



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
Centro de Ciências da Natureza
Pós Graduação em Matemática
Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT

O uso de Materiais Manipulativos e Jogos através de oficinas: Uma proposta para o ensino de Geometria

Antonio Francisco Canuto do Nascimento Rodrigues

Teresina - 2015

Antonio Francisco Canuto do Nascimento Rodrigues

Dissertação de Mestrado:

**O uso de Materiais Manipulativos e Jogos
através de oficinas: Uma proposta para o
ensino de Geometria**

Dissertação submetida à Coordenação Acadêmica Institucional do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional na Universidade Federal do Piauí, oferecido em associação com a Sociedade Brasileira de Matemática, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Matemática

Orientador:

Prof. Me. Mário Gomes dos Santos

Teresina - 2015

111 Rodrigues, Antonio Francisco Canuto do Nascimento
X111x O uso de Materiais Manipulativos e Jogos através de oficinas:
Uma proposta para o ensino de Geometria/ Antonio Francisco Ca-
nuto do Nascimento Rodrigues- Teresina: [s.n.], 2015.
103 f.: fig., tab.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal do Piauí, Pós Gra-
duação em Matemática.

Orientador: Mário Gomes dos Santos

1. Material Manipulativo. 2. Jogos. 3. Geometria. 4. Oficinas.
I. Título

TERMO DE APROVAÇÃO

Antonio Francisco Canuto do Nascimento Rodrigues
O USO DE MATERIAIS MANIPULATIVOS E JOGOS ATRAVÉS DE
OFICINAS: UMA PROPOSTA PARA O ENSINO DE GEOMETRIA

Dissertação APROVADA como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre no Curso de Pós-Graduação Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional do Departamento de Matemática da Universidade Federal do Piauí pela seguinte banca examinadora:

Prof. Dr. Mário Gomes dos Santos
Orientador

Prof. Dr. Jurandir de Oliveira Lopes
Departamento de Matemática - UFPI

Prof. Me. Alberto Cunha Alves
Departamento de Matemática - IFPI - Campus Piriipiri

Teresina, 25 de Fevereiro de 2015

Dedico este trabalho à minha amada esposa Valdiane Canuto que sempre me ajudou e me apoiou, até mesmo quando pensei em desistir, a minha mãe Antonia de Oliveira que sempre me incentivou em tudo, ao meu pai José Cariré que tão cedo nos deixou, mas que sempre estará presente nas boas lembranças e aos meus queridos filhos Caio e Anderson.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus, por estar comigo em todos os momentos de minha vida, me mostrando o caminho a seguir nas horas mais difíceis.

A minha esposa Valdiane Canuto que sempre acreditou na realização do meu "sonho" de realizar o mestrado e na minha capacidade de superação, me compreendendo pelas diversas vezes que precisei viajar para Teresina e ela teve que dormir sozinha.

Aos meus pais, Antonia de Oliveira e José Cariré (in memoriam), que sempre me incentivaram a crescer pessoal e profissionalmente.

Ao meu filho Caio Canuto, pela compreensão quando precisou de mim e não tive tempo de ajudar na tarefa ou brincar de vídeo game.

Aos meus professores do PROFMAT - UFPI, especialmente ao professor Dr. Jurandir Lopes pelo carinho que sempre demonstrou pela nossa turma e a professora Dra. Valmária Rocha pela compreensão e companheirismo apresentado para com a turma.

Ao meu orientador Prof. Ms Mário Gomes pelas contribuições tão valiosas para a realização do trabalho e a atenção que tinha pela turma.

Aos meus colegas da turma de 2013, pelas caronas e os diversos momentos de aprendizagem que vivemos nestes dois anos, especialmente aos amigos Abias, Adriano, Álvaro, Daniel, Danilo, Esteves, Eva, Ivan, Lucas, Marcelo, Márcio, Reinaldo, Renilson e Williams pela atenção e preocupação que tiveram pelos cearenses da turma.

Ao amigo Alberto Cunha da turma de 2011, pela força dada para que eu conseguisse entrar novamente na turma de 2013 e pudesse concluir o mestrado.

Aos colegas professores Diego Veras, Paulo Ricardo Silva e Paulo Ricardo Rodrigues e aos alunos das turmas de 1^a ano em Comércio e Contabilidade da escola a qual sou professor pelas contribuições para realização desta pesquisa.

Ao diretor Benedito Braz pela compreensão nestes dois anos que precisei viajar semanalmente para assistir as aulas do mestrado em Terezina.

À professora Gleiciane Farias pela revisão gramatical deste trabalho e pela prontidão sempre que precisei me ausentar nos expedientes das sextas-feiras.

Não há homens mais inteligentes do que aqueles que são capazes de inventar jogos. É aí que o espírito se manifesta mais livremente. Seria desejável que existisse um curso inteiro de jogos tratados matematicamente. Leibniz

Resumo

Este trabalho teve como objetivo analisar se o uso dos materiais manipuláveis e dos jogos utilizados como estratégia de ensino, são mais eficientes para o aprendizado dos alunos nas aulas de Geometria do que as aulas apresentadas no formato tradicional. Esta pesquisa foi desenvolvida com os alunos do 1º ano do ensino médio da Unidade Escolar Estadual Professor Sebastião Vasconcelos Sobrinho, no município de Tianguá - Ce, no 2º semestre de 2014. Para o desenvolvimento deste trabalho foram realizados os seguintes procedimentos: pesquisa de campo, onde procuramos colher informações sobre o tema, utilizando para isso livros, revistas, artigos, documentos e sites que abordam o assunto em questão; análise documental e pesquisa bibliográfica, onde neste momento, nosso objetivo foi verificar o histórico da escola onde se realizou a investigação e as notas dos boletins dos alunos que fizeram parte da pesquisa e por fim, realizamos duas oficinas de geometria e uma de trigonometria utilizando materiais concretos e jogos, nesta fase o objetivo foi verificar e comparar o rendimento com o dos outros alunos que permaneceram no formato tradicional para podermos avaliar a eficiência do método. O referido trabalho está estruturado em seis capítulos. O primeiro faz um estudo sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais e as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. No segundo capítulo, tratamos do ensino de Geometria e seus entraves. No terceiro capítulo, destacamos a importância da utilização dos jogos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática/Geometria. O quarto capítulo ressalta a importância em se trabalhar com o material concreto e suas vantagens. O quinto capítulo trata da pesquisa de campo, onde são apresentados os resultados da pesquisa. No sexto e último capítulo sugerimos algumas oficinas utilizando jogos ou material manipulativo. Ao final, são apresentadas as considerações finais, onde percebemos uma significativa diferença de aprendizagem e melhoria nos rendimentos dos alunos quando trabalhamos os conteúdos de maneira lúdica.

Palavras-chave: Material Manipulativo, Jogos, Geometria, Oficinas.

Abstract

This study aimed to analyze if the usage of manipulative materials and games, used as a teaching strategy, are more efficient to the students learning in geometry classes than the ones developed in the traditional format. This research was conducted with the 1st grade students of high school at the State School Unit Professor Sebastião Vasconcelos Sobrinho, in the city of Tianguá Ce, in the second half of 2014. To the development of this work the following procedures were performed: field research, where we try to gather information on the subject matter, making use of books, magazines, articles, documents and web sites that address the issue at hand; documental analysis and bibliographic research, which at this point, our goal was to verify the school's history in which the research was performed and also the reports grades of the students who took part in the research and by the end, we conducted two workshops of geometry and one of trigonometry, using to this concrete materials and games, at this stage the objective was to verify and compare the performance with the other students who remained in the traditional format in order to evaluate its efficacy. This work is divided into six chapters. The first one is a study of the National Curriculum Standards and the National Curriculum Guidelines to high school. In the second chapter, we treat the teaching of geometry and its obstacles. In the third chapter, we highlight the importance of the usage of games in the teaching and learning of Mathematics / Geometry. The fourth chapter highlights the importance of working with concrete material and its advantages. The fifth chapter deals with the field research; it is where the results of the research are presented. In the sixth and last chapter we suggest some workshops using games or manipulative material. By the end, the final thoughts are presented, it is where we noticed a significant difference in learning and also an improvement in the students results when we teach the contents in a playful way.

Keywords: Material Manipulative, Games, Geometry, Workshops.

Lista de Figuras

5.1	Local da Investigação	49
5.2	Construindo a Ciclo Trigonométrico	53
5.3	Construindo o Ciclo Trigonométrico	53
5.4	Circunferência Trigonométrica na parede do LEM	54
5.5	Ciclo Trigonométrico	54
5.6	Comparativo entre as notas - Trigonometria	56
5.7	Jogos Utilizados	57
5.8	Jogo da Velha de 27 casas planificado	58
5.9	Todos participando	59
5.10	Jogo da Velha tradicional	59
5.11	Jogo da Velha 3D com 27 casas	60
5.12	Jogo da Velha 3D com 64 casas	60
5.13	Comparativo entre as notas - Geometria Espacial	62
5.14	Distância entre pontos no plano π	64
5.15	Cálculo de $d(P, Q)$	65
5.16	Apresentando o (\mathbb{R}^3)	66
5.17	Coordenadas de um ponto no (\mathbb{R}^3)	67
5.18	Aprofundando os conceitos	68
5.19	Comparativo entre as Notas - Geometria Analítica	68
5.20	Comparativo entre as três Oficinas	70
6.1	Quadrado da Soma	71
6.2	Cubo da Soma	72
6.3	Torre de Hanói	72
6.4	Painéis Geométricos	73
6.5	Geoplano Circular	74
6.6	A beleza das envoltentes	74
6.7	Mostra de Painéis Geométricos	75
6.8	Tangram	76
6.9	Sólidos Geométricos	77
6.10	Tabuleiro de Pitágoras	78
6.11	Demonstração por área	78

Lista de Tabelas

5.1	Posição relativa entre retas	61
5.2	Posição relativa entre retas e planos	61
5.3	Posição relativa entre planos	62

Sumário

1	Os Parâmetros Curriculares Nacionais e as Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio na Disciplina de Matemática	23
2	O Ensino de Geometria	29
2.1	Definição de Geometria	29
2.2	O Porquê de Pesquisar Sobre Geometria	30
2.3	Importância do Ensino da Geometria	32
3	O Jogo Como Ferramenta Para o Ensino da Matemática	37
3.1	Definição e Teorias Sobre Jogo	37
3.2	Objetivos, Vantagens e Desvantagens dos Jogos para o Ensino da Matemática	40
4	O Material Manipulativo Como Recurso Didático	43
4.1	As Diversas Metodologias	44
4.2	Classificação dos Materiais Manipulativos e Dicas de Utilização	46
5	A Pesquisa e os Resultados	49
5.1	O Contexto da Investigação	49
5.2	Os Participantes da Pesquisa	50
5.3	Metodologia Utilizada	51
5.4	As Oficinas Realizadas	52
5.4.1	Trigonometria no Círculo Trigonométrico	52
5.4.2	Oficina de Geometria Espacial de Posição	56
5.4.3	Oficina de Geometria Analítica	63
5.4.4	Analisando a Eficiência Média entre as três Oficinas	69
6	Sugestões de Oficinas	71
6.1	Produtos Notáveis	71
6.2	Torre de Hanói	72
6.3	Geoplano Circular: Polígonos regulares, curvas envolvente, funções e progressões	73
6.4	Tangram	76

6.5	Sólidos Geométricos	76
6.6	Tabuleiro de Pitágoras	78
A	Oficina de Trigonometria	83
B	Oficina de Geometria de Posição	89
C	Oficina de Geometria Analítica	95

Introdução

A partir das primeiras experiências como professor temporário da Prefeitura Municipal de Fortaleza no ano de 2000, numa escola de ensino fundamental sem muitos recursos, começamos a nos preocupar com a forma de ensinar Matemática. Ficávamos surpresos com os comentários dos alunos, dizendo que não gostavam dessa disciplina e com a forma como criavam barreiras antes mesmo de conhecer os assuntos que seriam estudados. Um fato curioso, era que, em nossa época de estudante do ensino fundamental e médio, vivenciamos essas mesmas realidades, só que em momentos e circunstâncias diferentes, porém não percebíamos e tampouco dávamos importância para o fato, pois aquelas situações não nos atingiam diretamente.

Atualmente, esse cenário não mudou muito, constituindo um desafio para nós, educadores, torná-lo diferente. Por isso, trabalhar Matemática por meio de métodos inovadores e de técnicas diferenciadas que estimulem e enriqueçam o processo de ensino-aprendizagem na educação, nas várias etapas do ensino, foi e continua sendo tema de discussões em cursos, seminários, oficinas, congressos e principalmente pesquisas, visando à atualização e melhoria profissional dos professores de Matemática.

Como professor de Matemática, desde o início, procurávamos amenizar a angústia e a preocupação de termos alunos apáticos e desinteressados (tanto na escola da rede pública quanto na rede privada), buscando aperfeiçoarmos, na expectativa de enriquecer e aprimorar nossa prática docente. Uma das grandes dificuldades em atingir esse objetivo, deve-se ao fato de termos uma carga de trabalho muito elevada, além das salas de aulas super lotadas. Se nós, professores da educação básica, recebêssemos um salário digno, não precisaríamos trabalhar tanto, sobrando mais tempo para planejarmos aulas carregadas de ludicidade.

Mesmo diante das dificuldades, temos total convicção que não suportaríamos trabalhar a Matemática da forma que vem sendo abordada, geralmente sem aplicações imediatas e descontextualizadas, acentuando em nossos alunos o desinteresse por essa matéria e principalmente pela Geometria em geral, conteúdo que quase não é objeto de estudo nas séries iniciais.

Sempre que trabalhávamos os conteúdos de Geometria nas turmas do ensino médio,

ficávamos angustiados pelo fato dos alunos apresentarem muita dificuldade em assimilar essa matéria. Daí, decidimos desenvolver esse trabalho, focando nas dificuldades enfrentadas no ensino da Geometria e como o uso de materiais manipulativos e jogos podem contribuir para uma aprendizagem mais efetiva dessa disciplina.

A pesquisa teve como objetivo analisar se o uso de jogos e materiais manipuláveis, utilizados como recurso didático-pedagógico nas aulas de Geometria do ensino médio é mais eficiente do que a aula apresentada de forma tradicional. E caso afirmativo, mostrar através de dados concretos o tamanho dessa eficiência quando estas ferramentas pedagógicas são utilizadas. A metodologia empregada para o desenvolvimento deste trabalho foi: a pesquisa de campo, análise documental, pesquisa bibliográfica e a realização de três oficinas onde para este fim, utilizamos materiais concretos e jogos.

Na realização das oficinas, sendo duas de Geometria e uma de trigonometria, a clientela escolhida foi os alunos das turmas de 1º ano ensino médio integrado a educação profissional de Comércio e 1º ano de Contabilidade da Escola Estadual de Ensino Profissional Professor Sebastião Vasconcelos Sobrinho. Sendo as turmas compostas por 45 alunos cada, dividimos cada uma delas em dois grupos de 22 educandos, os quais foram nomeados de grupo A e grupo B em cada turma, totalizando assim 4 grupos (grupos A e B da Contabilidade e grupos A e B do Comércio). Para formar os grupos, utilizamos o seguinte procedimento: colocamos as notas de Matemática do 1º bimestre de cada turma em ordem crescente e separamos em 22 alunos para grupo, buscando dividir os grupos da forma mais equilibradas possível. Como as turmas tinham 45 alunos, o aluno que tinha melhor nota foi descartado da pesquisa.

Realizamos três oficinas e procedemos da seguinte forma: nós e o professor de Geometria das turmas elaborávamos o mesmo plano de aula, diferenciando apenas a metodologia e os recursos utilizados. Um grupo (A ou B) ficava em sua própria sala assistindo a aula tradicional com o professor de Geometria, enquanto realizávamos com o outro grupo a oficina utilizando material manipulativo ou jogos no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM). O professor de álgebra das turmas elaborava em sigilo e aplicava uma avaliação contemplando os conteúdos indicados nos planos de aula, este mesmo professor também corrigia as avaliações e analisava os acertos e erros de cada grupo.

Na análise documental foi feito um estudo sobre o histórico da escola onde se realizou a investigação - este documento foi cedido e autorizado sua divulgação pela direção da escola - além dos boletins dos 88 alunos participantes.

Na pesquisa bibliográfica procuramos colher informações para todas essas questões. Utilizamos para isso livros, artigos, documentos, revistas e sites que tratam sobre o tema. Dentre os autores consultados, podem ser citados: Alves (2009), Antunes (2006),

Grando (2004), Lima (2006), Lindquist (1994), Murari (2011), Rêgo (2000) e Souza (2001), além dos Parâmetros Curriculares Nacionais (1997), Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio e Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (2000).

Por fim, vale ressaltar, que com a realização deste estudo não temos a pretensão de propor novos métodos de ensino, mas realçar a importância das atividades lúdicas como instrumento facilitador no processo de ensino-aprendizagem de Matemática, mais especificamente nos conteúdos de Geometria.

O referido trabalho está estruturado em seis capítulos. O primeiro faz um estudo sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais e as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio em relação ao tema desta pesquisa. No segundo capítulo, tratamos do ensino de Geometria, destacando suas dificuldades e importância para a compreensão da realidade do educando. No terceiro capítulo, destacamos a importância da utilização dos jogos no processo de ensino-aprendizagem da Matemática/Geometria, assim como as vantagens e desvantagens envolvidos nessa metodologia. O quarto capítulo ressalta a importância em se trabalhar com o material manipulativo de forma adequada. O capítulo cinco trata da pesquisa de campo, onde são apresentados os resultados encontrados. No último capítulo, apresentamos algumas sugestões de oficinas que não foram aplicadas na pesquisa de campo e por fim são feitas as considerações finais.

1 Os Parâmetros Curriculares Nacionais e as Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio na Disciplina de Matemática

Apesar de todas as dificuldades que há em ensinar Matemática, principalmente nas escolas públicas, nós, professores dessa disciplina, temos um grande aliado no combate à falta de aplicabilidade dos conteúdos trabalhados em sala de aula, são os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) e as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs). O sistema educacional dominante durante as quatro últimas décadas no Brasil, e no mundo, foi essencialmente conteudístico, deslocados de contextos sociais e baseados no treinamento, sem reflexão por parte do educando. Os PCNEM (2000, p.4) citam: [...] Tínhamos um ensino descontextualizado, compartimentalizado e baseado no acúmulo de informações.[...]. Ainda complementam:

Não se pode mais postergar [...] uma escola que, ao invés de se colocar como elemento central de desenvolvimento dos cidadãos, contribui para a sua exclusão. Uma escola que pretende formar por meio da imposição de modelos, de exercícios de memorização, da fragmentação do conhecimento, da ignorância dos instrumentos mais avançados de acesso ao conhecimento e da comunicação. Ao manter uma postura tradicional e distanciada das mudanças sociais, a escola como instituição pública acabará também por se marginalizar. (BRASIL, 2000, p. 12, PCNEM-Livro 1).

[...] A insatisfação revela que há problemas a serem enfrentados, tais como a necessidade de reverter um ensino centrado em procedimentos mecânicos, desprovidos de significados para o aluno [...] (BRASIL, 1997, p. 12 / PCN-Matemática).

[...], tem-se buscado, sem sucesso, uma aprendizagem em Matemática pelo caminho da reprodução de procedimentos e da acumulação de informações; nem mesmo a exploração de materiais didáticos tem contribuído para uma aprendizagem mais eficaz, por ser realizada em contextos pouco significativos e de forma muitas vezes artificial. Tradicionalmente, a prática mais frequente no ensino de Matemática era aquela em que o professor apresentava o conteúdo oralmente, partindo de definições, exemplos, demonstração de propriedades, seguidos de exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, e pressupunha que o aluno aprendia pela reprodução. Considerava-se que uma reprodução correta era evidência de que ocorrera a aprendizagem. Essa prática de ensino mostrou-se ineficaz, pois a reprodução correta poderia ser apenas uma simples indicação de que o aluno aprendeu a reproduzir, mas não apreendeu o conteúdo [...] (BRASIL, 1997, pp.29-30, PCNEM-Livro 3).

Certamente, o modelo de ensino que foi (ainda está sendo usado, porém em menor proporção) utilizado durante muito tempo no Brasil, no qual os alunos não passavam de meros espectadores das aulas, esse modelo ultrapassado de ensino, foi contestado com propostas de modificações no ensino das várias disciplinas, mas, ao menos em nosso país, o quadro geral pouco se alterou até os anos 90, quando, de certa forma, a contestação ganhou apoio oficial concretizado nos PCNs.

Um conjunto de medidas veio somar com os educadores para uma melhoria do sistema de ensino em nosso País. Em 1996, o Congresso Nacional promulgou a Lei 9394/96, que trata das Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB/96), em consequência desta, em 1997 o Ministério da Educação lançou os Parâmetros Curriculares Nacionais. Já em 1998, o Conselho Nacional de Educação instituiu as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (DCNEM) e, no segundo semestre de 1999, a Secretaria da Educação divulgou os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM).

De acordo com a DCNEM (2001), os conteúdos deverão ser trabalhados de maneira contextualizada, de modo que o aluno seja envolvido no processo de ensino e aprendizagem. Acrescenta mais:

[...] Contextualizar o conteúdo que se quer aprendido significa, em primeiro lugar, assumir que todo conhecimento envolve uma relação entre sujeito e objeto.[...] O tratamento contextualizado do conhecimento é o recurso que a escola tem para retirar o aluno da condição de espectador passivo. Se bem trabalhado permite que, ao longo da transposição didática, o conteúdo do ensino provoque aprendizagens significativas que mobilizem o aluno e estabeleçam entre ele e o objeto do conhecimento uma relação de reciprocidade [...] (DCNEM, 2001, p. 82).

[...] tratar os conteúdos de ensino de modo contextualizado, aproveitando sempre as relações entre conteúdos e contexto para dar significado ao aprendizado, estimular o protagonismo do aluno e estimulá-lo a ter autonomia intelectual (DCNEM, 2001, p. 79);

[...] As competências estão indicadas quando a lei prevê um ensino que facilite a ponte entre a teoria e a prática. É isto também que propõe Piaget, quando analisa o papel da atividade na aprendizagem: compreender é inventar ou reconstruir, através da reinvenção, e será preciso curvar-se ante tais necessidades se o que se pretende, para o futuro, é moldar indivíduos capazes de produzir ou de criar, e não apenas de repetir [...] (Piaget apud DCNEM, 2001, p. 82).

