assumindo-se que se conhece o valor estimado do vetor de parâmetros ($\hat{\theta}$) e que se comete erros – acumulados no vetor de resíduos (ξ) - ao tentar explicar os valores observados (y) a partir do vetor de regressores X medido e de $\hat{\theta}$, pode-se formular a seguinte relação:

$$y = X\hat{\theta} + \xi \quad (\text{A.8})$$

$$\xi = X\hat{\theta} - y \quad (\text{A.9})$$

A solução da equação (A.8) é encontrada a medida que se minimiza o valor absoluto de ξ . Para uma maior precisão, é definida a função custo como a norma euclidiana do vetor de resíduos. O somatório do quadrado do erro ao longo do conjunto de dados (Z^N) observados pode ser expresso por:

$$J_{MQ}(\hat{\theta}, Z^N) = \sum_{i=1}^N \xi(i)^2 = \xi^T \xi = \|\xi\|^2 \quad (\text{A.10})$$

Substituindo a equação (A.9) em (A.10) o critério de otimização J_{MQ} resulta em:

$$J_{MQ} = (y - X\hat{\theta})^T (y - X\hat{\theta}) \quad (\text{A.11})$$

Para minimizar o critério J_{MQ} deriva-se a equação (A.11) em relação a θ e iguala-se a zero, obtendo-se os parâmetros que se deseja estimar, calculados por:

$$\boldsymbol{\theta}_{MQ} = [\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (\text{A.12})$$

O resultado de $[\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T$ é denominado pseudo-inversa da matriz \mathbf{X} (AGUIRRE, 2015; COELHO, 2004).

A.1) Aplicação para o caso multivariável

Dado um processo multivariável linear invariante no tempo com p saídas e r entradas, um modelo do tipo vetor auto regressivo com entradas externas - VARX (do inglês *vector autoregressive with exogenous inputs*) pode ser obtido através da seguinte representação discreta:

$$\mathbf{y}(k) = A_1 \mathbf{y}(k-1) \dots + A_{n_y} \mathbf{y}(k-n_y) + B_1 \mathbf{u}(k-1) + B_{n_u} \mathbf{y}(k-n_u) + \mathbf{e}(k) \quad (\text{A.13})$$

tal que $A_i \in \mathbb{R}^{p \times p}$, $B_i \in \mathbb{R}^{p \times r}$ e

$$\mathbf{y}(k) = [y_1(k) \ y_2(k) \ y_3(k) \ \dots \ y_p(k)]^T \quad (\text{A.14})$$

$$\mathbf{u}(k) = [u_1(k) \ u_2(k) \ u_3(k) \ \dots \ u_r(k)]^T \quad (\text{A.15})$$

$$\mathbf{e}(k) = [e_1(k) \ e_2(k) \ e_3(k) \ \dots \ e_p(k)]^T \quad (\text{A.16})$$

Em analogia ao caso monovariável, onde $A(q)$ e $B(q)$ são representações polinomiais, no caso multivariável em questão $A(q)$ e $B(q)$ podem ser definidas como matrizes de polinômios, ou seja, cada elemento ($A_1, A_2 \dots A_{n_y}$ e $B_1, B_2 \dots B_{n_u}$) é um polinômio, de modo que:

$$\mathbf{A}(q) = I - A_1 q^{-1} - \dots - A_{n_y} q^{-n_y} \quad (\text{A.17})$$

$$\mathbf{B}(q) = B_1 q^{-1} + \dots + B_{n_u} q^{-n_u} \quad (\text{A.18})$$

Uma representação alternativa à equação (A.13) pode ser escrita como

$$\mathbf{y}(k) = \boldsymbol{\Theta}^T \boldsymbol{\psi}(k-1) + \mathbf{e}(k) \quad (\text{A.19})$$

de maneira que $\boldsymbol{\Theta} \in \mathbb{R}^{(pn_y + rn_u) \times p}$, $\boldsymbol{\psi}(k-1) \in \mathbb{R}^{pn_y + rn_u}$ e $\mathbf{y}(k) \in \mathbb{R}^p$, sendo

$$\boldsymbol{\Theta} = [A_1 \ A_2 \ \dots \ A_{n_y} \ B_1 \ B_2 \ \dots \ B_{n_u}]^T \quad (\text{A.20})$$

$$\psi(k-1) = [\mathbf{y}^T(k-1) \mathbf{y}^T(k-n_y) \mathbf{u}^T(k-1) \mathbf{u}^T(k-n_u)]^T \quad (\text{A.21})$$

A função custo e o estimador MQ, portanto, são:

$$J_{MQ} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \|y(k) - \Theta^T \psi(k-1)\|^2 \quad (\text{A.22})$$

$$\hat{\Theta}_{MQ} = \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \psi(k-1) \psi^T(k-1) \right]^{-1} \left[\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \psi(k-1) y^T(k) \right] \quad (\text{A.23})$$