Percebemos que em suas primeiras versões, os PCNs beneficiavam principalmente o ensino fundamental e somente nas versões posteriores, o ensino médio foi contemplado. Quanto a isto, Imenes e Lellis (2001, p. 43) relatam:

Os PCNEM, são ainda muito recentes para que possamos vislumbrar mudanças no ensino médio e, em relação à Matemática, o debate entre os educadores matemáticos mal começou. Mesmo assim, verificou-se ter ocorrido uma tímida melhora diante destas medidas depois desses Parâmetros. [...] As DCNEM interpretam e especificam a LDB/96, sendo o referencial para o restante do documento que apresenta os parâmetros para as três áreas do ensino médio. Estes devem ser tomados como continuação dos parâmetros do ensino fundamental.

Ainda esses autores afirmam que o vestibular, na opinião da grande maioria dos profissionais em educação, foi e ainda é um dos principais motivos que sustentam a ideia de trabalhar os conteúdos da forma que se ensinam até hoje. E a Matemática seria uma das disciplinas mais prejudicadas, por ser trabalhada de maneira totalmente mecanizada. O aluno depara-se com inúmeras fórmulas, as quais são descontextualizadas e geralmente fora da sua realidade. Pegando como exemplo o panorama do estado do Ceará, no qual as suas principais Universidades Estaduais ainda utilizam como forma de acesso aos seus cursos o vestibular tradicional. Apenas em 2010 as Universidades Federais e em 2011 os Institutos Federais de Educação aderiram ao Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) através do Sistema de Seleção Unificado (SISU) como principal forma de ingresso.

Temos certeza de que a nossa realidade como professor de Matemática do ensino médio (da rede estadual do Estado do Ceará) não diferencia muito da enfrentada por professores de outros estados brasileiros. Estamos diante de uma situação em que a porcentagem de nossos alunos que conseguem ingressar numa universidade pública ainda é insignificante. Diante desses fatos, nos deparamos com alunos desestimulados, sem perspectiva, sem objetivos e indisciplinados. Concordamos com Souza; Walter 2002 e Alves 2013 quando afirmam:

No campo das estratégias de trabalho, as pesquisas mostraram que enfatizar a memorização e a repetição de modelos preconcebidos não eleva a capacidade de raciocínio do aluno e muito menos é sinônimo de aprendizagem. Temos hoje que procurar maneiras mais motivadoras e, principalmente, mais desafiadoras (SOUZA; WALTER, 2002, p. 7, suplemento do professor).

Para muitos alunos a aula de Matemática é muito monótona e previsível, fato este concretizado porque nós professores temos uma concepção de uma aula bem definida como uma receita de bolo, nossa sequência didática é sempre da forma: definição formal do conteúdo, resolução de questões modelo (exemplos), exercícios de fixação muito semelhantes aos exemplos e alguns problemas mais desafiadores, que só poderão ser resolvidos por algum aluno da turma e por fim a correção destes exercícios. Se continuarmos recitando receitas e fórmulas de maneiras mal definidas, propriedades não compreendidas que devem ser somente decoradas, apresentando modelos matemáticos prontos sobre os quais os alunos pouco refletem na sua construção estaremos conduzindo o aluno a pensar que a memorização e a repetição são as únicas formas de ensinar e aprender, o que faz aumentar o distanciamento e o desinteresse pela Matemática (ALVES, 2013, p.2)

Depois de muitas tentativas - a maioria frustradas - de querer que nossos alunos aprendam certos conteúdos de Matemática com o simples argumento de que seriam cobrados nos exames vestibulares, nas avaliações externas como o Sistema Permanente de Avaliação da Educação Básica do Ceará (SPAECE), o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), o Programa Internacional de Avaliação (PISA), ou até ou nas provas bimestrais, percebemos a necessidade de mudar a maneira de trabalhar. Lembramos quando alguns argumentavam que não pretendiam fazer vestibular e muito menos alguma das avaliações externas, pois estavam ali apenas para terminarem o ensino médio e arranjar emprego numa loja, numa construção, numa fábrica, ou coisa desse tipo. Diante dessa situação, procuramos diversificar nossa prática pedagógica, com o intuito de conseguir que nossos alunos participassem do processo de aprendizagem de forma mais intensa. Quanto a isso os DCNEM (2000) justificam

As pontes entre a teoria e a prática têm que ser construídas cuidadosamente e de forma explícita. Para Castro, essas pontes implicam em fazer a relação, por exemplo, entre o que se aprendeu na aula de matemática na segunda-feira com a lição sobre atrito na aula de física da terça e com a sua observação de um automóvel cantando pneus na tarde da quarta. E conclui afirmando que [...] para a maioria dos alunos, infelizmente, ou a escola o ajuda a fazer estas pontes ou elas permanecerão sem ser feitas, perdendo-se assim a essência do que é uma boa educação (Castro apud DCNEM 2000, p. 73).

Diante deste contexto faz-se necessário trabalhar nossas aulas de forma contextualizada, desafiadora e/ou divertida, tornando assim a aprendizagem mais significativa. É verdade que o tempo que nos sobra (quando sobra) para planejamento, não é suficiente

para que possamos, em toda aula aplicarmos uma metodologia que satisfaça o pretendido. Mas, diante dos resultados obtidos, com a utilização de aulas diferenciadas, as quais quebre a rotina de nossos alunos, precisamos arrumar tempo para planejá-las.

Foi nesse contexto, que decidimos trabalhar nesta pesquisa com oficinas de Geometria, pois já tínhamos boas experiências com essa prática pedagógica. Sempre que trabalhávamos aulas que envolvessem material manipulável, jogos, desafios ou alguma metodologia que fugisse da lousa, que não ficasse somente na tradicional aula expositiva, a turma se comportava de maneira diferente, ou seja, eles acordavam para a aula e começavam a participar ativamente daquele momento.

Por tudo isso, estávamos convictos de que, se continuássemos a lecionar Matemática através da mera transmissão de informações e o treino de procedimentos, processos mecânicos de aprendizagem, a nossa carreira docente não duraria muito, pois, trabalhar daquela maneira é, no mínimo, estressante.

Hoje, temos nos PCNEM e nas DCNEM, um suporte que possibilita desenvolver uma ação pedagógica que favoreça o "aprender a aprender" e o desenvolvimento de competências por meio de estratégias que mobilizem mais o raciocínio do que a memória. Em tal processo, é condição necessária que os conteúdos sejam significativos do ponto de vista do educando e, portanto que sejam contextualizados e tratados de forma interdisciplinar. Muitas vezes, a simples contextualização já acarreta a interdisciplinaridade, porque entender um contexto real e agir sobre ele depende dos diversos pontos de vista das diferentes disciplinas. Do ponto de vista dos PCNEM:

Estes Parâmetros cumprem o duplo papel de difundir os princípios da reforma curricular e orientar o professor, na busca de novas abordagens e metodologias.[...] A formação do aluno deve ter como alvo principal a aquisição de conhecimentos básicos, a preparação científica e a capacidade de utilizar as diferentes tecnologias relativas às áreas de atuação [...] (PCNEM, 2000, pp. 4-5).

Imenes e Lellis (2001) opinam positivamente sobre as DCNEM e os PCNEM. Aham que o discurso em ambos os documentos abrigue uma dose de sonho e desejo, acreditando que indique considerável melhoria na educação brasileira. Acreditam ainda haver possibilidades concretas de implementar um ensino que se aproxime dos objetivos propostos.

Percebemos que, na maioria das escolas nas quais trabalhamos, a Matemática quase sempre era ensinada como um conjunto de técnicas (ou algoritmos) com o qual se obtêm certos resultados. Ou seja, os professores distribuem listas enormes com questões que tem basicamente o mesmo processo de resolução, quase tudo consiste em aplicar

as fórmulas adequadas em contextos exclusivamente matemáticos. Problemas que envolvessem aplicação ao universo do educando quase nunca surgiam, mesmo quando se tratava de um conteúdo rico em aplicações. O que importava era o "como fazer", sem preocupação com o "por que fazer assim" e menos ainda com o "para que fazer".

Esse tipo de ensino distancia-se daquele que os PCNEM defendem, situações com contexto e tratamento interdisciplinar são raras. Dificilmente ocorrem momentos que possam favorecer o desenvolvimento de habilidades de representação, comunicação e expressão de ideias matemáticas e geométricas. Além disso, há poucas oportunidades para explorar os raciocínios na resolução de problemas verdadeiros e sim exercícios padronizados. Nos PCNEM (2000, pp. 16-17) reforça "A partir desses princípios gerais, o currículo deve ser articulado em torno de eixos básicos orientadores da seleção de conteúdos significativos". Os mesmos parâmetros afirmam:

[...] É importante, por exemplo, operar com algoritmos na Matemática ou na Física, mas o estudante precisa entender que, frente àquele algoritmo, está de posse de uma sentença da linguagem matemática, com seleção de léxico e com regras de articulação que geram uma significação e que, portanto, é a leitura e escrita da realidade ou de uma situação desta [...] (PCNEM, 2000, p. 16-17).

Vale ressaltar que muitos dos males apontados para a Matemática e a Geometria, surgem em todas as disciplinas. Em conversas com colegas de outras matérias sobre nossos alunos, verificamos que a angústia é a mesma, ou seja, mesmo em outras áreas, a maioria dos conteúdos continua sem contexto e significado algum. Muitas vezes sem uma aproximação com o dia-a-dia do educando, tornando, muitas vezes, a aula sem atrativos para os alunos.

Diante do exposto, podemos concluir que o atual ensino de Matemática contribui pouco para a formação dos nossos alunos e acreditamos ser necessário buscar os objetivos expressos nos PCNEM quando ressalta:

Os ensinamentos da psicologia de Piaget e Vigotsky foram convocados para explicar a interdisciplinaridade e a contextualização porque ambas as perspectivas teóricas se complementam naquilo que, para estas DCNEM, é o mais importante: a importância da aprendizagem sistemática, portanto da escola, para o desenvolvimento do adolescente [...] (PCNEM, 2000, p. 84).

Temos a convicção de que, se todos nós (professores de Matemática) adotássemos os parâmetros e as diretrizes aqui discutidas como orientação para o ensino da Matemática, num futuro não muito distante, alcançaríamos nossos anseios em relação às angústias e frustrações que nos aflige. Se cada um de nós fizermos nossa parte, e não esperarmos que as soluções apareçam do nada, como um passe de mágica, certamente a mudança do ensino básico em Matemática e conseqüentemente da Geometria, virá mais rápido do que imaginamos.

2 O Ensino de Geometria

Neste capítulo, abordaremos a deficiência no ensino da Geometria no contexto geral. O texto está embasado principalmente nos artigos do livro *Aprendendo e Ensinando Geometria*¹: de Mary Montgomery Lindquist e Albert P. Shulte, que relata as dificuldades por que passam o ensino da Geometria numa visão mundial.

2.1 Definição de Geometria

Para alguns dicionários, Geometria é o ramo da matemática que estuda as formas, planas e espaciais, com as suas propriedades. Em Souza² (2001) encontramos:

A Geometria é uma ciência de todas as espécies possíveis de espaços. (KANT apud SOUZA, 2001, p. 8)

A geometria, em geral, passa ainda por ser a ciência do espaço. (Couturat apud SOUZA, 2001, p.35)

Uma geometria não pode ser mais verdadeira do que outra; poderá ser apenas mais cômoda. (Poincaré apud SOUZA, 2001, p. 139)

A Geometria faz com que possamos adquirir o hábito de raciocinar, e esse hábito pode ser empregado, então, na pesquisa da verdade e ajudar-nos na vida! (Jacques Bernoulli apud SOUZA, 2001, p.139)

Entre dois espíritos iguais, postos nas mesmas condições, aquele que sabe geometria é superior ao outro e adquire um vigor especial. (Pascal apud SOUZA, 2001, p.139)

Kant e Couturat definem a Geometria de maneira simples e clara, haja visto que, se perguntarmos a definição desta palavra a alguém, a maioria delas responderão o mesmo que eles. Pascal e Poincaré foram mais profundos em suas concepções da importância da Geometria para nossa vida.

¹Este livro é composto por vinte artigos dos mais renomados estudiosos sobre o Ensino de Geometria. Embora seja uma publicação Norte Americana, percebe-se que os problemas de lá são semelhante aos de cá. O tradutor teve que manter alguns termos para se referir à seriação daquele país, porém nada que prejudique nosso entendimento.

²O professor Júlio César de Mello e Souza usava o pseudônimo de Malba Tahan.

2.2 O Porquê de Pesquisar Sobre Geometria

Recordamos de ter ouvido falar muito superficialmente sobre Geometria nos tempos de ensino básico. Até aí não nos preocupávamos muito com isso. Quando estávamos fazendo cursinho para prestar vestibular, sentimos muita dificuldade em Geometria Plana, Espacial e Analítica. Depois, já no Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE) continuávamos com dificuldades nesta disciplina, e notávamos que este problema não era só nosso. Segundo Lindquist (1994):

[...] os problemas no ensino de geometria são praticamente os mesmo em todos os países, inclusive nos de Primeiro Mundo. Que não são só os professores de Matemática de países subdesenvolvidos, por exemplo, que fogem da geometria; que o temor da geometria também aflige o aluno dos países ricos. (Lindquist, 1994, nota do tradutor).

No ano de 2000, quando começamos a lecionar, os problemas agora eram outros: trabalhar tais conteúdos no ensino médio. A partir de então, começamos a investigar os motivos envolvidos nessa questão.

Questionando os alunos sobre essas dificuldades, encontramos algumas respostas. A grande maioria deles afirma não ter aprendido nem se quer o básico de Geometria no ensino fundamental.

Diante dessa situação, começamos a pesquisar entre os pares no ensino fundamental e observamos que poucos professores incluíam Geometria entre os temas a serem abordados em suas aulas. Muitos afirmaram que não se sentiam seguros a inseri-la por não dominarem o conteúdo. Os que incluíam, alegaram, que por falta de tempo, não conseguiam chegar a abordá-la em sua totalidade. O fato de reservarem, em geral, o último bimestre para a abordagem desse conteúdo, levava a crer, que conscientemente ou não, a falta de tempo estava sendo usada como desculpa para a não realização do trabalho com Geometria. Para Rosa (1992), isso se deve por que:

Nas últimas décadas, o estudo da Geometria esteve praticamente banido das escolas, principalmente nas de Primeiro Grau. Ficou reduzido a alguns nomes (triângulo, retângulo, quadrado, curva simples, fechada), [...] Os livros de primeira a quarta série, em sua maioria, comprovam o descaso para com a Geometria. A matéria fica relegada às últimas páginas, onde o professor, às vezes, sequer tem tempo de chegar. No entanto, a Geometria é tão indispensável ao pleno desenvolvimento do aluno como a aritmética! Aliás, não se aprende uma sem a outra, e é neste ponto que se situa um dos maiores problemas do ensino da Matemática (ROSA, 1992, p. 46).

Indo de encontro com o que diz Rosa (1992), temos Dana (1994) que relata:

A decisão dos professores sobre a geometria a ser ensinada é profundamente influenciada pela geometria que eles tiveram (geralmente uma pincelada durante o primeiro grau seguida de um curso com definições e demonstrações no segundo grau), por aquilo que está contido nos manuais escolares de uso corrente (muito pouco) e pelo que é exigido nos exames finais de seu nível (não muito). [...] Como professora, tenho incluído em meu curso a cada ano mais geometria, pois estou convicta de que se trata de uma fonte inesgotável de idéias, [...] Alunos que não são brilhantes em aritmética às vezes são os primeiros a resolver um quebra-cabeça, os mais artísticos na criação de desenhos e os mais persistentes quando solicitados a encontrar todos os padrões ou figuras possíveis de uma dada espécie (Dana, 1994, p. 141).

Entre algumas ideias, que surgiam nas conversas e reuniões pedagógicas, alguns professores chegavam a propor que a Geometria fosse tratada como uma disciplina à parte, com esta denominação ou como desenho geométrico. Tal sugestão, poderia ser interpretada como uma forma indireta dos professores de Matemática, assegurarem para si um número maior de aulas dentro da grade curricular, poderia também significar, que não se sentindo capacitados para efetuar um trabalho adequado com o conteúdo, preferiam transferir este encargo para outro profissional. Sobre esse problema vejamos o que pensa Dana (1994):

A geometria não precisa ser ensinada como uma unidade completa, uma vez por ano. Tente, em vez disso, desenvolver uma atividade a cada dia, ou pelo menos duas vezes por semana, ao longo do ano. As crianças estarão se enriquecendo matematicamente, e você poderá se inspirar para criar, por si próprio, mais atividades de geometria (Dana, 1994, p. 155).

Embora a insegurança da grande parcela de professores em relação à Geometria fosse inequívoca, o que mais chamava a atenção era a falta de questionamentos sobre ser possível, ou melhor ainda, ser desejável do ponto de vista pedagógico ou matemático, não trabalhar este tema, ou trabalhá-lo isolado dos demais conteúdos matemáticos. Ainda Dana (1994):

Com muita frequência a geometria é considerada pelos professores de escolas elementares simplesmente como o estudo de retângulos, segmentos de reta, ângulos, congruência e coisas do gênero. Os professores do jardim de infância ensinam a reconhecer figuras (círculos, quadrados e triângulos) do mesmo modo como ensinam a reconhecer letras e números. Mesmo nas séries intermediárias, a geometria muitas vezes é negligenciada até o fim do ano, quando então, às pessoas, introduzem-se algumas figuras e termos e fazem-se alguns exercícios (Dana, 1994, p. 141).

Ante o exposto, percebemos a relevância de um espaço desta pesquisa para uma reflexão do que está acontecendo com o ensino da Geometria, pois constatávamos com frequência a falta de base dos nossos alunos em conhecimentos elementares de Geometria Plana, e conseqüentemente, Espacial. Por exemplo: Em uma aula sobre as

propriedades dos triângulos, com alunos do 1º ano do ensino médio, surpreendia-nos o fato da maioria afirmar não conhecer as principais propriedades dos triângulos - como a soma dos seus ângulos internos ser igual a 180° -, ou que todo triângulo que tem um ângulo maior que 90° é chamado de triângulo obtusângulo, ou que todo triângulo tem sempre três alturas, ou que a área de um círculo é calculada pelo produto do diâmetro pela constante π .

Embora esses conteúdos fossem assuntos que já deveriam ter sido estudados no ensino fundamental, boa parte afirmava que raramente estudou Geometria e portanto não sabia quase nada sobre essa matéria.

Em turmas do 2º ano, quando íamos começar o conteúdo de circunferência e círculos, era praxe iniciarmos com o seguinte questionamento: cite exemplos de círculos, circunferências e esferas. A confusão era geral, alguns indicavam como círculos bola de futebol, bola de gude e roda de bicicleta e como circunferência surgiam nomes como pizza, dvd, entre outros.

Diante das circunstâncias, é inevitável a pergunta: o que estes alunos estudaram de Geometria durante todo ensino fundamental? Agora, quando questionamos sobre quem sabe decorado a fórmula de Bhaskara ou sobre o valor do delta na equação $ax^2 + bx + c = 0$ com $a \neq 0$, são raros os que ficam sem responder. A esse respeito, Souza (2001) salienta:

Os professores de Matemática - salvo raras exceções - têm, em geral, acentuada tendência para o algebrismo árido e enfadonho. [...] O maior inimigo da Matemática é, sem dúvida, o algebrista - que outra coisa não faz senão semear no espírito dos jovens essa injustificada aversão ao estudo da ciência mais simples, mais bela e mais útil. (Souza, 2001, p. 6)

Uma consequência direta à falta de conhecimentos básicos de Geometria plana, diz respeito à pouca capacidade de percepção espacial da maioria de nossos alunos (e de pessoas, em geral), requerida no exercício ou compreensão de múltiplas e variadas atividades profissionais.

Mesmo nos cursos superiores de Matemática que tivemos a oportunidade de frequentar, constatamos que a maioria dos alunos apresentava dificuldades em compreender os processos de demonstrações dessa disciplina, ou eram incapazes de usá-los, ou mesmo de utilizar representações geométricas para a visualização de conceitos matemáticos.

2.3 Importância do Ensino da Geometria

É evidente que a pouca importância dada ao ensino da Geometria nos currículos escolares pode causar sérios prejuízos à formação dos alunos. Pois ela constitui parte

importante do currículo, é a partir dela que o indivíduo desenvolve o pensamento espacial.

Trabalhando o pensamento geométrico haverá uma contribuição para a aprendizagem de números e medidas. As atividades geométricas, como outras em Matemática, permitem também ao aluno identificar regularidades, buscar semelhanças e diferenças, argumentar a favor ou contra, fazer conjecturas. Pois ela ajuda na inserção do indivíduo no espaço Terra, da utilização deste espaço, da sua divisão, e da construção de estratégias para resolver problemas relacionados à forma e ao espaço.

Entretanto, sem pretender analisarmos aqui, em profundidade, o papel da Geometria na formação do aluno, há, no entanto, algumas observações a serem feitas a partir de posicionamentos de alguns autores sobre a questão.

Preocupados com os rumos do ensino da Geometria, pesquisadores em todo o mundo têm concedido destaque ao tema "o que"ensinar de Geometria e "como"fazê-lo. Nesta busca em resgatar a qualidade do ensino da Geometria vale ressaltar, a necessidade de cultivar e desenvolver não apenas o pensamento sequencial, preponderante na álgebra, mas principalmente o pensamento visual, dominante na Geometria, já que ambos são essenciais aos problemas matemáticos. Quanto a isso, Usiskin (1994) afirma:

Embora a geometria derive do mundo físico, suas ligações com esse mundo são ignoradas na grande maioria dos textos escolares elementares. E, mesmo quando encontradas nesses livros, as ligações da geometria com o mundo real parecem não ter uma direção muito precisa. Ordenar essas ligações é um problema curricular não resolvido (Usiskin, 1994, p. 33).

Ressaltar o papel da Geometria não significa minimizar o da Álgebra. Há necessidade de cultivar e de desenvolver tanto o pensamento visual, dominante na Geometria, quanto o sequencial, preponderante na Álgebra, pois ambos são essenciais à Educação Matemática. A prioridade dada, ainda recentemente, à Álgebra, tanto na pesquisa como no ensino da Matemática, acabou por desenvolver somente um tipo de pensamento. É necessário, portanto, restabelecer o equilíbrio, retomando-se o ensino da Geometria.

Abordar a Álgebra de modo não muito significativa, pode-se conduzir os educandos a operar sem questionar sobre o que faz e sobre o uso das regras pré-estabelecidas, ao passo que o trabalho realizado com Geometria favorece a análise de fatos e de relações, o estabelecimento de ligações entre eles e a dedução, a partir daí, de novos fatos e novas relações, proporcionando, assim, o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo.

Se por alguns instantes pararmos para observar com atenção uma sala onde eventualmente nos encontramos ou a natureza que se aprecia de um banco de jardim, perceberemos que as formas geométricas, que nos foram propostas em sala de aula, ali se manifestam com intensa e significativa presença (Antunes, 2006, p. 86).

Diante de tudo que foi exposto, percebemos que os professores de Matemática precisam comprar essa ideia e fazer cada um a sua parte. Portanto, é preciso abandonar a forma tradicional de ensinar Geometria, ou seja, somente através de demonstrações, teoremas e postulados, onde o aluno não passa de mero expectador. Precisamos aplicar a Geometria na vida do educando, através de situações do seu dia a dia, de modo que o aluno participe da construção do conhecimento. E quando isso não for possível, que pelo menos se trabalhe essa matéria de maneira lúdica, e dessa forma, desperte o interesse do aluno. Uma das várias maneiras que se pode trabalhar essa ludicidade é através de oficinas, jogos e utilização de material concreto. Kenney (1994, p. 107) explicita seus pressupostos:

A geometria, tal como é ensinada tradicionalmente, precisa mudar. Chegou o momento de refletir sobre sua evolução nos dois últimos milênios e perceber que ela deve incorporar também a tecnologia do presente. Os alunos de geometria deveriam aprender como os conceitos e ideias dessa matéria se aplicam a uma vasta gama de feitos humanos na ciência, na arte e no mercado. Além disso, deveriam experimentar a geometria ativamente.

Por fim, relacionamos algumas bibliografias dos principais Geômetras da história todos citados por Souza (2001):

TALES DE MILETO célebre astrônomo e matemático grego. Viveu cinco séculos antes de Cristo. Foi um dos sete sábios da Grécia e fundador da escola filosófica denominada Escola Jônica. Foi o primeiro a explicar a causa dos eclipses do Sol e da Lua. Descobriu várias proposições geométricas. Morreu aos noventa anos de idade, asfixiado pela multidão, quando se retirava de um espetáculo. (SOUZA, 2001, p. 14)

PITÁGORAS matemático e filósofo grego. Nasceu seis séculos a. C, na ilha de Samos. Fundou em Crótona, ao sul da Itália, uma escola filosófica que se tornou notável. Os seus discípulos denominavam-se os pitagóricos. Sobre a vida de Pitágoras há uma trama infundável de lendas. Morreu, em 470 a.C, assassinado em Tarento durante uma revolução política. (SOUZA, 2001, p. 29)

PLATÃO geômetra e filósofo grego. Nasceu em Atenas no ano 430 e morreu no ano 347 a. C. Instruiu-se a princípio no Egito e mais tarde entre os pitagóricos. Introduziu na Geometria o método analítico, o estudo das seções cônicas e a doutrina dos lugares geométricos. Apelidou Deus o Eterno Geômetra e mandou escrever por cima da entrada de sua escola Não entre aqui quem não for geômetra. (SOUZA, 2001, p. 36)

ARISTÓTELES nasceu na Macedônia 384 a.C. Foi mestre e amigo de Alexandre, e deixou um grande número de obras de História Natural, Lógica, Física, Matemática, Política etc. O nome de Aristóteles é muitas vezes citado como a personificação do espírito filosófico e cientista. As obras de Aristóteles, depois da morte desse filósofo, estiveram esquecidas durante duzentos anos. (SOUZA, 2001, p. 55)

UM PAPA GEÔMETRA: Gerbert, geômetra famoso, arcebispo de Ravena, subiu à cátedra de São Pedro no ano 999. Esse homem, apontado como um dos mais sábios de seu tempo, teve o nome de Silvestre II na série dos papas. Foi o primeiro a vulgarizar no Ocidente latino o emprego dos algarismos arábicos. Faleceu no ano de 1003. (SOUZA, 2001, p. 56)

ARQUIMEDES o mais célebre dos geômetras. Viveu três séculos antes de Cristo. É admirável a obra que realizou com os fracos recursos da ciência de sua época. Produziu memoráveis trabalhos sobre assuntos de Aritmética, Geometria, Mecânica, Hidrostática e Astronomia. De todos esses ramos da ciência, tratou com maestria "apresentando conhecimentos novos, explorando teorias novas, com uma originalidade que dá ao geômetra o mais alto posto na História". Morreu em 212 a.C, assassinado por um soldado romano. (SOUZA, 2001, p. 70)

ERATÓSTENES astrônomo grego notável e amigo do célebre Arquimedes. Era poeta, orador, matemático, filósofo e atleta completo. Tendo ficado cego em consequência de uma oftalmia, suicidou-se de desgosto, deixando-se morrer de fome. Viveu quatro séculos a.C. (SOUZA, 2001, p. 79)

HIPARCO um dos mais eminentes astrônomos gregos, nasceu em 160 a.C. Ao ser informado do aparecimento de uma estrela de grande brilho, resolveu compor um catálogo no qual conseguiu reunir 1.080 estrelas fixas. Foi o primeiro a fixar a posição de um ponto da superfície da terra com auxílio da latitude e da longitude. (SOUZA, 2001, p. 89)

EUCLIDES um dos mais famosos geômetras da Antiguidade, nasceu no ano 300 a.C. e morreu em 275 a.C. Estudou em Atenas com os sucessores de Platão. Escreveu uma obra, intitulada Os elementos, que se tornou notável. Construiu as suas teorias geométricas baseado em várias proposições (postulados e definições) aceitas sem demonstrações. O V postulado o das paralelas foi que D'Alembert denominou o escândalo da Geometria. (SOUZA, 2001, p. 101)

PTOLOMEU - célebre astrônomo grego. Nasceu no Egito no século II e muito contribuiu, com seus estudos, para o desenvolvimento da Matemática e da Geografia. Admitia que a Terra era fixa e colocada no centro do nosso sistema. Escreveu uma obra para provar que o espaço não podia ter mais de três dimensões. (SOUZA, 2001, p. 115)

Portanto, percebemos a grande importância da Geometria no desenvolvimento da humanidade. No próximo capítulo trataremos sobre o jogo como ferramenta para o ensino de Matemática com foco na aprendizagem da Geometria.

3 O Jogo Como Ferramenta Para o Ensino da Matemática

Matemáticos criadores nunca se envergonham de seu interesse por assuntos recreacionais [...] (GARDNER, 1998, p. 13).

Não há homens mais inteligentes do que aqueles que são capazes de inventar jogos. É aí que o espírito se manifesta mais livremente. Seria desejável que existisse um curso inteiro de jogos tratados matematicamente (LEIBNIZ, 1715)

As duas epígrafes acima resumem bem a importância dos Jogos para a Matemática. A frase de Gardner, não causa muito impacto pelo fato do mesmo sempre ter trabalhado nessa linha. Porém, surpreende a concepção de Jogo para Leibniz, considerado um dos grandes estudiosos do Cálculo diferencial e Integral.

3.1 Definição e Teorias Sobre Jogo

Precisamos modificar nossa prática docente, para que possamos competir com as inúmeras formas de entretenimento que nossos alunos têm acesso dentro e fora das escolas. Fica difícil mantê-los concentrados em sala de aula, sabendo que poderiam estar usando *WhatsApp*, *Facebook* ou quem sabe jogando *Xbox* ou *Playstation*.

Ensinar por meio de Jogos é uma excelente alternativa para desenvolvermos aulas mais atraentes e dinâmicas. Não podemos continuar planejando e conduzindo nossas aulas como duas ou três décadas atrás, ou seja, aulas tradicionais, onde o centro das atenções era o professor e não o aluno. Quanto a isso, Alves (2009) ressalta:

Observando criticamente o cotidiano de sala de aula e por não concordar com a prática pedagógica tradicional, estática, com o trabalho realizado de forma excessivamente centralizada na figura do professor, no qual o aluno é passivo, submisso, ouvindo e obedecendo, sendo, portanto heterônimo, busquei meios para mudar essas ações por outras que possibilitem aos alunos gostar das aulas, ter interesse em frequentá-las e estudar os conteúdos, minimizando os traumas e medos matemáticos. (ALVES, E., 2009. p. 12)

Gardner (1961) - um dos maiores matemáticos recreacionistas -, define o Jogo no ensino de Matemática, da seguinte maneira: "... os jogos matemáticos, assim como as matemáticas recreativas, são matemáticas carregadas de ludicidade [...]"(Gardner, 1961 apud Grando, 2004, p. 9). A autora acrescenta ainda que:

Pensar na atividade com jogos como uma metodologia, ou mesmo como uma teoria recentemente discutida, é um grande equívoco. Platão já acreditava na ação dos jogos educacionais ao ensinar seus discípulos por meio de jogos com palavras e/ou jogos lógicos (dialética). Comenius (1997), talvez o pedagogo mais expressivo do século XVII segundo educadores como Piaget, em sua célebre obra *Didática Magna*, discute os princípios didáticos infalíveis para a aprendizagem do aluno e, dentre eles, aborda a utilização de materiais, simulações (jogos) e situações concretas como fontes enriquecedoras de aprendizagem com facilidade e solidez (Grando, 2004 .p. 10).

Ensinar e aprender Matemática não precisa ser chato e enfadonho. Os Jogos, se bem planejados, são excelentes ferramentas pedagógicas para a construção do conhecimento matemático. A utilização de Jogos no ensino dessa disciplina tem o objetivo de fazer com que os alunos gostem de aprendê-la, quebrando a rotina da sala e despertando o interesse do estudante. A metodologia empregando jogos, como sudoku, dominós, baralhos, trilhas, jogo da velha 2D e 3D, cruzadinhas, quis matemático, jogos matemáticos eletrônicos, etc, permite que o aluno faça da aprendizagem um processo interessante e lúdico. Alves (2009) faz as seguintes observações a respeito do uso de Jogos como estratégia de ensino e aprendizagem da matemática no ensino médio:

[...] a educação por meio de jogos tem se tornado, nas últimas décadas, uma alternativa metodológica bastante pesquisada, utilizada e abordada de variados aspectos. Tais trabalhos, entretanto, ocorrem em torno de jogos aplicados na pré-escola e nas primeiras séries do ensino fundamental. Poucas ainda são as pesquisas que enfatizam o uso de jogos no ensino de 5^a a 8^a série do ensino fundamental, no ensino médio e de modo mais específico no ensino da matemática. (ALVES 2009. p. 15)

Sabendo do tamanho do potencial que os Jogos oferecem para as aulas de Matemática, é fundamental que resemos um espaço em nossos planejamentos para pesquisarmos ou criarmos tais ferramentas. Geralmente os cursos de licenciaturas não oferecem em seus currículos disciplinas voltadas para a prática/confecção de jogos educativos. Quase sempre contemplam apenas uma ou duas cadeiras direcionadas ao laboratório de ensino de Matemática (LEM). Em Grando (2004, p.35) vamos encontrar o seguinte esclarecimento:

Necessitamos que o currículo escolar seja redimensionado, criando espaços de tempo para os jogos, a fim de que eles sejam respeitados e assumidos enquanto uma possibilidade metodológica ao processo de ensino-aprendizagem de conceitos (Grando, 2004, p. 35).

Os Jogos podem ser empregados tanto para introduzir um conteúdo, como para amadurecer assuntos já abordados. No entanto, precisamos escolher e preparar tais ferramentas com bastante cuidado, para que possamos levar o educando a adquirir e assimilar os conceitos matemáticos de maior importância para sua formação.

A resolução de problemas, o raciocínio matemático, a modelagem e os softwares educacionais são alguns aspectos valiosos para a educação matemática. Uma vez que esta é também uma forma de comunicação, uma segunda linguagem, dessa forma é essencial que as aulas de Matemática funcionem como um espaço que propiciem aos estudantes a possibilidade de comunicarem suas ideias. Neste sentido, as atividades em grupo são de extrema importância, pois permitem aos alunos aprenderem a trabalhar em grupo. Os Jogos podem ser um bom aliado neste sentido, pois, enquanto os alunos jogam, vão percebendo as finalidades de cada Jogo, partilhando significados e compreendendo conceitos através dos diálogos que surgem naturalmente durante o desenvolvimento deste tipo de atividade. Para Grandó (2004):

[...] Quando nos referimos à utilização de jogos nas aulas de Matemática como um suporte metodológico, consideramos que tenha utilidade em todos os níveis de ensino. O importante é que os objetivos com o jogo estejam claros, a metodologia a ser utilizada seja adequada ao nível em que se está trabalhando e, principalmente, que represente uma atividade desafiadora ao aluno para o desencadeamento do processo (Grandó, 2004, p. 24-26).

Contudo, alguns professores de Matemática ainda acreditam que os Jogos, por serem uma atividade lúdica, embora inerente ao desenvolvimento intelectual, emocional e social do aluno e da cultura humana, podem transmitir uma ideia errada aos estudantes, ou seja, a Matemática lúdica é divertida e, sem jogos, volta a ser difícil, aborrecida e chata. Por este motivo, é necessário aperceber-se que durante os jogos há um espaço para a imaginação e a criatividade, mas é crucial definir uma estratégia da sua utilização adequada na sala de aula mantendo o cuidado de fazermos sempre a contextualização com o real. Do ponto de vista de Alves (2009)

Por acreditar ser desejo dos educadores poder criar em sala de aula uma atmosfera de interesse e motivação, permitindo ao educando uma total e autônoma participação no processo ensinar-aprender-avaliar, é que não desejava ser mera repetidora de conteúdos, mas manter uma atuação dinâmica com relação à aplicação destes. (ALVES, E., 2009. p.11)

Não existe um caminho específico que seja considerado o melhor para o ensino de qualquer disciplina, em especial da Matemática. Vários são os recursos e as propostas que o educador pode escolher, com base em sua prática, em sua vivência e sua experiência, para que a aprendizagem ocorra com bons resultados.

Os Jogos matemáticos são citados nos PCNs como uma proposta de trabalho na qual os educandos aprendem brincando, sem a conotação de obrigatoriedade ou imposição do professor, mesmo que, para jogar, tenham de seguir regras predeterminadas, ou convenções muitas vezes criadas por eles mesmos. Através dessa prática pedagógica, os alunos aprendem a se integrar e a interagir uns com os outros. Relacionando-se melhor com os colegas, respeitando suas divergências e opiniões, ou seja, valorizam seus pares como eles são. Portanto, aprendem assim a se conhecer melhor, transformando-os em sujeitos conscientes, preocupados com sua formação e contribuindo para a formação do seu colega.

Outro aspecto relevante na prática de ensinar através de Jogos é o desafio natural que eles provocam no aluno, gerando interesse e prazer em participar dessa atividade. Entre outros, esse é um dos motivos pelos quais essa metodologia deve fazer parte do contexto da sala de aula, restando ao professor analisar e avaliar sua aplicação. A visão de Antunes (2006), sobre a produção dos Jogos é:

Embora existam no comércio vários jogos [...] é interessante que a escola os possua para que seus alunos em grupos pequenos possam explorar esses desafios, a impossibilidade de compra não impede que sejam os mesmos providenciados com sucata para seu uso em situações diversas. Mesmo sem o emprego de regras, a atividade já é pelo manuseio e conversa interior e exterior um produtivo estímulo (Antunes, 2006, p. 26 - 27).

Cabe, ainda, ressaltar que as práticas educativas quando desenvolvida com jogos, atendem também às propostas do PCNs, quando se promove a participação em atividades voluntárias, desvinculadas de notas, de forma a não pressionar os educandos.

3.2 Objetivos, Vantagens e Desvantagens dos Jogos para o Ensino da Matemática

"Costumava sentir-me culpado por passar dias inteiros ocupado com jogos, quando era suposto fazer Matemática. Mas depois, quando descobri os números surreais, compreendi que jogar jogos é Matemática." John Horton Conway, 1999

Os principais objetivos a serem atingidos, quando se trabalha com jogos, são os seguintes: estimular a construção do conhecimento matemático e de outras disciplinas; revisar ou aprimorar temas já abordados com a classe, estimulando ainda mais a aprendizagem; desenvolver a atenção, a concentração, a percepção e o raciocínio lógico, que são fundamentais na aquisição do conhecimento; desenvolver a criatividade e a cooperação; aprender a conviver com seus pares, respeitando e aceitando as diferenças; melhorar o relacionamento entre os colegas de sala, ensinando a lidar com suas emoções

e seus limites e principalmente a valorizar o trabalho em grupo. Vejamos o que diz Grando (2004, p. 20) a esse respeito:

É necessário que a escola esteja atenta à importância do processo imaginativo na constituição do pensamento abstrato, ou seja, é importante notar que a ação regida por regras - o jogo - é determinada pelas idéias do indivíduo e não pelos objetos. Por isso sua capacidade de elaborar estratégias, previsões, exceções e análise de possibilidades acerca da situação de jogo perfaz um caminho que leva à abstração. A escola deve estar preocupada em propiciar situações de ensino que possibilitem as seus alunos percorrem este caminho, valorizando a utilização de jogos nas atividades escolares.

Grando (2004, pp. 31-32) enumera as vantagens e desvantagens quando se trabalha o Jogo nas aulas de Matemática:

Vantagens

- (re) significação de conceitos já aprendido de uma forma motivadora para o aluno;
- introdução e desenvolvimento de conceitos de difícil compreensão;
- desenvolvimento de estratégias de resolução de problemas (desafio dos jogos);
- aprender a tomar decisões e saber avaliá-las;
- significação para conceitos aparentemente incompreensíveis;
- propicia o relacionamento das diferentes disciplinas (interdisciplinaridade);
- o jogo requer a participação ativa do aluno na construção do seu próprio conhecimento;
- o jogo favorece a interação social entre os alunos e a conscientização do trabalho em grupo;
- a utilização dos jogos é um fator de interesse para os alunos;
- dentre outras coisas, o jogo favorece o desenvolvimento da criatividade, do senso crítico, da participação, da competição sadia, da observação, das várias formas de uso da linguagem e do resgate do prazer em aprender;
- as atividades com jogos podem ser utilizadas para desenvolver habilidades de que os alunos necessitam. É útil no trabalho com alunos de diferentes níveis;
- as atividades com jogos permitem ao professor identificar e diagnosticar algumas dificuldades dos alunos.

Desvantagens

- quando os jogos são mal utilizados, existe o perigo de dar ao jogo um caráter puramente aleatório, tornando-se um apêndice em sala de aula. Os alunos se sentem motivados apenas pelo jogo, sem saber porque jogam;
- o tempo gasto com as atividades de jogo em sala de aula é maior e, se o professor não estiver preparado, pode existir um sacrifício de outros conteúdos pela falta de tempo;
- as falsas concepções de que se devem ensinar todos os conceitos através de jogos. Então as aulas, em geral, transformam-se em verdadeiros cassinos, também sem sentido algum para o aluno;
- a perda da ludicidade do jogo pela interferência constante do professor, destruindo a essência do jogo;
- a coerção do professor, exigindo que aluno jogue, mesmo que ele não queira, destruindo a voluntariedade pertencente à natureza do jogo;
- a dificuldade de acesso e disponibilidade de material sobre o uso de jogos no ensino, que possam vir a subsidiar o trabalho docente.

Portanto, percebemos que os Jogos podem ser uma excelente opção de metodologia de ensino quando utilizado de forma bem planejada por parte do professor. Vale ressaltar, que não devemos necessariamente, trabalhar todas as aulas de Matemática utilizando-se de Jogos. Cabe ao professor ter o bom senso e aplicar a metodologia mais adequada para cada conteúdo. Porém, segundo Antunes (2006, p. 72) "Não existe, [...], razão para que os puzzles sejam olhados apenas como brinquedos lúdicos. Se desejares que sejam visto dessa forma, que ao menos se reconheça que são excelentes brinquedos pedagógicos. [...]"

No capítulo seguinte, trataremos das aplicações e vantagens de abordar o ensino de Matemática/Geometria através de material manipulativos.

4 O Material Manipulativo Como Recurso Didático

Aqueles que não acreditam na importância do material didático no ensino da Matemática ou que até condenam mesmo o seu uso, foram, provavelmente, influenciados pela observação de um mau emprego desse material. (Ernet. R. BRESLICH)

Neste capítulo trataremos do tema: Materiais Manipulativos (também chamado de Material Concreto ou Material Manipulável) utilizados no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, mais especificamente na disciplina de Geometria. O Material Manipulativo tem como principal função incrementar as aulas, quebrar a rotina, aumentar o interesse do aluno, facilitar a aprendizagem, entre outros.

Não precisamos necessariamente trabalhar todas as nossas aulas com Materiais Manipuláveis. Porém, é consenso entre os educadores da importância de iniciarmos o estudo de matemática partindo da manipulação de objetos concretos, pois estes facilitam a compreensão dos conceitos. A esse respeito, Cavalcante (2006, p. 32), salienta:

Quando a criança manipula materiais concretos, compreende mais facilmente conceitos, fórmulas, teorias e idéias. O professor da Universidade Estadual de Campinas, Sérgio Lorenzato, trabalha com alguns objetos simples, que desafiam o aluno, e outros que explicam o sentido das fórmulas utilizadas nas aulas de Matemática. Com os brinquedos, Lorenzato demonstra a utilidade da topologia, um tipo de geometria que faz o aluno começar suas descobertas espaciais [...]