A.2) Estimação do modelo do processo

Considerando o modelo com função de transferência discreta na forma linear dada por

$$\mathbf{A}(z^{-1})\mathbf{y}(t) = z^{-d}\mathbf{B}(z^{-1})\mathbf{u}(t) \quad (\text{A.24})$$

sendo $\mathbf{A}(z^{-1})$ e $\mathbf{B}(z^{-1})$ definidos conforme as equações (A.17) e (A.18), respectivamente. Uma vez que o modelo de representação do processo tenha sido escolhido através das características apresentadas pela resposta ao degrau do sistema, seu equacionamento através de equações de diferenças é obtido substituindo-se o vetor de parâmetros estimados encontrados pela equação (A.23) na equação (A.19) para cada conjunto de dados observados.

A matriz de transferência do processo, portanto, é obtida isolando $\frac{y(t)}{u(t)}$ na equação (A.24), resultando em uma matriz onde os termos da diagonal principal são correspondentes às funções de transferência diretas das malhas do processo multivariável e os termos fora da diagonal são referentes à modelagem das interações entre as malhas (funções de transferência cruzadas).

REFERÊNCIAS

- AGUIAR, A. P. V.; JÚNIOR, G. A.; BARROS, P. R. A new methodology for the redesign of simplified decoupler for TITO process using relay-based experiment. XXII Congresso Brasileiro de Automática (CBA), João Pessoa. 2018.
- AGUIRRE, L. A. Introdução à Identificação de Sistemas. Editora UFMG, 3. ed. 2007.
- ALMEIDA, O. M.; COELHO, A. A. R. Projeto de desacoplamento em sistemas MIMO: abordagens convencional e nebulosa. In proceedings of XIV Congresso Brasileiro de Automática. 2002.
- ARAÚJO, M. S.; DUTRA, B. G.; PINHEIRO, T. C. F.; CUNHA, L. B.; SILVEIRA, A. S. Projeto de controladores digitais PID e I-PD via RST: Uma análise de desempenho. In Proceedings of the XIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI), Porto Alegre. 2017.
- ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. PID Controllers: Theory, Design and Tuning. USA: ISA Press. 2. ed. 1995.
- ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. The future of PID control, Control Engineering Practice 9: 1163-1175, 2001.
- ÅSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. Advanced PID control, Research Triangle Park, USA: ISA Press. 2006.
- ÅSTRÖM, K. J., HÄGGLUND, T., HANG, C. C., & HO, W. K. Automatic tuning and adaptation for PID controllers – a survey. Control Engineering Practice, 1, 699–714. 1993.
- BERNER, J., SOLTESZ, K., HÄGGLUND, T. & ÅSTRÖM, K. J. An experimental comparison of PID autotuners. Control Engineering Practice, 73, 124-133. 2018.
- CAMPOS, M. C. M. M.; TEIXEIRA, H. C. G. Controles Típicos de Equipamentos e Processos Industriais. Editora Bluncher, 1. ed. 2006.
- CAMPESTRINI, L. Sintonia de Controladores PID Descentralizados Baseada no Método do Ponto Crítico. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre.
- COELHO, A. A. R.; COELHO, L. S. Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares. Editora da UFSC, Santa Catarina. 2004.
- COELHO, S. S.; SANTANA, H. G.; ALMEIDA, O. M. Multivariable PID Control of a Coupled Tank System: A comparative study. CLCA 2018 - Latin American Conference on Automatic Control, Quito, Equador. 2018.
- COELHO, S. S.; SANTANA, H. G.; ALMEIDA, O. M. Application of Multivariable PID Controllers in a Coupled Tank System. 13ª Conferência Internacional sobre Aplicações Industriais do IEEE/IAS (INDUSCON), São Paulo, Brasil. 2018.