No entanto, precisamos ter cuidado quando formos implantar essa prática em nossas aulas, pois ao assumirmos essa metodologia devemos pesquisar e adaptar materiais para os conteúdos que desejamos abordar. Em Lorenzato (2006) vamos encontrar os seguintes esclarecimentos:

Para apresentar um assunto, para motivar os alunos, para auxiliar a memorização de resultados, para facilitar a redescoberta pelos alunos? São as respostas a essas perguntas que facilitarão a escolha do MD [material didático] mais conveniente à aula. (LORENZATO, 2006, p. 18)

Assim, o professor de matemática, ao planejar sua aula, precisa perguntar se: será conveniente, ou até mesmo necessário, facilitar a aprendizagem com algum material didático? Com qual? Em outras palavras, o professor está respondendo as questões: Por que material didático?, Qual é o material? e Quando utilizá-lo?. Em seguida, é preciso perguntar-se: Como esse material deverá ser utilizado? (LORENZATO, 2006, p. 24).

Portanto se bem planejado, os Materiais Manipuláveis catalisam a aprendizagem matemática de nossos alunos.

4.1 As Diversas Metodologias

Numa sala de aula, muitos são os fatores que interferem na aprendizagem do aluno, tais como: espaço físico, predisposição a aprender, estímulos, técnicas e metodologias de ensino escolhidas adequadamente em função do assunto a ser trabalhado, ambiente tranquilo, criatividade, capacitação e preparo do professor, entre outros. Veja a opinião de Rêgo; Rêgo (2000) a esse respeito:

De acordo com a teoria Construtivista, a aprendizagem ocorre através da ordenação e reordenação de ações, inicialmente efetuadas sobre objetos concretos aumentando-se, gradativamente, o nível de abstração e de formalização. [...] Dentro desta teoria, o material concreto tem fundamental importância. A partir de uma utilização adequada do mesmo os alunos passam a ter uma nova visão do que seja Matemática, vencendo os mitos e preconceitos negativos de que esta é uma disciplina cujo aprendizado é difícil [...] (RÊGO; RÊGO, 2000, p. 18)

Métodos de ensino são temas muito discutidos entre os profissionais da educação, no entanto, sabemos que não existe um que seja necessariamente melhor que o outro, pois, em determinados momentos, um complementa o outro para que seja desenvolvido o conteúdo de forma mais rica e eficiente. Ainda Rêgo; Rêgo (2000, p. 11):

[...] não se tem obtido, através do ensino tradicional, uma formação onde a autonomia intelectual, a capacidade de reflexão crítica e de trabalho em equipe, a criatividade para enfrentar e se adaptar a novas situações, e de aplicar os novos conhecimentos adquiridos, estejam presentes e atinjam a maioria de nossos alunos. [...]

Torna-se, então premente a introdução de novas metodologias de ensino onde o aluno seja sujeito da aprendizagem, respeitando-se o seu contexto e levando em consideração os aspectos recreativos e lúdicos das motivações próprias de sua idade, sua imensa curiosidade e desejo de realizar atividades em grupo.

Uma aula de Matemática eficaz necessita que façamos um planejamento criterioso, com estratégias bem definidas, levando o educando a refletir, pensar, analisar e concluir, atingindo, dessa maneira, os objetivos propostos. Para o professor alcançar êxito em sua prática docente, é fundamental que a escolha da metodologia seja adequada.

A aprendizagem matemática está diretamente relacionada à compreensão. A especificidade dessa disciplina exige que a mesma seja trabalhada de forma significativa, de modo que o educando consiga fazer a leitura do seu cotidiano.

As aulas de Matemática devem ser o melhor local para preparar os alunos que a sociedade atual exige. Desta forma, os educadores só conseguiram corresponderem a estas novas exigências através de uma urgente inovação do currículo, de uma nova visão pedagógica e da aplicação adequada dos recursos pedagógicos. Rêgo; Rêgo (2000), afirmam:

[...] Através de experiências realizadas com material concreto, o aluno desenvolve o gosto pelo prazer da descoberta, para enfrentar desafios e de vencê-los, desenvolvendo hábitos e costumes que o conduzirão mais tarde a ser um indivíduo autônomo e capacitado a agir (RÊGO; RÊGO, 2000, p. 17).

Tanto educandos como educadores, enfrentam grandes dificuldades frente ao processo ensino e aprendizagem em Matemática. Geralmente o educando não consegue entender a Matemática ensinada pela escola, muitas vezes é reprovado nesta disciplina, ou então, mesmo que consiga aprovação, sente dificuldades em por em prática o conteúdo apreendido, ou seja, não consegue efetivamente ter acesso a esse saber de fundamental importância para seu desenvolvimento. Portanto, incrementar as aulas com Materiais Concretos e/ou jogos é uma boa maneira de dinamizá-las. Quanto a isso, Rêgo; Rêgo (2000, p. 12) ressaltam:

Pratica-se muito em nossas Escolas o hábito do não provei, não gostei. Há um preconceito estabelecido contra toda tentativa de mudança. Várias vezes ouvimos a frase este ensino, através de brinquedinhos, não funciona. Certamente seus autores desconhecem os princípios psico-pedagógicos que norteiam tais inovações, acreditando que o caráter abstrato da Matemática não estaria de acordo com o uso de materiais concretos, particularmente jogos e quebra-cabeças.

Os professores, por outro lado, conscientes do fracasso por não conseguirem alcançar os resultados almejados perante seus alunos e tendo dificuldades de, por si só, repensar suas metodologias, procuram novos elementos - geralmente, meras receitas de como ensinar determinados conteúdos - acreditando que este quadro possa melhorar.

Atualmente, os professores dispõem de várias metodologias de ensino que enriquecem sua prática docente, contribuindo para a melhoria da Educação Matemática. Entre

muitas outras, podemos citar: resolução de problemas, projetos, historia da Matemática, modelagem, etnomatemática, ferramentas tecnológicas como os computadores e as calculadoras -, jogos matemáticos e utilização de Materiais Manipuláveis.

4.2 Classificação dos Materiais Manipulativos e Dicas de Utilização

A maioria dos Materiais Manipuláveis se adapta a vários conteúdos, objetivos e também a turmas de diferentes idades. Eles despertam a curiosidade e estimulam os alunos a fazerem perguntas, a descobrir semelhanças e diferenças, a criar hipóteses e a chegar às próprias soluções, enfim, a se aventurar pelo mundo da Matemática de maneira lúdica.

Os Materiais Manipulativos são divididos em estruturados e não estruturados.

- Materiais Manipulativos não-estruturados são do tipo: bolas de gude, carretéis, caixas de papelão, tampas de garrafa, palitos de picolé e outros objetos do cotidiano. Estes não têm função determinada e seu uso depende da criatividade do professor. É comum utilizá-los para trabalhar contagem e conceito de grupos, entre outros.
- Materiais Manipulativos Estruturados são os que apresentam ideias matemáticas bem definidas, entre eles temos: geoplano, material dourado, material Cuisenaire, ábaco, tangram, blocos lógicos, torre de Hanói, jogo da velha em duas e três dimensões, tabuleiro de Pitágoras, plano cartesiano tridimensional, entre outros.

De acordo com os PCNs (1997), mesmo o professor sabendo que os alunos precisam desenvolver inteligências basicamente práticas para atender às necessidades do cotidiano, inteligências essas que permitam que esses alunos reconheçam e sejam capazes de resolverem problemas, que os tornem capazes de buscarem e selecionarem informações, de tomarem decisões, enfim, inteligências que lhes possibilitem desenvolverem todas as habilidades necessárias ao real conhecimento matemático. Tem-se buscado, sem êxito, uma aprendizagem em Matemática voltada à reprodução de procedimentos e à acumulação de informações. Nem mesmo a exploração de materiais didáticos tem contribuído para uma aprendizagem efetiva, por ser realizada em contextos poucos significativos e muitas vezes de maneira artificial.

Os cursos de formação de professores não contemplam em seus currículos carga horária expressiva em relação às novas metodologias de ensino. Portanto o professor precisa ser agente de sua própria formação. Concordamos com Murari, (2011, p. 188) quando afirma que:

O fracasso escolar na disciplina Matemática, [...] ocasiona uma enorme pressão para que sejam implementadas inovações educacionais, importantes para o desenvolvimento profissional do professor e para diminuição do insucesso dos alunos. Nesse sentido, é preciso conceber o professor como um pesquisador no ambiente escolar, aquele que reflete continuamente sobre sua própria prática e que se transforma a partir daí.

O Material Manipulativo e a aplicação de jogos sem significado, que não leva o aluno a uma reflexão e, conseqüentemente, à compreensão e ao conhecimento, não faz sentido, pois desvaloriza e desestimula a participação do aluno no processo de aquisição do conhecimento. Porém, quando aplicados de maneira adequada, esses materiais são de extrema relevância no ensino da Matemática, e principalmente da Geometria, pois esta necessita de maior abstração por parte dos educandos. A esse respeito, Murari (2011) afirma:

[...] há de se ter um olhar circunspecto para que a utilização de materiais manipulativos proporcione um resultado eficaz no processo de ensino e aprendizagem. É necessário ter uma visão crítica sobre a utilização de materiais manipulativos nas aulas de geometria, buscando estimular uma contínua conexão entre a manipulação de materiais e situações que tenham sentido para o aluno. (MURARI, 2011. p.191)

Ao utilizarmos um material didático é absolutamente necessário ter o cuidado de analisar se o mesmo satisfaz e proporciona a obtenção de um dos objetivos precípuos do processo de ensino e aprendizagem, que é a compreensão dos conceitos estudados. (MURARI, 2011. p.193)

Vejam os a seguir um apanhado de algumas dicas de como utilizar bem o Material Manipulável em sala de aula.

- Planejar bem nosso trabalho;
- Determinar os conteúdos a serem desenvolvidos durante o ano e como eles podem ser aprendidos utilizando Material Manipulativo;
- Sempre que possível, utilizar o mesmo material para diferentes funções e em diferentes níveis;
- Permitir que a turma explore bastante o material antes de iniciar a aula ou oficina, é preferível que cada aluno tenha o seu. Se isso não for possível, podemos trabalhar com grupos de acordo com cada realidade;
- Apresentar situações-problema significativas e desafiadoras para nossos educandos, pois, eles precisam ter estímulo para resolvê-las;

- Observar os educandos para que percebamos quais são os raciocínios utilizados por cada um e se for necessário que possamos intervir pedagogicamente;
- É natural que a turma fique um pouco mais agitada que o normal, e conversando mais que o habitual durante esse tipo de atividade.

Concordamos com Rêgo; Rêgo (2000, p. 12), quando afirmam: "O professor que deseja mudanças que tornem mais eficiente à aprendizagem precisa ter sensibilidade para efetua-las. Deve estar seguro quanto ao conhecimento da metodologia a ser introduzida, sua fundamentação teórica, seu alcance e suas limitações [...]". Do mesmo modo, Murati (2011) alega que:

[...] aprender a ensinar de maneiras diferentes pode não ser tão simples para os professores. A mudança em sua prática é um processo que exige mudanças de comportamento como, por exemplo, ser de novo aprendiz, desenvolver novas compreensões dos conteúdos ensinados e estar engajado em um grupo de pessoas que tenham, também, o objetivo de repensar ou mudar suas práticas. Desse modo, ao aproveitar circunstâncias adequadas e favoráveis para aprender a ensinar de uma nova maneira, poderá observar tais experiências e perceber as implicações que resultam dessa aprendizagem, bem como avaliar continuamente e criticamente sua prática. (MURATI, 2011. p.189)

Salientamos, porém que, não basta somente disponibilizar os Materiais Manipulativos para os alunos e deixar que eles tentem resolver sozinhos. Alguns professores acreditam que o simples fato de usar o material torna suas aulas construtivistas e que isso garante a aprendizagem. Muitas vezes o estudante, além de não entender o conteúdo trabalhado, não compreende por que aquele material está sendo utilizado. Portanto, ao levarmos o Material Manipulativo para nossas aulas, precisamos planejar e nos perguntar se ele vai ajudar os nossos alunos a avançarem em determinado conteúdo.

No capítulo seguinte iremos analisar o perfil dos alunos que participaram do processo de seleção para a escolha dos integrantes da oficina, conhecer onde a pesquisa se desenvolveu e principalmente a aplicação da pesquisa de campo e seus resultados.

5 A Pesquisa e os Resultados

Não há ensino sem pesquisa e pesquisa sem ensino. Esses quefazer se encontram um no corpo do outro. Enquanto ensino continuo buscando, reprocurando. Ensino porque busco, porque indaguei, porque indago e me indago. Pesquiso para constatar, constatando, intervenho, intervindo, educo e me educo. Pesquiso para conhecer e o que ainda não conheço e comunicar ou anunciar a novidade (PAULO FREIRE)

Neste capítulo descreveremos a escola onde a pesquisa ocorreu, o processo de seleção dos alunos participantes e o desenvolvimento das oficinas. Analisaremos também os resultados do trabalho de campo.

5.1 O Contexto da Investigação

Este trabalho se desenvolveu na Escola Estadual de Ensino Profissional Professor Sebastião Vasconcelos Sobrinho EEEP PSVS (Figura 5.1), na qual trabalhamos desde 2013.



Figura 5.1: Local da Investigação

Fonte: Arquivo pessoal

A Escola foi inaugurada no dia 4 de março de 2011. Atualmente a escola funciona com 12 turmas em tempo integral com os seguintes cursos técnicos: Agropecuária, Agronegócio, Comércio, Contabilidade e Estética.

A infraestrutura da escola difere substancialmente das demais escolas de Ensino Médio públicas estaduais. O modelo adotado pelo estado dispõe de biblioteca, auditório, ginásio poliesportivo, dependências administrativas, anfiteatro, cozinha, refeitório, além dos laboratórios de: Biologia, Química, Matemática, Física, Línguas, Informática, Agropecuária e Procedimentos Estéticos.

A proposta pedagógica da escola tem como filosofia a Tecnologia Empresarial Socio-Educacional (TESE), oriunda de uma adaptação da Teoria Empresarial Odebrech (TEO), uma filosofia voltada para a gestão de resultados.

O quadro de magistério é composto por profissionais graduados, tendo uma maioria com nível de especialização. Os funcionários em sua maioria são terceirizados, tendo como característica marcante o compromisso e a dedicação necessária na construção de uma escola democrática, ética e com foco no sucesso dos alunos.

5.2 Os Participantes da Pesquisa

Os alunos que participaram da pesquisa foram os das turmas de 1º ano técnico integrado de Comércio e Contabilidade, cada uma delas com 45 alunos. Escolhemos trabalhar com alunos de 1º ano, por ser a única série do Ensino Médio a qual os conteúdos das oficinas não são objetos de estudos, deste modo, acreditamos em uma maior imparcialidade na pesquisa.

Dividimos cada turma em dois grupos de 22 educandos cada, os quais foram nomeados de grupo A e grupo B. Usamos as notas de Matemática do 1º bimestre como critério de divisão dos grupos, para isso, utilizamos o seguinte procedimento:

- Colocamos as notas das duas turmas em ordem crescente e separamos em 22 pares, onde cada um destes é composto por um aluno do grupo A e outro do grupo B;
- Descartamos o aluno com maior nota, para ficarmos com dois grupos de 22 integrantes cada. Estes foram encaminhados para o centro de multimeios para realizar revisão dos conteúdos já abordados;

- Entre o primeiro e o segundo aluno da lista em ordem crescente de notas, o de nota menor pertenceu ao grupo A e o de maior nota ao B. Entre o terceiro e o quarto aluno da lista, o de nota menor pertenceu ao grupo B e o de maior nota ao A. Para os próximos pares de alunos adotamos o mesmo critério, sempre alternando entre A e B, objetivando grupos os mais semelhantes possíveis.
- Dessa maneira ficamos com quatros grupos de 22 alunos, designados de A e B do curso de Contabilidade e A e B do curso de Comércio e o aluno de maior nota de cada turma ficou fora da investigação.

5.3 Metodologia Utilizada

Realizamos três oficinas e procedemos da seguinte forma:

- Nós e o professor de geometria das turmas elaborávamos o mesmo plano de aula, diferenciados apenas pela metodologia e os recursos utilizados;
- Um grupo (A ou B) ficava em sua própria sala assistindo a aula tradicional com o professor de geometria, como já era de praxe, enquanto nós realizávamos com o outro grupo a oficina que acontecia no Laboratório de Ensino de Matemática (LEM);
- O professor de Álgebra das turmas elaborava em sigilo e aplicava uma avaliação contemplando os conteúdos indicados nos planos de aula para os dois grupos, com o cuidado de não interferir de nenhuma maneira nas possíveis dúvidas dos educandos;
- A oficina e a aula ocorriam concomitantemente e duravam duas aulas de 50 minutos cada, enquanto a avaliação durava apenas 50 minutos e era aplicada logo na sequência daquelas, de modo a evitar troca de ideias entre alunos de grupo distinto;
- A correção das avaliações foi feita pelo professor de Álgebra das turmas e repassado para nós o relatório de acertos e erros de cada um dos 44 alunos participante, assim como a média de acertos e de erros de cada grupo;
- Por fim, fazíamos a análise de acertos e erros de cada grupo e gerávamos um gráfico comparativo entre eles verificando qual metodologia teve maior eficiência na aprendizagem dos conteúdos.

5.4 As Oficinas Realizadas

5.4.1 Trigonometria no Círculo Trigonométrico

A turma participante desta oficina foi a de 1º ano de ensino médio técnico integrado de Contabilidade. O plano de aula utilizado entre as duas práticas pedagógicas só difere na metodologia e nos recursos.

1. CONTEÚDOS: Transformação de graus em radiano; Revisão dos ângulos notáveis; Seno, cosseno, tangente no círculo trigonométrico; Ângulos congruos e Redução de quadrantes.
2. OBJETIVOS: Transformar unidades de medidas de ângulos; Relembrar os valores dos ângulos notáveis das razões trigonométricas do triângulo retângulo; Conceituar e identificar ângulos congruentes na circunferência trigonométrica; Proporcionar condições para que os alunos assimilem os conceitos de seno, cosseno e tangente na circunferência trigonométrica.
3. METODOLOGIA - AULA TRADICIONAL: Aula expositiva e dialogada com aplicação de atividades.
4. METODOLOGIA - OFICINAS: Realização de oficina de trigonometria utilizando o Círculo Trigonométrico confeccionado na parede com parafusos, buchas e linhas de crochê de modo a facilitar a compreensão dos conceitos de seno, cosseno e tangente, como também desenvolver a capacidade de trabalhar com ângulos congruos.
5. RECURSOS UTILIZADOS - AULA TRADICIONAL: TD com exercícios propostos, quadro branco e pincel.
6. RECURSOS UTILIZADOS - OFICINAS: Círculo Trigonométrico confeccionado na parede com parafusos e buchas; Linhas de tricô; TD com exercícios propostos; Quadro branco e pincel.

Análise dos Resultados da Oficina de Trigonometria



Figura 5.2: Construindo a Ciclo Trigonométrico

Fonte: Arquivo pessoal

Durante a oficina, utilizamos o Círculo Trigonométrico construído na parede do LEM (figura 5.4). Inicialmente os alunos preencheram o Círculo Trigonométrico com os ângulos 0° , 10° , 20° , ... , 360° confeccionados em papel adesivo, dessa forma eles já iam se familiarizando com a principal ferramenta utilizada nesta oficina.

Vale ressaltar que os alunos já haviam estudado as três razões trigonométricas seno, cosseno e tangente no triângulo retângulo, porém os professores não tinham ainda trabalhado o conceito de seno, cosseno e tangente no Círculo Trigonométrico.



Figura 5.3: Construindo o Ciclo Trigonométrico

Fonte: Arquivo pessoal

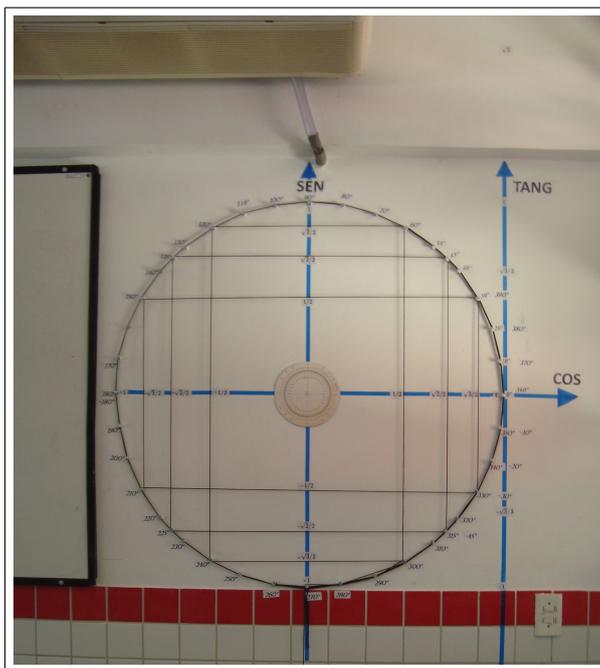


Figura 5.4: Circunferência Trigonométrica na parede do LEM

Fonte: Arquivo pessoal

Na sequência definimos Círculo Trigonométrico, unidade de medidas de ângulos, seno, cosseno e tangente. Para Neto (2012), as definições acima são respectivamente:

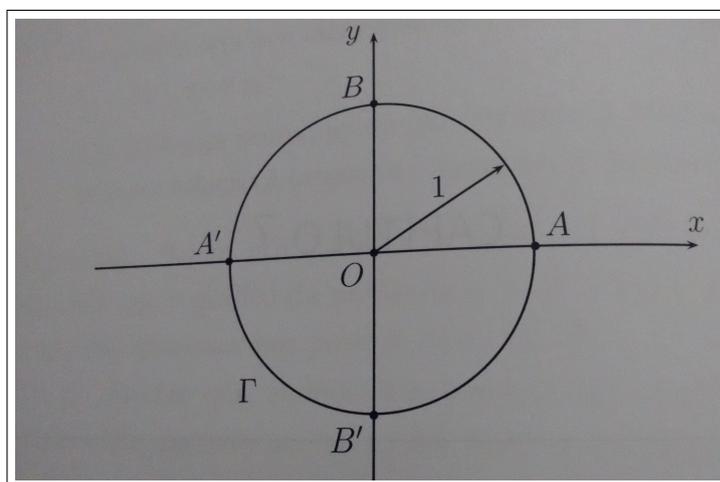


Figura 5.5: Ciclo Trigonométrico

Fonte: (NETO, 2012, p.309)

- "No plano Cartesiano, o ciclo trigonométrico é o círculo Ω da figura acima, centrado na origem $O(0; 0)$, com raio unitário e comprimento 2π . Dado um número real c , medimos sobre Ω , a partir de A , um arco de comprimento $|c|$, no sentido anti-horário se $c > 0$ e no sentido horário se $c < 0$. Sendo P a extremidade final

desse arco, dizemos que o arco \widehat{AP} (de comprimento possivelmente maior que 2π mede c radianos. [...] Sobre Ω , convencionamos que o sentido trigonométrico (de percurso) é o sentido anti-horário."(NETO, 2012, pp.309 - 310)

- " 2π radianos corresponde a 360° medidos no sentido horário a partir de A. Mas geralmente, sendo β a medida em graus e c a medida em radianos de um mesmo arco, com $c > 0$, postulamos a relação (geometricamente plausível) $\beta \cdot 2\pi = c \cdot 360$ "(NETO, 2012, p.311)
- "Para $c \in \mathbb{R}$, definimos o seno e o cosseno de c (radianos), abreviados respectivamente $\text{sen } c$ e $\text{cos } c$ por (figura 5.5): $\text{cos } c =$ abscissa de P; $\text{sen } c =$ ordenada de P. [...] A maior ordenada de um ponto de Ω é a de B(0; 1), igual a 1, ao passo que a menor ordenada é a de B'(0; - 1). Analogamente, a maior abscissa de um ponto de Ω é a de A(1; 0), igual a 1; a menor abscissa é a de A'(- 1; 0), igual a - 1. Portanto, $- 1 \leq \text{sen } c \leq 1$ e $- 1 \leq \text{cos } c \leq 1$."(NETO, 2012, p.314)
- "Se $c \in \mathbb{R}$ é tal que $\text{cos } c \neq 0$, a tangente de c , abreviada $\text{tg } c$, por $\text{tgc} = \frac{\text{sen } c}{\text{cos } c}$."(NETO, 2012, p.317)

Durante o desenvolvimento da oficina, percebemos certa facilidade de compreensão dos conceitos envolvidos. Após a finalização da aula e da oficina, os grupos se reuniram na sala de aula da turma e fizeram uma avaliação (Apêndice - A) construída e aplicada pelo professor de Álgebra da turma.

Feito a correção e analisada as médias de acerto de cada grupo, constatamos que a prática da oficina foi 0,34 mais eficiente que a aula tradicional. No gráfico abaixo temos as médias de cada grupo e a eficiência na aprendizagem dos conceitos trabalhados.

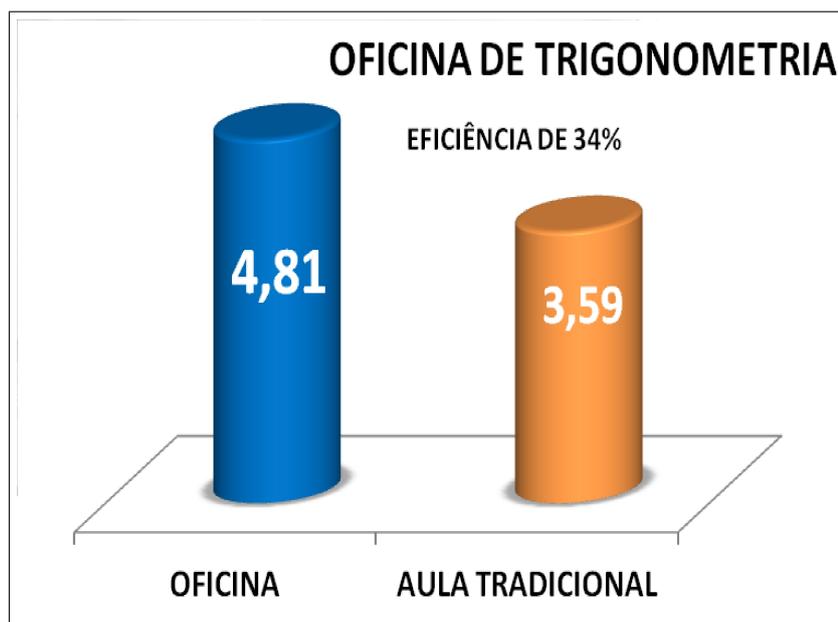


Figura 5.6: Comparativo entre as notas - Trigonometria

Fonte: Dados coletados pelo autor da pesquisa

Percebemos que as médias dos grupos não foram altas, isso pode ter sido influenciado, entre outros fatores, pelo pouco tempo destinado para realização da oficina e da aula, ou a complexidade do tema abordado. Porém, verificamos que o objetivo da investigação foi atingido, ou seja, aplicadas em condições semelhantes a metodologia utilizada com o grupo que participou da oficina teve maior eficiência na aprendizagem do que o outro que assistiu a aula tradicional.

5.4.2 Oficina de Geometria Espacial de Posição

Nesta segunda oficina, participou a mesma turma da oficina passada, porém os grupos foram invertidos com o intuito de investigarmos essa outra possibilidade.

Abaixo, temos o quadro comparativo entre os dois planos de aulas.

1. CONTEÚDOS: Conceitos primitivos de ponto, reta e plano; posições relativas entre retas: paralelismo, perpendicularidade, ortogonalidade e concorrência; posições relativas entre planos: paralelismo, perpendicularidade, e concorrência (ou secantes), além de posições relativas entre retas e planos: paralelismo (ou contidas), perpendicularidade e concorrência (ou secantes).
2. OBJETIVOS: Proporcionar condições para que os alunos assimilem os conceitos primitivos de ponto, reta e plano como também identificar a posição relativa entre retas, entre planos e entre retas e planos e aplicá-las na resolução de problemas.

3. METODOLOGIA - AULA TRADICIONAL: Aula expositiva e dialogada com aplicação de atividades e utilização de Data show para apresentação de imagens.
4. METODOLOGIA - OFICINAS: Realização de oficina de geometria espacial de posição utilizando o Jogo da velha em três versões: 2D no plano composto de 9 casas, 3D composto por 3 planos paralelos e 27 casas e 3D composto por 4 planos paralelos e 64 casas como ferramentas facilitadoras para compreensão das posições relativas entre retas, entre planos e entre retas e planos.
5. RECURSOS UTILIZADOS - AULA TRADICIONAL: Data show; TD com exercícios propostos, além de quadro branco e pincel.
6. RECURSOS UTILIZADOS - OFICINAS: Jogo da velha 2D; jogo da velha 3D com 27 casas; jogo da velha 3D com 64 casas; tabuleiro de 9 e 16 casas confeccionados em lajotas de refugo de construção, TD com exercícios propostos, além Quadro branco e pincel.

Análise dos Resultados da Oficina de Geometria Espacial de Posição



Figura 5.7: Jogos Utilizados

Fonte: Arquivo pessoal



Figura 5.8: Jogo da Velha de 27 casas planejado

Fonte: Arquivo pessoal

Enquanto um grupo assistiu a aula com o professor de Geometria da turma, o outro grupo participou da oficina de Geometria Espacial de Posição no LEM. Durante os primeiros 40 minutos da oficina, deixamos o grupo à vontade para jogarem em qualquer um dos quatro jogos (figura - 5.7) disponíveis na sala.



Figura 5.9: Todos participando

Fonte: Arquivo pessoal

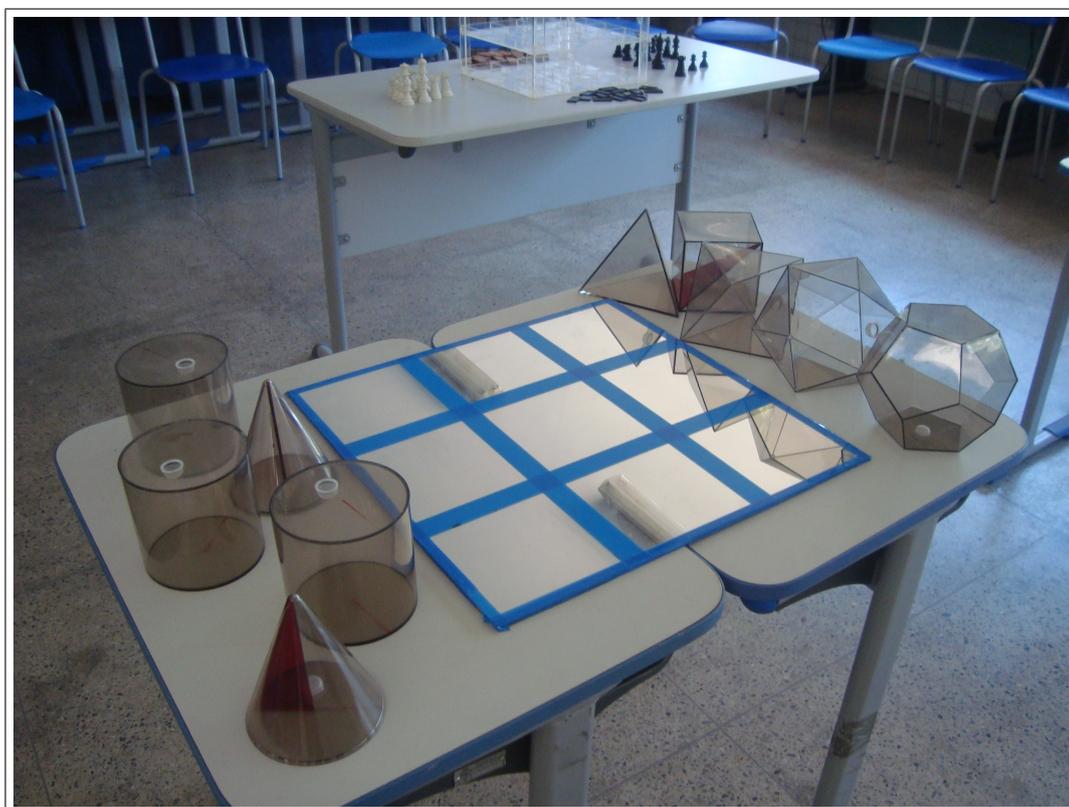


Figura 5.10: Jogo da Velha tradicional

Fonte: Arquivo pessoal



Figura 5.11: Jogo da Velha 3D com 27 casas

Fonte: Arquivo pessoal



Figura 5.12: Jogo da Velha 3D com 64 casas

Fonte: Arquivo pessoal

No decorrer das atividades, a concentração dos participantes era impressionante. Até mesmo alunos conhecidos por apresentarem grande falta de concentração nas aulas, estavam atentos aos jogos. Depois de todos participarem de várias partidas, utilizamos os quatro jogos, como também a própria sala do LEM, para trabalharmos os conceitos intuitivos de ponto, reta e plano. Além disso, abordamos também definições como: paralelismo, perpendicularismo e concorrência entre retas, entre planos e entre retas e

planos. Tratamos ainda sobre o conceito de ortogonalidade entre retas e constatamos que este era confundido com a ideia de perpendicularidade. Por fim, os alunos receberam uma lista de atividade para exercitar o que foi estudado. Sobre essas noções intuitivas, Lima et al. (2006) relatam:

O fato de ponto, reta, plano e espaço serem noções primitivas da Geometria não significa que não se possa reforçar a intuição do aluno a respeito dessas noções. De uma certa forma, isto ocorria já nos Elementos de Euclides, em que, por exemplo, ponto é definido como aquilo que não possui partes (ou seja, é indivisível), linha é o que o que possui comprimento mas não largura e reta é uma linha que jaz igualmente com respeito a todos os seus pontos (isto é, uma linha onde não existem pontos especiais). (LIMA et al. 2006, p.164)

Os mesmos autores resumem bem as possíveis relações entre retas, reta e plano e entre planos quando disponibilizam os quadros abaixo: "Em resumo, duas retas distintas do espaço estão em dos casos dados no quadro abaixo:"

Posição Relativa de r e s	Interseção de r e s	r e s são coplanares?
Concorrente	exatamente um ponto	Sim
Paralelas	Vazia	Sim
Reversas	Vazia	Não

Tabela 5.1: Posição relativa entre retas

Fonte: (LIMA et al. 2006, p. 168)

Sobre as posições entre retas e planos, os autores indagam: "Em resumo, uma reta r e um plano α podem estar em um dos casos a seguir"

Posição Relativa de r e α	Interseção de r e α
r contida em α	A própria reta r
r secante a α	um único ponto
r paralela a α	Vazia

Tabela 5.2: Posição relativa entre retas e planos

Fonte: (LIMA et al. 2006, p. 170)

Lima et al (2006, p. 172) conclue as comparações dizendo: "O quadro abaixo resume as situações possíveis para a posição relativa de dois planos distintos α e β "

Posição Relativa de α e β	Interseção de α e β
Secantes	Uma reta
Paralelos	Vazia
r paralela a α	Vazia

Tabela 5.3: Posição relativa entre planos

Fonte: (LIMA et al. 2006, p. 172) Embora noções de Geometria Espacial de Posição seja tema também do currículo do ensino fundamental, durante a realização da oficina, percebemos que muitos alunos não dominavam tais conceitos no espaço, como dominavam no plano, reforçando a deficiência no ensino da Geometria em nossas escolas. Quanto a isso, Lima et al. (2006) afirmam:

O grande desafio em ensinar Geometria a alunos do 2º grau é fazer a transição do plano para o espaço. Embora estejamos habituados a figuras geométricas tridimensionais (convivemos todo o tempo com planos, cubos, esferas, cones, cilindros, etc) é no 2º grau que tais figuras são estudadas, pela primeira vez, de forma sistemática. Esta ampliação de horizontes nem sempre é fácil para o aluno. (LIMA et al. 2006, p.161)

Após o término das atividades, os grupos se reuniram novamente e responderam a atividade elaborada pelo professor de Álgebra para avaliar os conteúdos trabalhados tanto na oficina, quanto na aula tradicional. Destacamos aqui, que o professor que conduziu a aula tradicional se utilizou da ferramenta midiática data show para complementar sua prática pedagógica, ressaltando que não tinha como trabalhar as definições e os conceitos sem esse recurso didático.

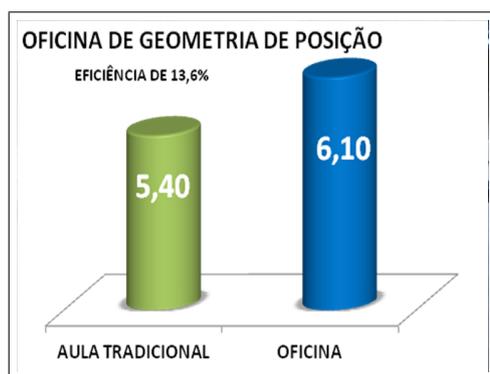


Figura 5.13: Comparativo entre as notas - Geometria Espacial

Fonte: Dados coletados pelo autor da pesquisa

A diferença entre as médias de acertos dos dois grupos diminuiu bastante em relação à primeira oficina. Não sabemos ao certo o que de fato interferiu nesta queda, porém

levantaremos aqui duas hipóteses: pode ter sido o uso do data show como apoio didático ou o próprio assunto que se caracteriza pela facilidade de aplicação e exemplificação do mesmo, onde a própria sala de aula vem a ser um excelente laboratório, ou seja, a aula tradicional não foi bem tradicional.

Considerando os recursos utilizados pelas duas práticas pedagógicas aqui apresentadas, acreditamos que os 0,136 de maior eficácia apresentada pela oficina tenha sido pelo uso dos jogos, uma vez que o professor de Geometria utilizou o data show como recurso didático.

5.4.3 Oficina de Geometria Analítica

O tema abordado nesta última oficina foi localização de pontos e distância entre dois pontos em relação à reta, ao plano e ao espaço. Este conteúdo raramente é abordado no ensino básico. Acreditamos que seja pela falta de abstração espacial dos alunos nesta etapa de ensino.

Com a intenção de ampliar a amostra da pesquisa, os alunos participantes desta oficina são da turma de 1º ano técnico integrado de Comércio, dessa maneira podemos verificar se o uso da prática pedagógica de oficinas mantém-se mais eficiente que a prática de aula tradicional, mesmo com outros participantes.

Procuramos manter a mesma dinâmica das outras oficinas, onde o professor de Geometria ministra aula, como de costume, para um dos grupos previamente selecionado e o outro grupo participa da oficina conduzida por nós na sala do LEM.

Os planos de aulas utilizados nesta oficina continuam distintos apenas na metodologia e na utilização dos recursos didáticos.

1. CONTEÚDOS: Localização de pontos: na reta real (\mathbb{R}); no plano (\mathbb{R}^2) e no espaço (\mathbb{R}^3), além de distância entre dois pontos: na reta real (\mathbb{R}); no plano (\mathbb{R}^2) e no espaço (\mathbb{R}^3).
2. OBJETIVOS: Identificar e reconhecer a posição de pontos na reta real (\mathbb{R}), no plano (\mathbb{R}^2) e no espaço (\mathbb{R}^3), assim como compreender o conceito e saber calcular a distância entre dois pontos no (\mathbb{R}), (\mathbb{R}^2) e (\mathbb{R}^3).
3. METODOLOGIA - AULA TRADICIONAL: Aula expositiva e dialogada com aplicação de atividades.
4. METODOLOGIA - OFICINAS: Realização de oficina de Geometria Analítica focada em localização de pontos e distância entre dois pontos na reta real, no plano cartesiano e no espaço utilizando régua milimetrada, geoplano retangular em madeira e sistema de eixos ortogonais tridimensional confeccionado em vidro.

5. RECURSOS UTILIZADOS - AULA TRADICIONAL: TD com exercícios propostos, quadro branco e pincel e régua em madeira milimetrada
6. RECURSOS UTILIZADOS - OFICINAS: Régua em madeira milimetrada; geoplano retangular; sistema de eixos ortogonais tridimensional em vidro; quadro branco e pincel, como também TD com exercícios propostos.

Análise dos Resultados da Oficina de Geometria Analítica

Iniciamos a oficina apresentando os objetivos e quais os materiais manipulativos seriam utilizados. Definimos coordenadas de um ponto em relação à reta, ao plano e ao espaço, como também distância entre dois pontos na reta, no plano e no espaço. A respeito da distância entre dois pontos, Delgado et al. (2013) definem:

- **Distância entre pontos da reta**

Se x e y são as coordenadas, respectivamente, dos pontos X e Y sobre o eixo E , então $d(X; Y) = |x - y|$

(Delgado et al. 2013, p.3)

- **Distância entre pontos do Plano**

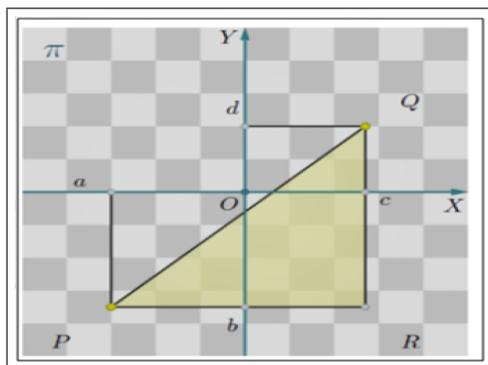


Figura 5.14: Distância entre pontos no plano π

Fonte: (Delgado et al. 2013, p.7)

Sejam $P = (a, b)$ e $Q = (c, d)$ pontos do plano π dados pelas suas coordenadas em relação a um sistema de eixos ortogonais OXY dado. Seja $R = (c, b)$ na figura acima. A distância de P e Q , que designamos $d(P, Q)$, é a medida da hipotenusa PQ do triângulo de catetos PR e QR . Sendo a distância entre os dois pontos de um eixo medida pelo módulo da diferença das suas coordenadas, as medidas desses catetos são,

respectivamente, $|PR| = |a - c|$ e $|QR| = |b - d|$. Do teorema de Pitágoras, obtemos: $d(P, Q) = \sqrt{|PR|^2 + |QR|^2} = \sqrt{(a - c)^2 + (b - d)^2}$ (Delgado et al. 2013, p.7)

- **Distância entre pontos no Espaço**

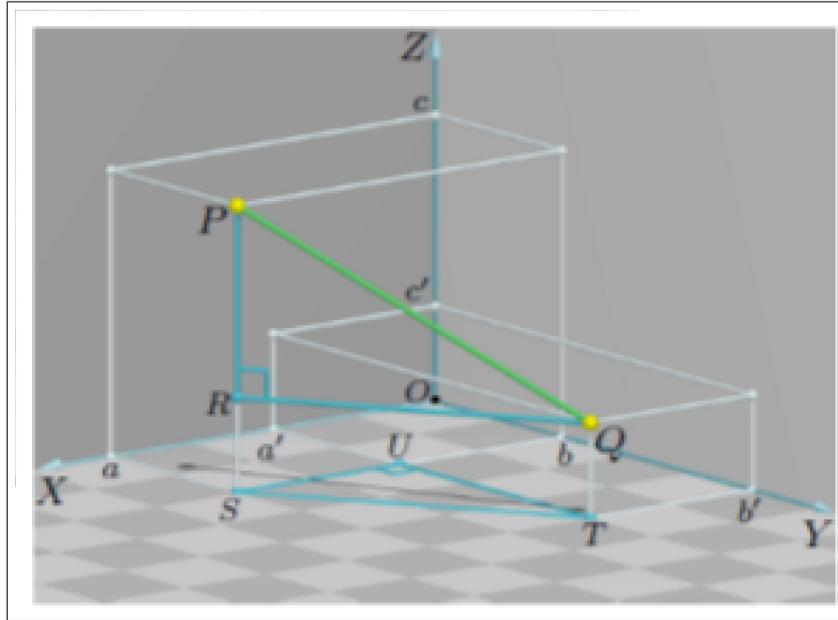


Figura 5.15: Cálculo de $d(P, Q)$

Fonte: (Delgado et al. 2013, pp.217)

Sejam $P = (a, b, c)$ e $Q = (a', b', c')$ pontos do espaço E . Começamos observando que se P e Q estão sobre uma reta paralela a um dos eixos coordenados, então eles têm duas coordenadas iguais e a distância entre eles é o módulo da diferença das coordenadas de diferentes.