- CHEN, P; ZHANG, W. Improvement on a inverted decoupling technique for a class of stable linear multivariable processos. In: *ISA Transactions*. [S.l.: s.n.], v. 46, p. 199-210. 2006.
- ECONOMOU, C. G.; MORARI M. “Internal Model Control 6: Multiloop Design”. 1nd. Eng. Chem. Proc. Des. Dev., 25, 411 (1986).
- GAGNON, E., POMERLEAU, A., & DESBIENS, A. Simplified, ideal or inverted decoupling? *ISA Transactions*, 37, 265-276. 1998.
- HAJARE, Vikas; KHANDEKAR, A.; PATRE, B.M. Discrete sliding mode controller with reaching phase elimination for TITO systems. *ISA Transactions*. 66. 2016.
- JÚNIOR, G. A.; BARROS, P. R. Estudo comparativo de técnicas de projeto de desacoplador para sistemas multivariáveis. *Revista Pincipia*, 28, 130-143. 2015.
- LEE, M.; LEE, K.; KIM, C.; LEE, J. Analytical design of multiloop PID controllers for desired closed-loop responses. *AIChE Journal*, 50(7), 1631–1635. 2004.
- LEE, Y.; PARK, S.; LEE, M.; BROSILOW, C. PID controller tuning for desired closed-loop responses for SI/SO systems. *AIChE Journal*, 44, 106–115. 1998.
- LI, S.-Y.; CAI, W.-J.; MEI, H.; XIONG, Q. Effective decentralized TITO process identification from closed-loop step responses. *Asian Journal of Control*, 7(2), 154–162. 2005.
- LIU, T.; WANG, Q.-G.; HUANG, H.-P. A tutorial review on process identification from step or relay feedback test. *Journal of Process Control*, 23(10), 1597–1623. 2013.
- LIU, T.; Zhang, W. D.; GU, D. Y. Analytical multiloop PI/PID controller design for two-by-two processes with time delays. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 44, 1832–1841. 2005.
- LIU, T.; ZHANG, W. D.; GU, D. Y. Analytical design of decoupling internal model control (IMC) scheme for two-input–two-output (TITO) processes with time delays. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 45, 3149–3160. 2006.
- LJUNG, L. *System Identification: Theory of the user*. Prentice Hall Ptr, Englewood Cliffs, New Jersey, 1987.
- MAGHADE, D. K.; PATRE, B. M. Decentralized PI/PID controllers based on gain and phase margin specifications for TITO processes. *ISA Transactions*, 51, 550-558. 2012.
- OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. 3. ed. Rio de Janeiro, RJ: Prentice-Hall do Brasil, 1998.
- PAULO, T. F. *Controle Adaptativo com Desacoplamento Aplicado a um Sistema de Tanques Acoplados MIMO*. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica e de Computação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal.
- PARVAT, B.J.; PATRE, B.M. Design of SMC with Decoupler for Multi-Variable Coupled tank process. In *proceedings of 2014 Annual IEEE India Conference (INDICON)*. 2014.

PEREIRA, R. D. O.; TORRICO, B. C. New automatic tuning of multivariable pid controller applied to a neonatal incubator. In Proceedings of the 8th international conference on biomedical engineering and informatics (BMEI), Shenyang. 2015.

PEREIRA, R. D. O.; VERONESI, M.; VISOLI, A.; NORMEY-RICO, J.E. Implementation and test of a new autotuning method for PID controllers of TITO processes. *Control Engineering Practice*, 58, 171–185. 2017.

PINHEIRO, M. S.; VASCONCELLOS, B. S.; JUNIOR, A. G.C. Aplicação de algoritmos genéticos para a sintonia fina de controlador PID aplicado a um pêndulo físico amortecido. In Proceedings of the XIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI), Porto Alegre. 2017.

RIVERA, D. E.; MORARI, M.; SKOGESTAD, S. “Internal Model Control: Design of PID Controller”. *Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.*, 25(1), 252-256. (1986).

SAXENA, N.; CHIDAMBARAM, M., Auto tuning of decentralised PID controllers for TITO system. *Trends in Industrial Measurement and Automation (TIMA)*, Chennai, pp. 1-6. 2017.

SHIU, S.-J.; HWANG, S.-H. Sequential design method for multivariable decoupling and multiloop PID controllers. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 37, 107–119. 1998.

SINGH, A.; LONDHE, P. S. Design of signed distance method based fuzzy logic controller for TITO process. *Recent Developments in Control, Automation & Power Engineering (RDCAPE)*, Noida, pp. 13-17. 2017.

SKOGESTAD, S. Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning. *Journal of Process Control*.13, 291–309. 2003.

SUJATHA, V.; PANDA, R. C. Relay feedback based time domain modelling of off -Diagonal elements of linear 2 by 2 MIMO systems. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 91, 271-278. 2013.

WANG, Q.-G.; HUANG, B.; Guo, X. Auto-tuning of TITO decoupling controllers from step tests. *ISA Transactions*, 39, 2000.

WANG, Q.-G.; NIE, Z.-Y. Pid control for MIMO processes. , in: Vilanova, R., & Visioli, A. (Eds.). *PID control in the third millennium* . London, UK: Springer, 2012.

WANG, Q.-G.; YE, Z.; CAI, W.-J.; HANG, C.-C. *PID control for multivariable processes*. Berlin: Springer, 2008.

WOLOVICH, W. A. *Automatic Control Systems: Basic Analysis and Design*. Oxford, UK: The Oxford Series in Electrical and Computer Engineering. 1994.

YU, Cheng-Ching. *Autotuning of PID Controllers: A Relay Feedback Approach*. 2. ed. Londres: Springer, 2006.

ZHU, Yucai. *Multivariable System Identification for Process Control*. Elsevier Science Inc. NY, EUA. 2001.