Suponhamos que P e Q não estão sobre uma reta paralela a um dos eixos coordenados. Para o cálculo da distância de P a Q , vamos considerar os pontos auxiliares (figura) $R = (a, b, c')$, $S = (a, b, 0)$, $T = (a', b', 0)$ e $U = (a', b, 0)$.

Como, pela observação feita acima, $d(S, U) = |a' - a|$ e $d(U, T) = |b' - b|$, obtemos, pelo teorema de Pitágoras aplicado ao triângulo, que: $d(S, T)^2 = d(S, U)^2 + d(U, T)^2 = |a' - a|^2 + |b' - b|^2 = (a' - a)^2 + (b' - b)^2$.

Sendo os segmentos ST e RS lados opostos de um retângulo, temos: $d(R, Q)^2 = d(S, T)^2 = (a' - a)^2 + (b' - b)^2$.

Além disso, $d(P, Q) = |c' - c|$, pois os pontos P e R estão sobre uma mesma reta paralela ao eixo OZ . Finalmente, como o triângulo ΔPRQ é retângulo, $d(P, Q)^2 = d(P, R)^2 + d(R, Q)^2 = (c' - c)^2 + (a' - a)^2 + (b' - b)^2$. (Delgado et al. 2013, pp.217-218)

No transcorrer das atividades, os participantes mostraram razoável conhecimento em relação à localização de ponto na reta e no plano, como também em relação à distância entre dois pontos na reta real. Porém, quando questionados sobre localização de ponto no espaço e distâncias entre dois pontos no plano e no espaço, percebemos completo desconhecimento dos assuntos.

O manuseio dos materiais concretos: geoplano retangular e principalmente o plano cartesiano 3D (figura 6.16), foram de suma importância para facilitar a abstração e a visualização da localização e distâncias entre pontos nestes sistemas de coordenadas

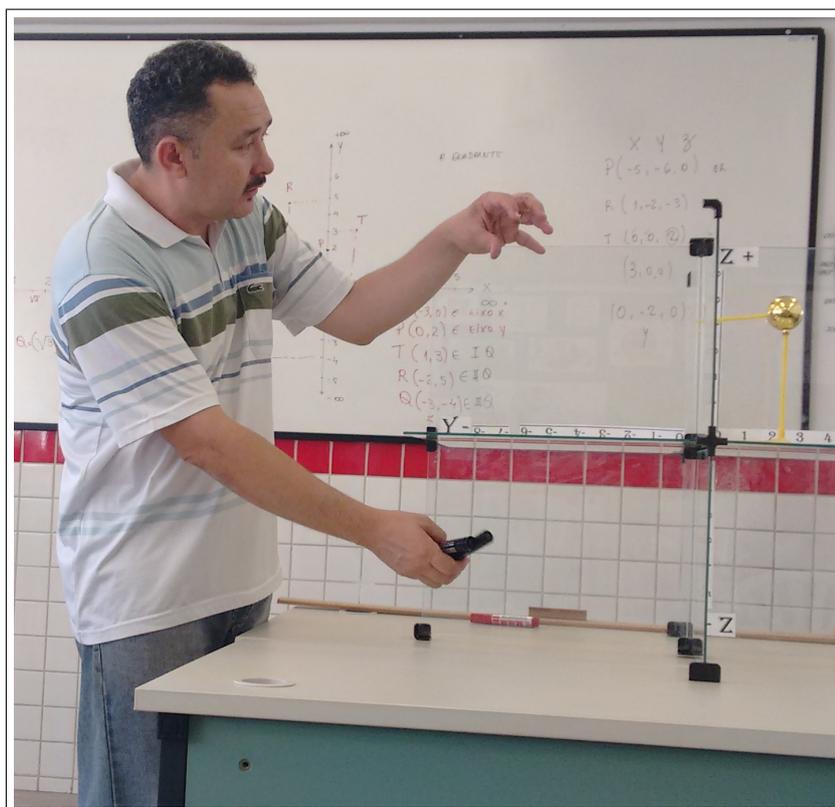


Figura 5.16: Apresentando o (\mathbb{R}^3)

Fonte: Arquivo pessoal

A utilização do plano cartesiano em três dimensões facilitou significativamente na localização de pontos no espaço, principalmente quando estes pertenciam aos octantes cuja primeira ordenada era negativa. Na falta de um Plano Cartesiano Tridimensional, como o da foto acima, os professores costumam desenhar na lousa três planos perpendiculares dois a dois ou usar um dos cantos da sala como origem para trabalharem tais conteúdos na intenção de facilitarem a visualização por parte dos alunos. No entanto, pela falta de transparência dos objetos utilizados, a visualização não é possível, quanto a isso o Plano Cartesiano 3D em vidro ou acrílico contribuem significativamente para tal objetivo.



Figura 5.17: Coordenadas de um ponto no (\mathbb{R}^3)

Fonte: Arquivo pessoal

Nos últimos 25 minutos de oficina, o grupo recebeu uma lista de exercícios para praticar os conceitos estudados durante a oficina. Por último os dois grupos se reuniram na sala deles para responderem a avaliação que o professor de Álgebra elaborou para a verificação da aprendizagem dos conceitos trabalhados.



Figura 5.18: Aprofundando os conceitos

Fonte: Arquivo pessoal

Após a correção das avaliações dos alunos participantes, verificamos que a média do grupo não participante da oficina foi de 4,47, enquanto o outro teve média de 5,62, resultando em uma eficiência de 0,2573.

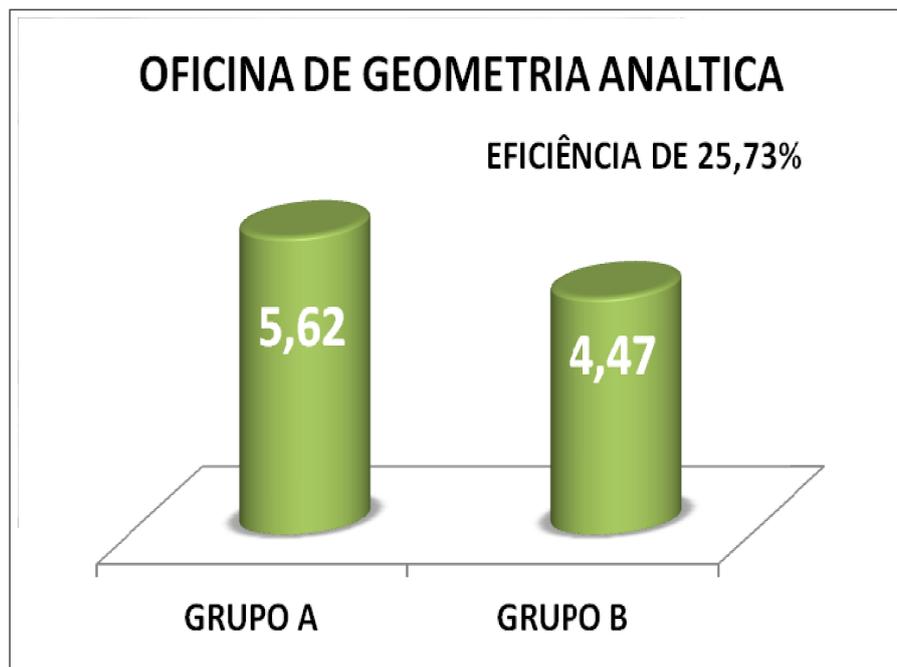


Figura 5.19: Comparativo entre as Notas - Geometria Analítica

Fonte: Dados coletados pelo autor da pesquisa

Mais uma vez constatamos a superioridade de eficiência da utilização de oficinas em relação à aula tradicional. Acreditamos que a diferença de 0,2573 entre elas poderia até ser maior, pois o tópico de localização de ponto no espaço não foi cobrado na avaliação elaborado pelo professor de Álgebra (Apêndice - C). Quando questionado quanto a ausência deste tópico que constava no plano de aula, o mesmo respondeu que não conseguiu encontrar questões na internet que contemplasse a localização de pontos no espaço, completou dizendo que não sabia como desenhar uma situação que pudesse utilizar esse conceito.

Sabíamos dessa dificuldade apresentada pelo professor, por isso acreditávamos que o Material Concreto utilizado nesta oficina tivesse maior influência em relação à diferença de eficiência entre as duas metodologias. Além do mais, reservamos muito tempo em relação a este tópico, justamente por considerarmos que a dificuldade era muito grande. No entanto, mesmo com essa falha na elaboração da atividade que avaliou a prática das metodologias, percebemos que o uso da oficina contribui de forma significativa na aprendizagem da Geometria, uma vez, que esta necessita de grande abstração em determinados temas.

5.4.4 Analisando a Eficiência Média entre as três Oficinas

Durante a prática das três oficinas percebemos que o uso de recursos, como Jogos e/ou Materiais Manipulativos, no ensino matemático é válido, uma vez que o professor

precisa motivar e envolver o educando no processo de ensino e aprendizagem de maneira que este se sinta com vontade de aprender.

O uso do lúdico é uma excelente forma de motivarmos nossos alunos para aprendizagem da Geometria. Se quisermos mudar a situação do ensino e aprendizagem desta matéria, precisamos modificar nossa prática em sala de aula.

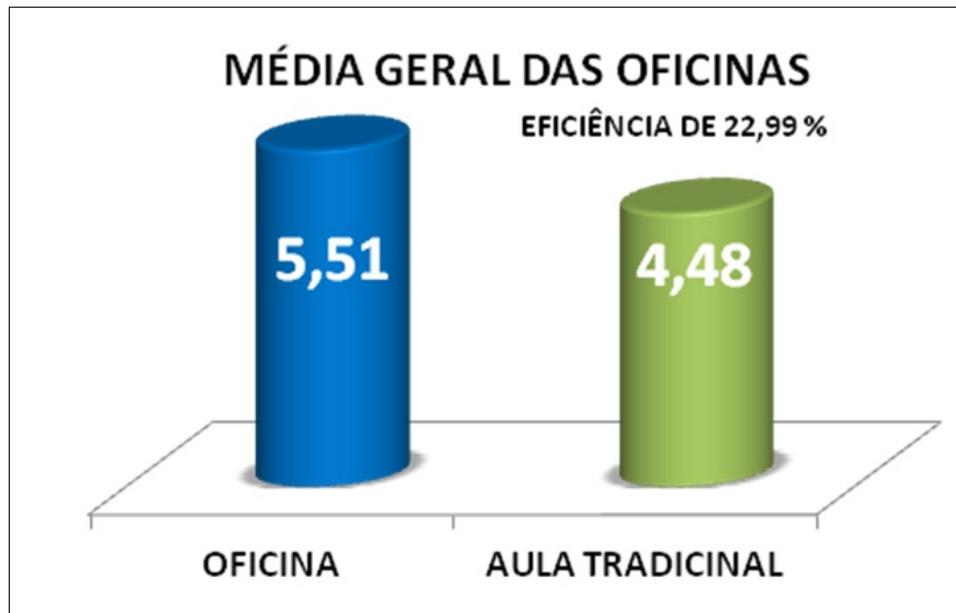


Figura 5.20: Comparativo entre as três Oficinas

Fonte: Dados coletados pelo autor da pesquisa

Vimos com os resultados das oficinas em relação às aulas tradicionais, que a motivação em participar da aula tem papel muito importante não só no ensino e na aprendizagem da Geometria, mas para a aprendizagem de modo geral da Matemática. Comparando o resultado das três oficinas, constatamos um aumento médio de 0,2299 de eficiência na aprendizagem entre as duas metodologias.

6 Sugestões de Oficinas

Apresentaremos neste capítulo algumas sugestões de oficinas que podemos utilizar principalmente com turmas do ensino médio.

6.1 Produtos Notáveis

Com os produtos notáveis confeccionados em madeira, podemos trabalhar:

- Interpretação geométrica dos produtos notáveis em questão;
- Estudo das propriedades dos prismas envolvidos nas peças;
- Cálculo de áreas das faces dos prismas;
- Cálculo dos volumes das peças em formato de prismas.

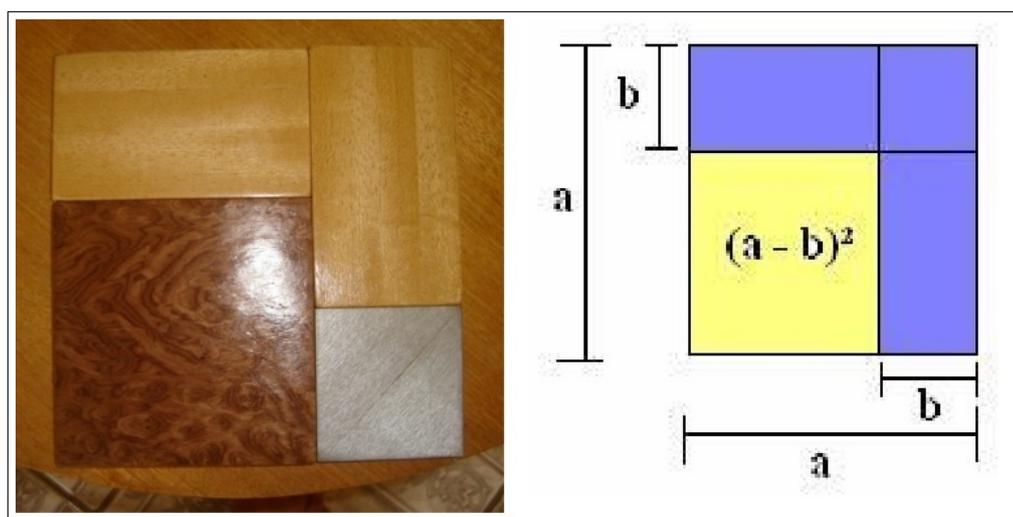


Figura 6.1: Quadrado da Soma

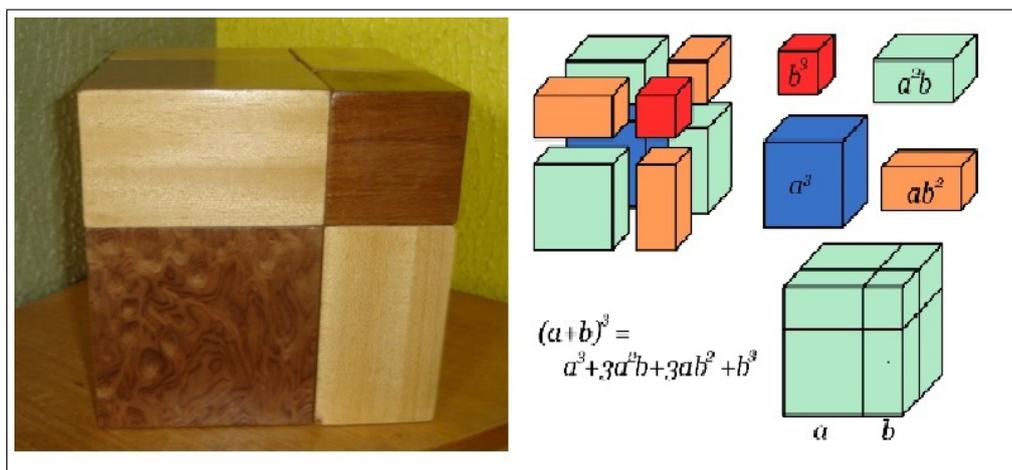


Figura 6.2: Cubo da Soma

Figura 6.1 e 6.2 - Fontes: Fotos do Arquivo pessoal e desenhos capturados em (03/06/2014) no sítio www.savepageaspdf.com

6.2 Torre de Hanói

A torre de Hanói confeccionada em madeira pode ser uma excelente oportunidade para o professor trabalhar conteúdos como função exponencial e recorrência, além de história da matemática. Tradicionalmente este jogo é confeccionado em madeira, porém podemos construí-las de forma bem simples, utilizando cartas de baralho ou cartões em cartolinas numerados em ordem crescente.

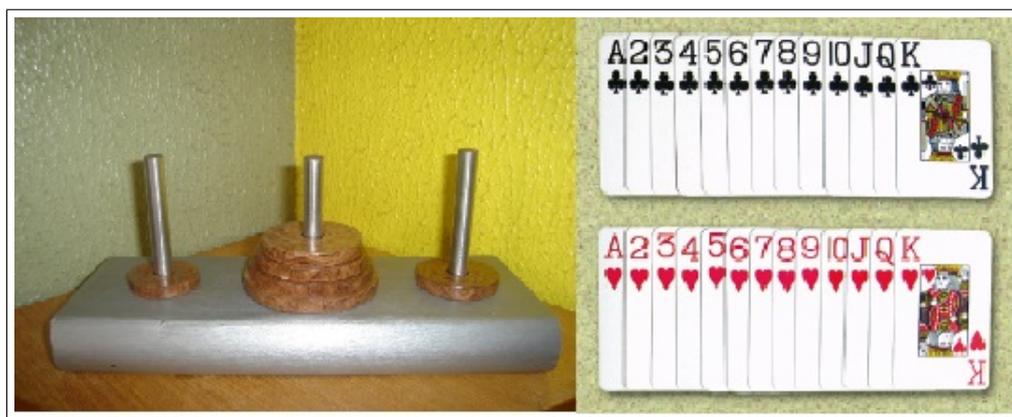


Figura 6.3: Torre de Hanói

Figura 6.3 - Fonte: Arquivo pessoal

6.3 Geoplano Circular: Polígonos regulares, curvas envolvente, funções e progressões



Figura 6.4: Painéis Geométricos

O Geoplano Circular, semelhante ao utilizado para abordar o ciclo trigonométrico confeccionado na parede do LEM, pode ser utilizado para trabalharmos propriedades dos polígonos regulares, curvas envolventes, funções, progressões aritmética e progressões geométrica. Nesta oficina utilizaremos outras peças de madeiras em mdf (refugo de movelaria) para confeccionarmos peças de arte envolvendo matemática. Além da construção dos diversos polígonos regulares com madeira, linhas de crochê e pregos, abordaremos a relação entre quantidade de diagonais e o número de lados do polígono, assim como as funções cardióide e nefróide, além de progressões aritméticas e geométricas.



Figura 6.5: Geoplano Circular

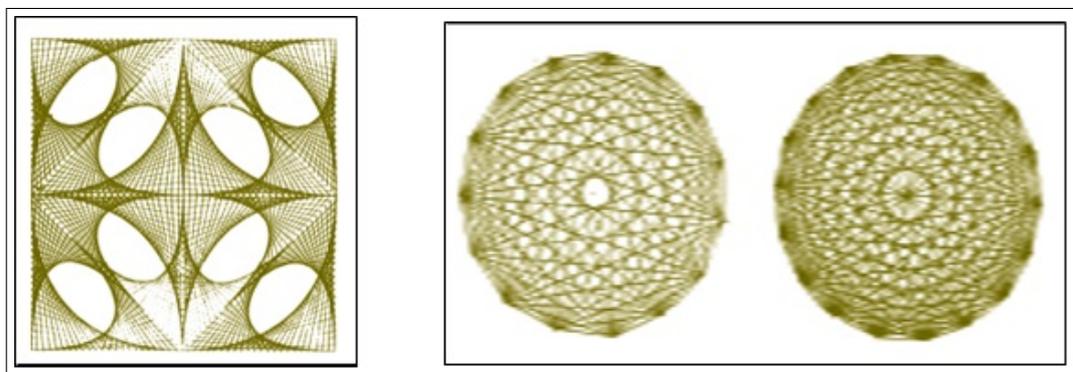


Figura 6.6: A beleza das envolventes



Figura 6.7: Mostra de Painéis Geométricos

Figuras 6.4; 6.5 e 6.7 - Fonte: Arquivo pessoal

Figura 6.6 - Fonte: acessado em 01/06/2014 no sítio <http://portal.mec.gov.br>.

Detalhamento dos conteúdos que podem ser abordados

- $D = \frac{n \cdot (n-3)}{2}$, onde D é o número de diagonais e n número de lados;
- A soma dos ângulos internos de um polígono regular vale $180^\circ \cdot (n - 2)$;
- O valor de cada ângulo interno de um polígono regular é calculado como sendo a expressão anterior dividida por n;
- Calcular a área do polígono conhecendo o apótema e o lado;
- Se o polígono é ímpar, implica que não temos diagonais passando pelo centro;
- Se o polígono for par, temos que o número de diagonais que passam pelo centro é igual à metade do número de lados;
- Progressões Aritméticas e Geométricas;
- Áreas e perímetros de figuras planas básicas;
- Áreas de coroas circulares e segmentos circulares;
- Relações Trigonométricas e estudo do Ciclo trigonométrico;
- Além de inúmeras funções como é o caso do Cardióide e do Nefróide.

6.4 Tangram

O quebra-cabeça Tangram oferece excelente oportunidade para trabalharmos áreas, perímetros, cevianas, tipos de polígonos e suas propriedades. Também podemos explorar um pouco da história da Matemática contando a história de como surgiu o quebra-cabeça.



Figura 6.8: Tangram

Figura 6.8 - Fonte: Foto (Arquivo pessoal) e desenho capturado em (08/06/2014) no sítio (<http://pt.dreamstime.com>)

6.5 Sólidos Geométricos

Outra sugestão de oficina é a utilização do kit com 20 sólidos geométricos, contendo os poliedros convexos regulares, que permitem a visualização dos tipos e números de faces, número de arestas, bem como números de vértices, sólidos de revolução, prismas, pirâmides, esfera. Esses sólidos possuem uma cavidade para a entrada de líquido que permite medir a capacidade e volume. Proporciona uma visualização tridimensional dos sólidos tornando mais eficiente o processo de ensino-aprendizagem no estudo da geometria espacial. Podemos ainda utilizar como complemento desta oficina, a confecção dos poliedros regulares em canudos de refrigerante e linhas ou com espetos de churrasco e massa de modelar para aperfeiçoar a aprendizagem dos alunos participantes.



Figura 6.9: Sólidos Geométricos

Figura 6.9 - Fonte: Arquivo pessoal

Detalhamento dos conteúdos que podem ser abordados

- Relação de Euler;
- Volumes e áreas de poliedros e corpos redondos;
- Relação entre o volume de prisma e pirâmides de mesma base e mesma altura;
- Sólidos inscritos e circunscritos;
- Número de diagonais de um poliedro.

6.6 Tabuleiro de Pitágoras



Figura 6.10: Tabuleiro de Pitágoras

Teorema de Pitágoras em tabuleiro de madeira, demonstração através das áreas quadrados sobrepostos sobre os lados do triângulo retângulo.

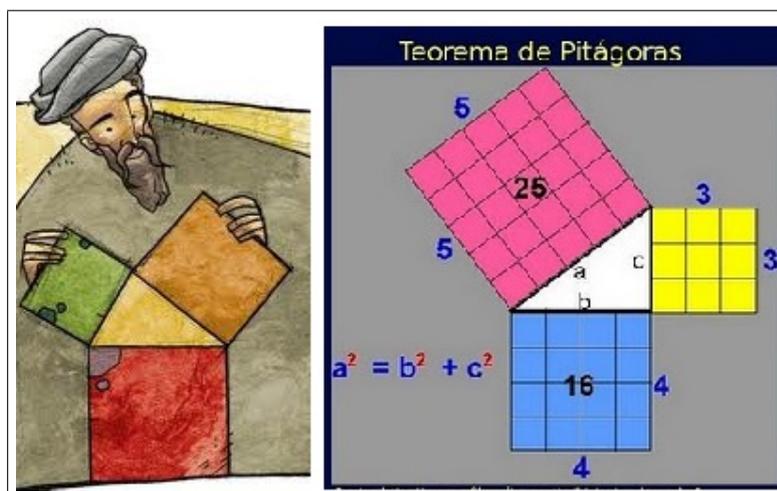


Figura 6.11: Demonstração por área

Figura 6.10 - Fonte: Arquivo pessoal

Figura 6.11 - Fonte: <http://cecamat.blogspot.com.br> (05/06/2014)

Considerações Finais

Quando iniciamos este trabalho, levantaram-se questões sobre a importância do uso da utilização dos materiais concretos e/ou dos jogos como ferramentas facilitadoras do processo de ensino-aprendizagem da Matemática/Geometria, assim como as dificuldades existentes no ensino da Geometria. Constatamos que esses materiais são excelentes recursos para proporcionar essa aprendizagem de forma mais significativa para os alunos e que os problemas que enfrentamos em relação ao ensino da Geometria estão relacionados diretamente a uma formação deficiente de nossos professores, causando assim, um efeito cascata o professor não ensina essa matéria por que não foi ensinado.

No cotidiano da sala de aula, temos verificado que a Matemática quando trabalhada carregada de ludicidade, facilita significativamente a aprendizagem dos conceitos matemáticos. Através das atividades com Materiais Concretos ou Jogos, ficam compreendidos com mais solidez, uma vez que, antes da simbolização e da automação, é indispensável que haja uma ação que favoreça a compreensão e que gere interesse e motivação para os alunos.

Percebemos também que a utilização de atividades lúdicas, como instrumento de aprendizagem da Matemática, é bastante valiosa. Um exemplo disso foi os resultados das oficinas de Geometria aqui estudadas, onde percebemos que, mesmo os alunos que apresentavam grande dificuldade nessa matéria, saíram-se bem nas atividades desenvolvidas. O professor que optar em trabalhar nessa perspectiva, deve ser atuante, crítico, aberto, facilitador, transformador, utilizando sua sensibilidade, compreensão, imaginação e criação, o que é possibilitado através do emprego do lúdico no momento da apresentação dos conteúdos trabalhados, redefinindo, assim a teoria complementada pela prática, numa superação das visões puramente fragmentadas com que nos deparamos atualmente.

Vale ressaltar que é de suma importância planejar bem essas atividades, pois caso contrário, elas podem mais atrapalhar do que contribuir para essa aprendizagem. E que essas atividades só surtirão efeito, se o professor que se propuser a trabalhar com essa metodologia, se identificar completamente com esse tipo de atividade. Com isso devemos evitar o ensino da Matemática através das práticas tradicionais - em que o professor é visto como um mero repassador de conteúdos e o aluno como o receptor

passivo desse processo. Devemos propor aos alunos atividades que realmente tenham significados correspondentes ao seu cotidiano e também respeitar suas potencialidades, já que o currículo que temos atualmente se encontra ainda ultrapassado para a realidade deles.

Sendo assim, reconhecemos atualmente, a necessidade de mudanças metodológicas para o ensino da Matemática/Geometria, o que requer conhecimentos atualizados e compromisso com uma aprendizagem onde o estudante é considerado o centro do processo educativo. Nesse processo, o professor passa a ser o facilitador, o norteador das atividades dos estudantes rumo à construção do seu conhecimento. Quanto a isso, os PCNs e DCNEM são documentos norteadores e apoiadores para professores que almejam incrementar suas aulas com metodologias inovadoras, como o uso de Jogos ou Material Manipulativos.

Nas atividades desenvolvidas nas oficinas, constatamos o que vem sendo defendido no decorrer deste trabalho, ou seja, os alunos aprendem e compreendem com mais facilidade e qualidade os conteúdos, quando estes são abordados de forma mais concreta e divertida. Em várias oportunidades, percebemos a satisfação apresentada pelos participantes durante todas as oficinas realizadas.

No decorrer das três oficinas, em nenhum momento percebemos cansaço por parte dos alunos, pelo contrário, se envolviam tanto com as atividades que muitas vezes terminavam o tempo e eles continuavam perguntando sobre as atividades propostas. Diante disso, devemos soltar as amarras dos alunos, ou seja, ao invés de passarmos listas enormes de exercícios repetitivos, que diminuamos estas listas, para que eles tenham tempo para pensar e conseqüentemente construir seu conhecimento.

Portanto, acreditamos que esta pesquisa irá contribuir como incentivo para utilização das atividades lúdicas (material concreto, jogos, desafios, brincadeiras e outros) como atividades pedagógicas junto aos educandos.

Referências Bibliográficas

1. ALVES, Alberto Cunha. O Geogebra como ferramenta didática no ensino de Geometria Euclidiana. Teresina: UFPI, 2013.
2. ALVES, Eva Maria Siqueira. A ludicidade e o ensino da matemática: uma prática possível. 5.ed. Campinas: Papyrus, 2009.
3. ANTUNES, Celso. Inteligências múltiplas e seus jogos: inteligência lógico-matemática. vol.6. Rio de Janeiro: Vozes, 2006.
4. BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC/SEMTEC, 1997.
5. BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Brasília: MEC/SEMTEC, 2000.
6. CAVALCANTE, Meire. Em toda aula um quebra-cabeça. In: Nova Escola, Brasília: v. 21, n. 191, p. 30-33, abr.2006.
7. DANA, Márcia e. Geometria um enriquecimento para a escola elementar. In: Lindquist, M; Shulte, A. Aprendendo e ensinando geometria. São Paulo: Atual, p. 141-155, 1994.
8. DELGADO, Jorge Joaquín Gómez; Katia Rosenvald Frensel, Lhaylla dos Santos Crissaff. Geometria Analítica. Rio de Janeiro: SBM, 2013. (Coleção PROF-MAT)
9. GARDNER, Martin. Divertimentos Matemáticos. 3^a ed. Lisboa: Ibrasa, 1998.
10. GRANDO, Regina Célia. O jogo e matemática no contexto da sala de aula. São Paulo: Paulus, 2004. (Col. Pedagogia e educação)
11. IMENES, L. M.e LELLIS, M. A Matemática e o Novo Ensino Médio. In: Educação. Matemática em Revista, N^o 9, pp. 40-48, Ano 8, SBEM, 2001.
12. KENNEY, Margaret J. A linguagem Logo e a nova dimensão dos programas de ensino de geometria no nível secundário. In: Lindquist, M; Shulte, A. Aprendendo e ensinando geometria. São Paulo: Atual, pp. 107-126, 1994.

13. LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto César. *A Matemática do Ensino Médio*. Vol. 2. 6ª ed. São Paulo: Sociedade Brasileira de Matemática 2006. (Coleção do Professor de Matemática)
14. LINDQUIST, M; Shulte, A. *Aprendendo e ensinando geometria*. São Paulo: Atual, 1994.
15. LORENZATO, Sergio. *Para aprender matemática*. Campinas, SP: Autores Associados, 2006. (Coleção Formação de Professores)
16. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DO DESPORTO. *Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio*. Brasília: Conselho Nacional de Educação Câmara de Educação Básica, 2001.
17. MURARI, Claudemir. *Experienciando Materiais Manipulativos para o Ensino e a Aprendizagem da Matemática*. *Boletim de Educação Matemática* [On-line] 2011, 25 (Diciembre) : [Data de consulta: 11 / diciembre / 2014] Disponível em: <<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291223514010>> ISSN 0103-636X
18. NETO, Antonio Caminha Muniz. *Tópicos de Matemática Elementar, Volume 2: Geometria Euclidiana Plana*. SBM, 2012. (Coleção Professor de Matemática)
19. RÊGO, Rogéria Gaudêncio do; RÊGO, Rômulo Marinho do. *Matematicativa*. João Pessoa: Ed. Universitária/UFPB, 2000.
20. ROSA, Ernesto Neto. *Geometria a Partir da Ação*. São Paulo: Ática, 1992.
21. SOUZA, Maria Helena Soares de e WALTER, Spinelli. *Matemática: Oficina de Conceitos*. 5ª série, São Paulo: Ática, 2002.
22. SOUZA, Júlio César de Mello e. *Matemática divertida e curiosa*. 15ª ed. Rio de Janeiro: Record, 2001
23. USISKIN, Zalman. *Resolvendo os dilemas permanentes da geometria escolar*. In: LINDQUIST, M; SHULTE, A. *Aprendendo e ensinando geometria*. São Paulo: Atual, 1994.

A Oficina de Trigonometria

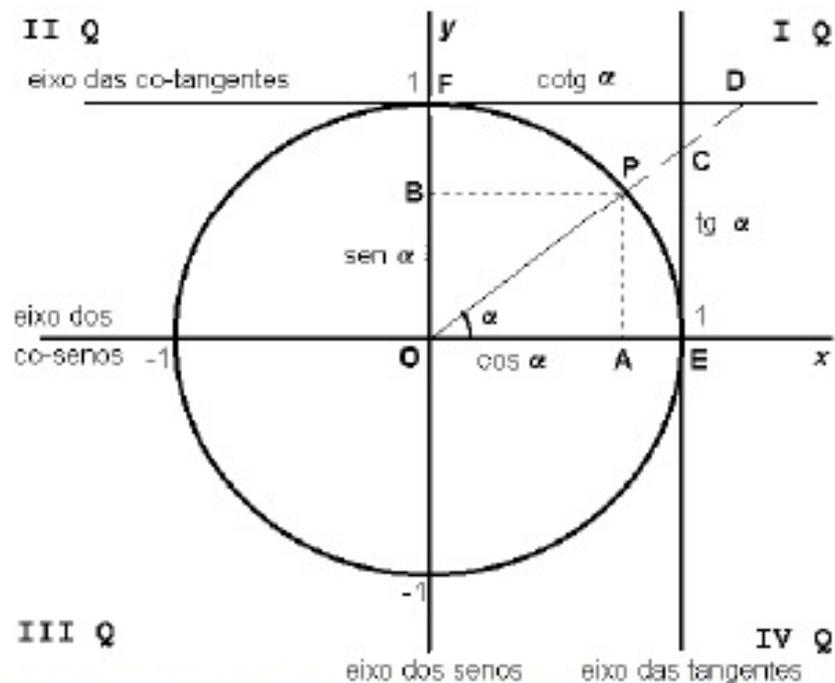


EEEP. PROFESSOR S. VASCONCELOS SOBRINHO - TIANGUÁ - CE
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
OFICINA - TRIGONOMETRIA NO CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO
1º ANO TÉCNICO DE CONTABILIDADE



ALUNO(A): _____ Nº: _____ EM: 13/08/2014

CÍRCULO (CICLO OU CIRCUNFERÊNCIA) TRIGONOMÉTRICO(A)



Capturado de http://www.educ.fc.ul.pt/icm/icm2000/icm22/circulo_trigonometrico.htm em 10/08/14

TABELA DE ÂNGULOS NOTÁVEIS

Ângulo	Seno	Cosseno	Tangente
0° ou 0	0	1	0
30° ou $\pi/6$	$1/2$	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$
45° ou $\pi/4$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1
60° ou $\pi/3$	$\sqrt{3}/2$	$1/2$	$\sqrt{3}$
90° ou $\pi/2$	1	0	β



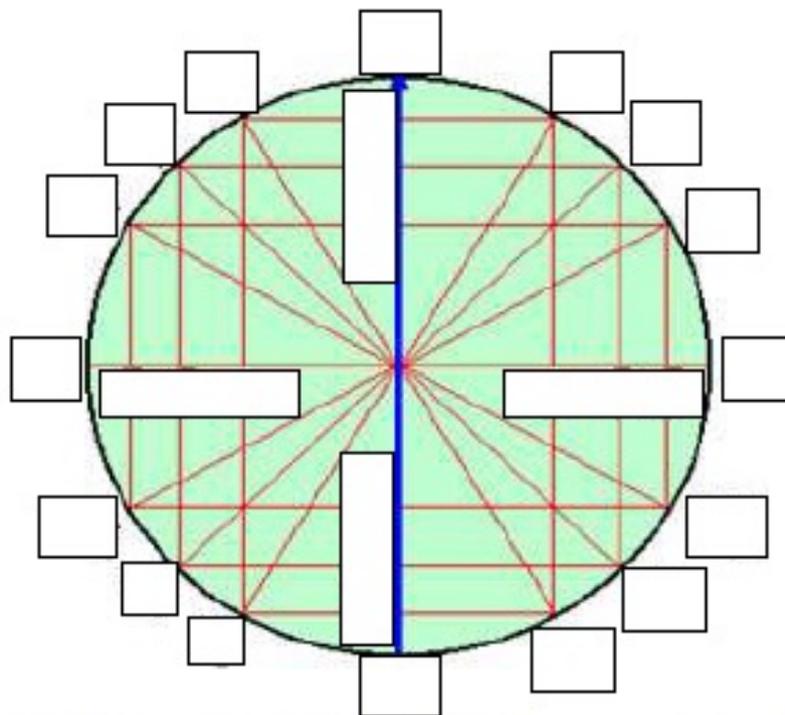
EEEP. PROFESSOR S. VASCONCELOS SOBRINHO - TIANGUÁ - CE
 UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
 MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
 OFICINA - TRIGONOMETRIA NO CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO
 1º ANO TÉCNICO DE CONTABILIDADE



PROFMAT

ALUNO(A): _____ Nº: _____ EM: 13/08/2014

EXERCÍCIO-01) Preencha a circunferência trigonométrica abaixo com os valores dos ângulos em graus e os valores dos senos e cossenos.



Capturado de <http://www.brasilecola.com/matematica/simetria-no-circulo-trigonometrico.htm> em 10/08/14

EXERCÍCIO-02) Explique por que o valor da tangente de 90° e 270° ou qualquer ângulo côngruo a um deles não existe.

Resposta:



E.E.P. PROFESSOR S. VASCONCELOS SOBRINHO - TIANGUÁ - CE
 UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
 MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
 OFICINA - TRIGONOMETRIA NO CÍRCULO TRIGONOMÉTRICO
 1º ANO TÉCNICO DE CONTABILIDADE



ALUNO(A): _____ Nº: _____ EM: 13/08/2014

EXERCÍCIO-03) Converta os ângulos abaixo em radianos

a) $45^\circ =$

b) $300^\circ =$

c) $1125^\circ =$

d) $-30^\circ =$

e) $-150^\circ =$

f) $-420^\circ =$

EXERCÍCIO-04) Converta os ângulos abaixo em graus

a) $2\pi \text{ rad} =$

b) $3\pi \text{ rad} =$

c) $\pi/4 \text{ rad} =$

d) $-5\pi \text{ rad} =$

e) $3\pi/4 \text{ rad} =$

f) $100\pi \text{ rad} =$

EXERCÍCIO-05) Calcule

a) $\text{tg}(45^\circ) =$

b) $\cos(300^\circ) =$

c) $\cos(1125^\circ) =$

d) $\text{sen}(-30^\circ) =$

e) $\text{sen}(-150^\circ) =$

f) $\text{tg}(2\pi) =$

g) $\cos(3\pi) =$

h) $\text{sen}(\pi/4) =$

i) $\text{tg}(-5\pi) =$

j) $\cos(3\pi/4) =$

l) $\text{sen}(100\pi) =$

m) $\text{tg}(2014\pi) =$



EEEP. PROFESSOR S. VASCONCELOS SOBRINHO – TIANGUÁ – CE
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ

MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA

AVALIAÇÃO 1: TRIGONOMETRIA NO CICLO TRIGONOMÉTRICO
1º ANO ENS. MÉD. TÉCNICO INTEGRADO DE CONTABILIDADE

PROFESSOR: PAULO RICARDO RODRIGUES/PAULO RICARDO SANTOS



PROFMAT

ALUNO(A): _____ Nº _____ EM:13/08/2014

(QUESTÃO 01) O ângulo de medida 765° é congruente a qual ângulo pertencente ao primeiro quadrante?

(QUESTÃO 02) Determine o valor do seno e do cosseno dos ângulos abaixo.

a) 240°

b) 135°

(QUESTÃO 03) Transforme o ângulo de 300° em radiano (rad).

(QUESTÃO 04) Transforme o ângulo $\frac{11\pi \text{ rad}}{6}$ em graus.

(QUESTÃO 05) Determine o seno, o cosseno e a tangente do ângulo $\frac{\pi \text{ rad}}{6}$.

B Oficina de Geometria de Posição



EEEP. PROFESSOR S. VASCONCELOS SOBRINHO – TIANGUÁ – CE
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
OFICINA DE GEOMETRIA MÉTRICA DE POSIÇÃO
1º ANO TÉCNICO DE CONTABILIDADE



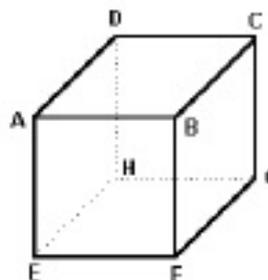
PROFMAT

ALUNO(A):

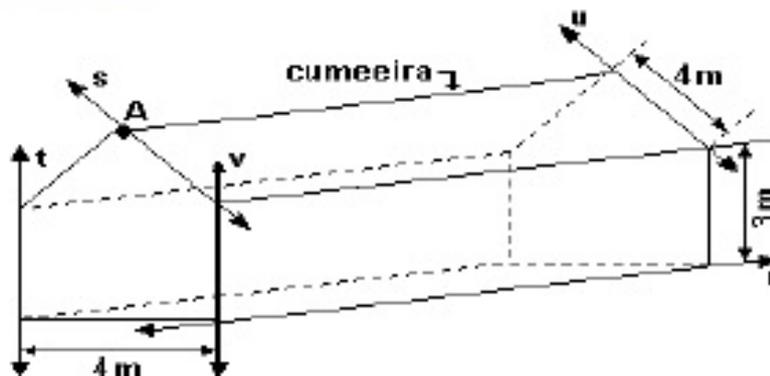
Nº: EM: 02/09/2014

EXERCÍCIO-01) Considere o cubo da figura abaixo e responda (V) para verdadeiro e (F) para falso.

- A) () AB e DC são paralelos
B) () AB e GC são perpendiculares
C) () EF e DH são ortogonais
D) () ABFE e BCGF são perpendiculares
E) () ABCD e EFGH são paralelos
F) () BF e HG são perpendiculares
G) () BCGF e ED são paralelos



EXERCÍCIO-02) (Faap) O galpão da figura a seguir está no "prumo" e a cumeeira está "bem no meio" da parede.



Das retas assinaladas podemos afirmar que:

- A) t e u são reversas
B) s e u são reversas
C) t e u são concorrentes
D) s e r são concorrentes
E) t e u são perpendiculares



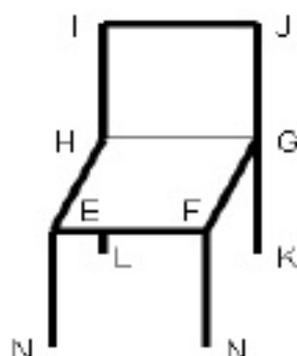
EEEP. PROFESSOR S. VASCONCELOS SOBRINHO – TIANGUÁ – CE
 UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
 Mestrado Profissional em Matemática
 Oficina de Geometria Métrica de Posição
 1º ANO TÉCNICO DE CONTABILIDADE



ALUNO(A): _____

Nº: _____ EM: 02/09/2014

EXERCÍCIO-03) Na cadeira representada na figura abaixo, o encosto é perpendicular ao assento e este é paralelo ao chão.



Sendo assim,

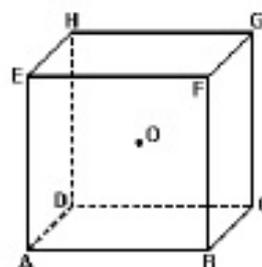
- A) Os planos EFN e FGJ são paralelos.
- B) HG é um segmento de reta comum aos planos EFN e EFH .
- C) Os planos HJI e EGN são paralelos.
- D) EF é um segmento de reta comum aos planos EFN e EHG .

EXERCÍCIO-04) (Ufrs) A figura abaixo representa um cubo de centro O .

Considere as afirmações abaixo.

- I - O ponto O pertence ao plano BDE .
 - II - O ponto O pertence ao plano ACG .
 - III - Qualquer plano contendo os pontos O e E também contém C .
- Quais estão corretas?

- A) Apenas I.
- B) Apenas II.
- C) Apenas I e II.
- D) Apenas I e III.
- E) Apenas II e III.





EEEP. PROFESSOR S. VASCONCELOS SOBRINHO – TIANGUÁ -CE
 UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
 MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
 AVALIAÇÃO II- GEOMETRIA ESPACIAL DE POSIÇÃO
 1º ANO ENS. MÉD. TÉCNICO INTEGRADO DE CONTABILIDADE
 PROFESSOR: PAULO R. RODRIGUES. DA SILVA/ PAULO R. SILVA DOS SANTOS
 ALUNO(A): _____ Nº: _____ EM: 02/09/2014



QUESTÃO-01) Na cadeira representada na figura abaixo, o encosto é perpendicular ao assento e este é paralelo ao chão. Nessas condições julgue as assertivas (afirmativas), escrevendo V para verdadeiro e F para as falsas.



- I- Os planos EFN e FGJ são paralelos. ()
 II- HG é um segmento de reta comum aos planos EFN e EFH. ()
 III- Os planos HIJ e EGN são paralelos. ()
 IV- EF é um segmento de reta comum aos planos EFN e EHG. ()

QUESTÃO-02) Analise as afirmativas, escrevendo V para verdadeiro e F para falso.

- I- O espaço é formado por um único ponto. ()
 II- Toda reta e todo plano são conjuntos de infinitos pontos. ()
 III- Fora de uma reta, bem como fora de um plano, há infinitos pontos. ()
 IV- Dois pontos distintos determinam infinitas retas. ()

QUESTÃO-03) Associe V ou F a cada uma das afirmações:

- a) Por um ponto passa uma única reta perpendicular a um plano dado. ()
 b) Se uma reta está contida num plano, toda perpendicular a ela será perpendicular ao plano ()
 c) Se dois planos distintos, α e β , são paralelos, então toda reta r perpendicular a um deles é perpendicular ao outro ()
 d) Se uma reta é perpendicular a um plano, ela é perpendicular a todas as retas desse plano ()
 e) Duas retas perpendiculares a um mesmo plano são paralelas. ()



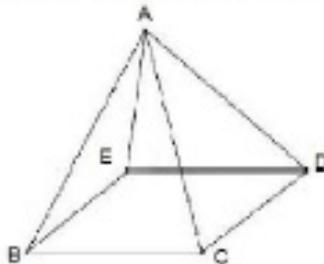
EEEP. PROFESSOR S. VASCONCELOS SOBRINHO - TIANGUÁ - CE
 UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
 MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
 AVALIAÇÃO II- GEOMETRIA ESPACIAL DE POSIÇÃO
 1º ANO ENS. MÉD. TÉCNICO INTEGRADO DE CONTABILIDADE
 PROFESSOR: PAULO R. RODRIGUES, DA SILVA/ PAULO R. SILVA DOS SANTOS



ALUNO(A): _____

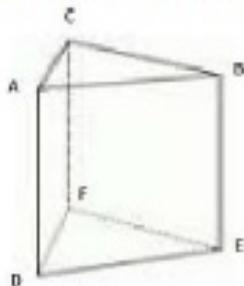
Nº: _____ EM: 02/09/2014

04) Observe a pirâmide de base quadrada, classificando os pares de retas indicadas em cada item em: **RETAS PARALELAS OU RETAS CONCORRENTES.**



- a) AC e AD
- b) BC e ED
- c) EC e BD
- d) BE e AE
- e) CD e BE
- f) AE e AE
- g) CD e BC

05) Considere a figura espacial a seguir, chamada prisma reto de base triangular, e os pontos, planos e retas determinados por seus vértices, arestas e faces.



- a) Qual a posição relativa das retas BC e FE?

- b) Qual é a posição relativa das retas DF e EF?

- c) Qual é a posição da reta AB em relação ao plano determinado pela face EFD?

C Oficina de Geometria Analítica



EEEP. PROFESSOR S. VASCONCELOS SOBRINHO - TIANGUÁ - CE
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
OFICINA - GEOMETRIA MÉTRICA DE POSIÇÃO
1º ANO TÉCNICO DE CONTABILIDADE

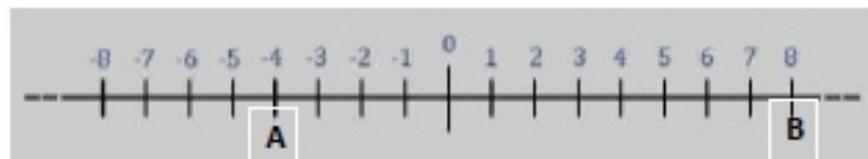
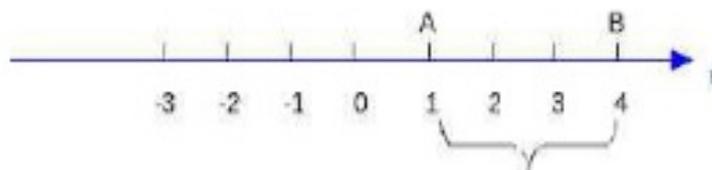


ALUNO(A): _____

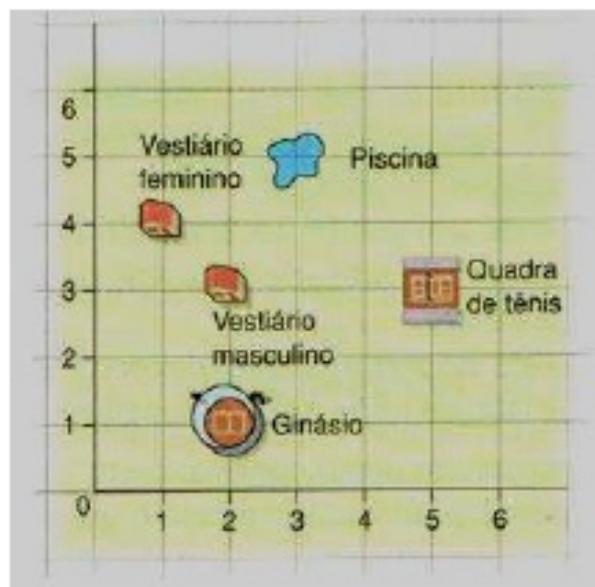
Nº: _____

EM: 03/08/2014

EXERCÍCIO-01) Calcule a distância entre os pontos A e B nas retas abaixo.



EXERCÍCIO-02) No plano cartesiano abaixo, indique quais as coordenadas de cada local.



A) Ginásio = (;)

B) Quadra de tênis = (;)

C) Piscina = (;)

D) Vestiário feminino = (;)

E) Vestiário masculino = (;)



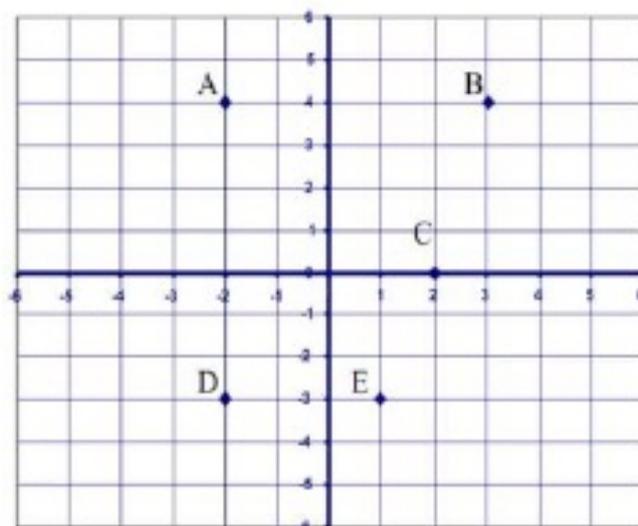
EEEP. PROFESSOR S. VASCONCELOS SOBRINHO - TIANGUÁ - CE
 UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
 MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
 OFICINA - GEOMETRIA MÉTRICA DE POSIÇÃO
 1º ANO TÉCNICO DE CONTABILIDADE



ALUNO(A): _____

Nº: _____ EM: 03/08/2014

EXERCÍCIO-03) No sistema ortogonal de coordenadas abaixo, indique as coordenadas de cada ponto.



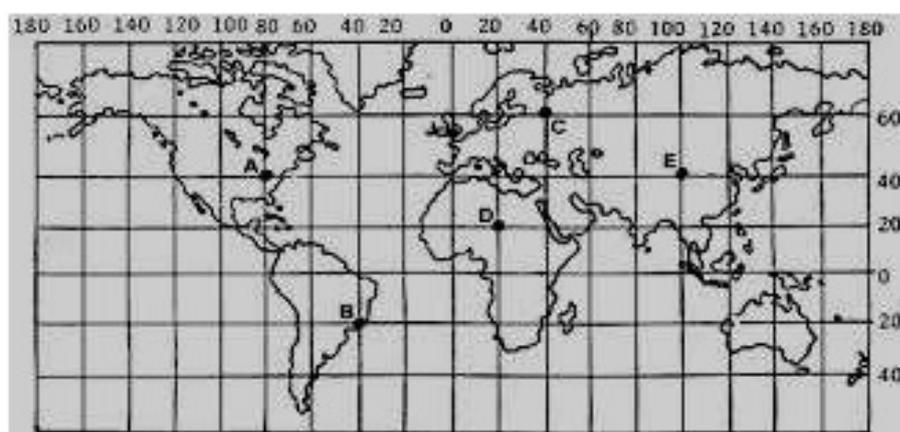
A = (;)

B = (;)

C = (;)

D = (;)

E = (;)



A = (;)

B = (;)

C = (;)

D = (;)

E = (;)



EEEP. PROFESSOR S. VASCONCELOS SOBRINHO - TIANGUÁ - CE
 UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
 MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
 OFICINA - GEOMETRIA MÉTRICA DE POSIÇÃO
 1º ANO TÉCNICO DE CONTABILIDADE



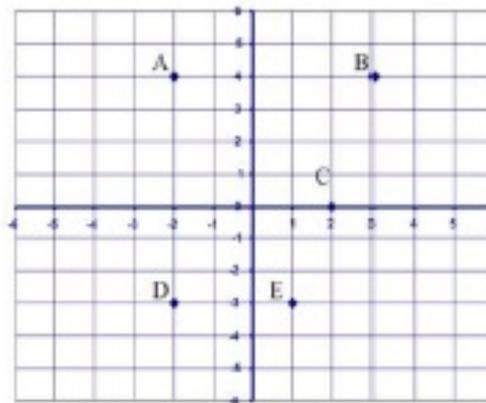
ALUNO(A):

Nº:

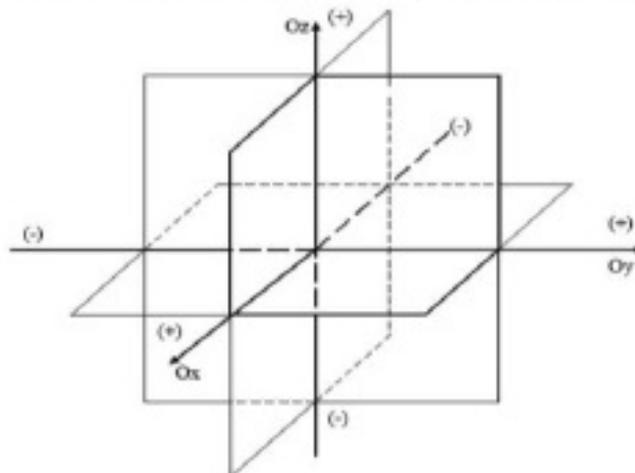
EM: 03/08/2014

EXERCÍCIO-04) No sistema ortogonal de coordenadas abaixo, calcule as distância entre os pontos:

- A) A e B;
- B) D e E;
- C) B e C;
- D) B e D.



Lembrete: Os vetores no espaço (\mathbb{R}^3) são representados num sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, definido por três eixos perpendiculares. Esses três eixos subdividem o espaço em 8 regiões, denominadas de octantes.





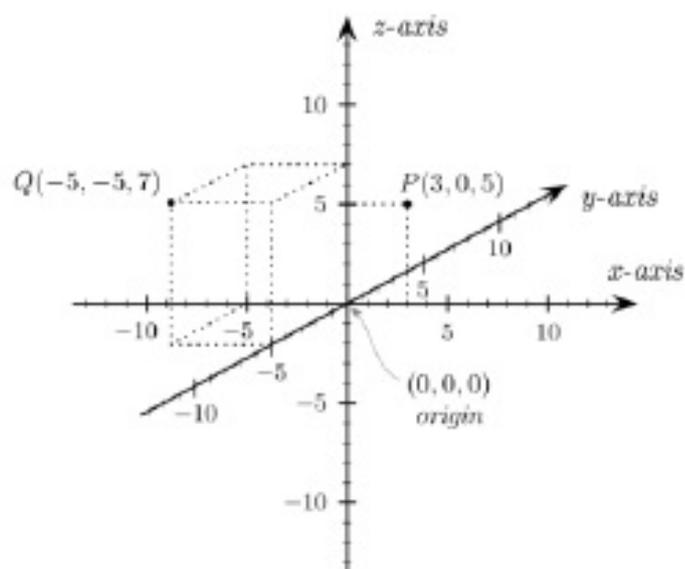
EEEP. PROFESSOR S. VASCONCELOS SOBRINHO - TIANGUÁ - CE
 UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
 MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
 OFICINA - GEOMETRIA MÉTRICA DE POSIÇÃO
 1º ANO TÉCNICO DE CONTABILIDADE



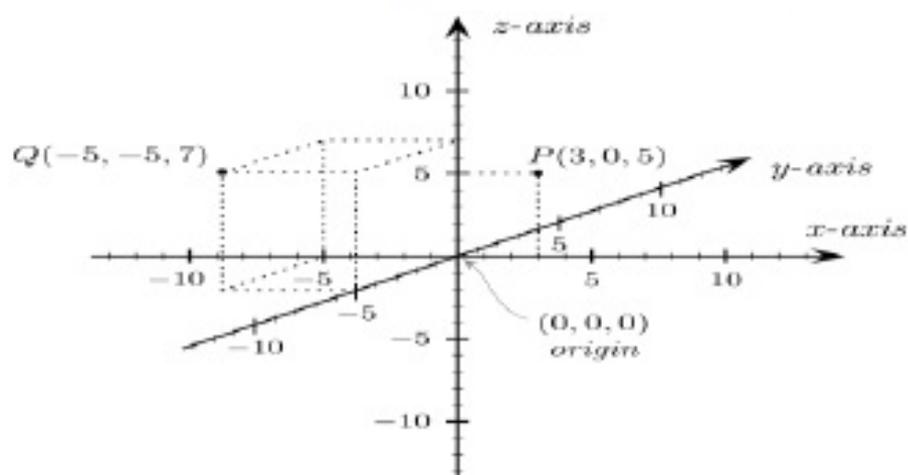
ALUNO(A):

Nº: EM: 03/08/2014

EXERCÍCIO-05) Indique o octante de cada ponto no sistema ortogonal de eixos.



EXERCÍCIO-06) No sistema eixos ortogonal abaixo, calcule a distância entre os pontos P e Q





ESEP. PROFESSOR S. VASCONCELOS SOBRINHO - TIANGUÁ - CE
 UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
 MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
 OFICINA - GEOMETRIA MÉTRICA DE POSIÇÃO
 1º ANO TÉCNICO DE CONTABILIDADE

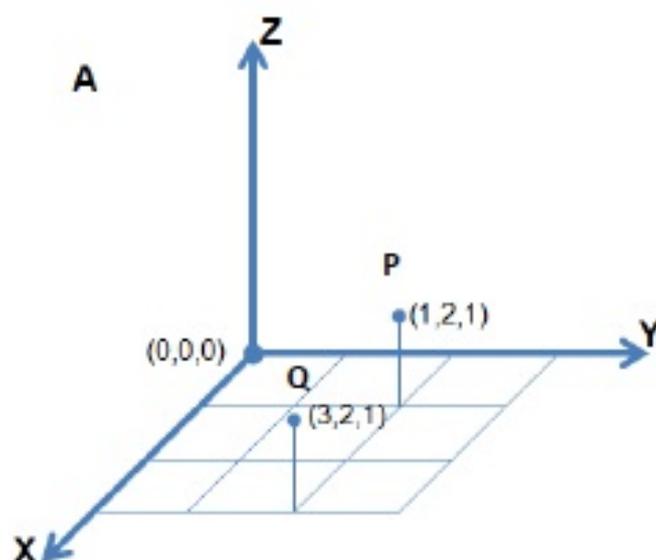


ALUNO(A): _____

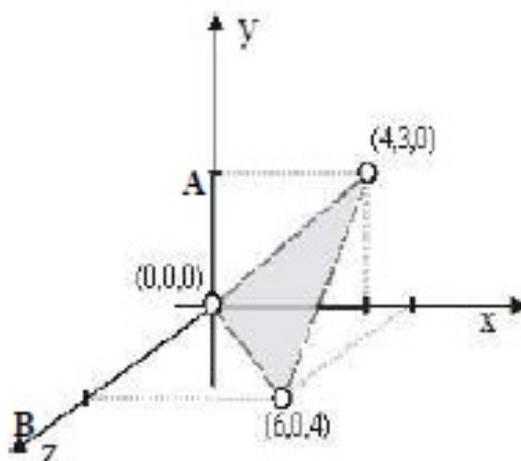
Nº: _____

EM: 03/08/2014

EXERCÍCIO-07) No sistema eixos ortogonal abaixo, calcule a distância entre os pontos P e Q



EXERCÍCIO-08) No sistema eixos ortogonal abaixo, calcule a distância entre os pontos A e B





EEEP. PROFESSOR S. VASCONCELOS SOBRINHO - TIANGUÁ - CE
 UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
 MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
 AVALIAÇÃO: SOBRE LOCALIZAÇÃO DE PONTOS NO (R, R^2, R^3) ;
 DISTÂNCIAS ENTRE DOIS PONTOS NO (R, R^2, R^3) .
 1º ANO ENS. MÉD. TÉCNICO INTEGRADO DE COMÉRCIO
 PROFESSOR: PAULO RICARDO RODRIGUES DA SILVA



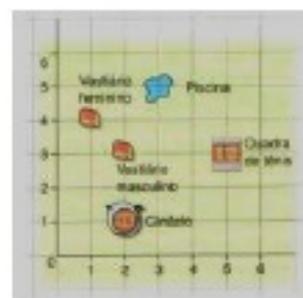
ALUNO(A): _____ Nº _____ EM:13/08/2014

(QUESTÃO 01) Localize os pontos $A = 7$; $B = -6$; $C = 0$; $D = -3$; $E = 4$; $F = 1$, na reta real, ou seja, no espaço R .



(QUESTÃO 02) No plano cartesiano abaixo, determine as distâncias pedidas:

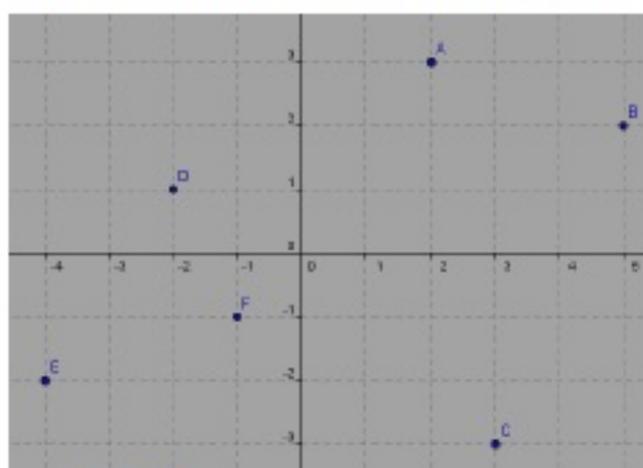
A) Distância do Ginásio ao vestiário masculino:



B) Distância do vestiário masculino a quadra de tênis:

(QUESTÃO 03) No sistema ortogonal de coordenadas abaixo, indique as coordenadas de cada ponto.

A(. .)
 B(. .)
 C(. .)
 D(. .)
 E(. .)





EEEP. PROFESSOR S. VASCONCELOS SOBRINHO - TIANGUÁ - CE
 UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
 MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
 AVALIAÇÃO: SOBRE LOCALIZAÇÃO DE PONTOS NO (R, R^2, R^3) ;
 DISTÂNCIAS ENTRE DOIS PONTOS NO (R, R^2, R^3) .
 1º ANO ENS. MÉD. TÉCNICO INTEGRADO DE COMÉRCIO
 PROFESSOR: PAULO RICARDO RODRIGUES DA SILVA



ALUNO(A): _____ Nº _____ EM:13/08/2014

(QUESTÃO 04) Sabendo que os pontos $A=3$; $B=-3$; $C=10$; $D=6$; $E=-6$, determine as distâncias pedidas:



A) do ponto A ao ponto B:

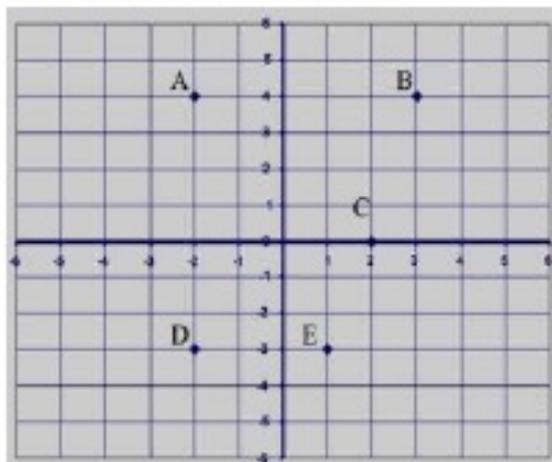
B) do ponto D ao ponto E:

C) do ponto B ao ponto D:

D) do ponto A ao ponto C:

(QUESTÃO 05) Calcule a distância do ponto $E(-1, 1, 1)$ ao ponto $P(1, 3, 0)$, sabendo que eles são pontos do espaço tridimensional (R^3) .

(QUESTÃO 06) No sistema ortogonal de coordenadas abaixo, calcule a distância entre os pontos $A(-2, 4)$ e $E(1, -3)$:





E.E.P. PROFESSOR S. VASCONCELOS SOBRINHO - TIANGUÁ - CE
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA
AVALIAÇÃO: SOBRE LOCALIZAÇÃO DE PONTOS NO (R, R^2, R^3) ;
DISTÂNCIAS ENTRE DOIS PONTOS NO (R, R^2, R^3) .
1º ANO ENS. MÉD. TÉCNICO INTEGRADO DE COMÉRCIO
PROFESSOR: PAULO RICARDO RODRIGUES DA SILVA



ALUNO(A): _____

Nº _____

EM:13/08/2014

(QUESTÃO 07) No sistema eixos ortogonal abaixo, calcule a distância entre o ponto $O(0,0,0)$ que é a origem do espaço (R^3) ao ponto $P(1,2,1)$.

