



UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

HEITOR GONÇALVES SANTANA

**CONTROLE PID MULTIVARIÁVEL: UMA  
ABORDAGEM BASEADA EM ASPECTOS DE  
ROBUSTEZ**

**TERESINA  
NOVEMBRO DE 2019**



HEITOR GONÇALVES SANTANA

# **CONTROLE PID MULTIVARIÁVEL: UMA ABORDAGEM BASEADA EM ASPECTOS DE ROBUSTEZ**

**Dissertação de Mestrado** apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFPI (área de concentração: Controle e Automação de Sistemas), como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Universidade Federal do Piauí – UFPI

Centro de Tecnologia

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Orientador: Otacílio da Mota Almeida

TERESINA

NOVEMBRO DE 2019

FICHA CATALOGRÁFICA  
Universidade Federal do Piauí  
Biblioteca Comunitária Jornalista Carlos Castello Branco  
Serviço de Processamento Técnico

S232c Santana, Heitor Gonçalves.  
Controle PID multivariável : uma abordagem baseada em  
aspectos de robustez / Heitor Gonçalves Santana. – 2019.  
89 f.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) –  
Universidade Federal do Piauí, Teresina, 2019.  
“Orientador: Prof. Dr. Otacílio de Mota Almeida”.

1. Controle de Processos. 2. Controle PID. 3. Controle  
Robusto. 4. Sistemas Multivariáveis. I. Título.

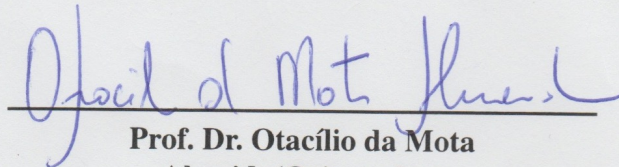
CDD 621.3

HEITOR GONÇALVES SANTANA

## CONTROLE PID MULTIVARIÁVEL: UMA ABORDAGEM BASEADA EM ASPECTOS DE ROBUSTEZ

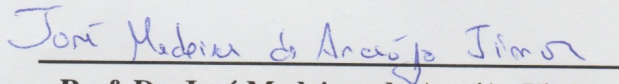
**Dissertação de Mestrado** apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da UFPI (área de concentração: Controle e Automação de Sistemas), como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Trabalho aprovado em: 30 de novembro de 2019 :



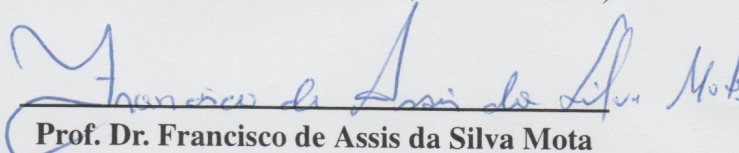
**Prof. Dr. Otacílio da Mota  
Almeida(Orientador)**

Universidade Federal do Piauí (PPGEE - UFPI)



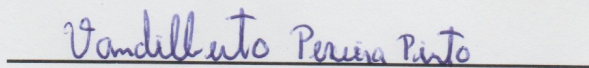
**Prof. Dr. José Medeiros de Araújo Júnior**

Universidade Federal do Piauí (PPGEE - UFPI)



**Prof. Dr. Francisco de Assis da Silva Mota**

Universidade Federal do Piauí (PPGEE - UFPI)



**Prof. Dr. Vandilberto Pereira Pinto  
(Avaliador Externo)**

Universidade da Integração Internacional da  
Lusofonia Afro-Brasileira (UNILAB)

TERESINA

NOVEMBRO DE 2019



*À minha fiel companheira Sophie,  
Saudades eternas.*





# AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pelo dom da vida e pela capacidade de enfrentar novos desafios a cada dia.

Agradeço aos meus pais, Vilmar Barbosa Santana e Conceição de Maria Gonçalves Santana, pelo apoio diário nessa jornada e pelo amor incondicional.

Ao meu irmão, Jordão Gonçalves Santana, pelo companheirismo e pela lealdade no nosso convívio diário.

À minha avó, Maria José Oliveira Gonçalves, por ser uma eterna incentivadora dos meus estudos.

Ao meu orientador, Otacílio da Mota Almeida, por todos os conselhos, pela paciência e ajuda nesse longo período de orientações.

A todos os meus colegas de convívio diário no Laboratório de Controle da Universidade Federal do Piauí, que contribuíram enormemente para a consolidação do Grupo de Automação e Sistemas Inteligentes, em especial aos colegas Stênio Coelho, Gabryel Figueiredo, Victor Lemos e Luno Gomes, pelas risadas, momentos fraternais e horas dedicadas para a realização desse trabalho.

Aos professores do Programa de Pós graduação em Engenharia Elétrica, em especial aos professores José Medeiros de Araújo Júnior e José Maria Pires de Menezes Júnior, pela presença constante no laboratório e profundo interesse pela produção científica dos alunos do programa.

À FAPEPI e a CAPES pelo apoio financeiro para realização deste trabalho.



*“Existem muitas hipóteses em ciência que estão erradas.  
Isso é perfeitamente aceitável, elas são a abertura para achar as que estão certas.”  
(Carl Sagan)*



# RESUMO

Este trabalho apresenta uma proposta de para sintonia de controladores PID multivariáveis descentralizados realizada através de uma análise de robustez dos controladores sintonizados por diferentes métodos de sintonia robusta. Nesse contexto, apresenta-se uma revisão bibliográfica que trata dos métodos de análise de sistemas de controle robusto. Esse trabalho apresenta uma proposta de controle para sistemas multivariáveis como alternativa às metodologias tradicionais, como o controle desacoplado. Três questionamentos são levantados ao longo do trabalho: É possível promover o desacoplamento de sistemas multivariáveis sem a necessidade da aplicação do método sequencial ou de desacopladores? Os métodos baseados em robustez apresentam desempenho satisfatório no controle descentralizado de sistemas multivariáveis? E qual o desempenho dos métodos propostos quando comparados com metodologias tradicionais? Para responder esses questionamentos, foi realizada a avaliação da eficiência de métodos de sintonia robusta de controladores PID em promover o controle multivariável descentralizado de sistemas com acoplamento entre as malhas. Foram estudados três métodos de sintonia robusta inicialmente concebidos para aplicações em sistemas SISO: o método IMC, o método de Skogestad e o método AMIGO. Os controladores apresentados neste trabalho foram avaliados em dois processos multivariáveis, uma planta de tanques acoplados e uma incubadora neonatal, ambas com forte interação entre as malhas. Foram calculados os controladores aplicando cada um dos métodos, para as plantas em questão, e os resultados obtidos foram comparados aos resultados quando aplicado o método de Ziegler-Nichols. Foram estudados os critérios de estabilidade robusta, seguimento de referência e rejeição de perturbações para cada um dos controladores obtidos e, para uma avaliação da eficácia dos controladores, foram adotados os índices de desempenho ISE, IAE, ITAE e ITSE. Os resultados obtidos para os controladores robustos foram comparados aos resultados obtidos quando aplicado uma técnica de sintonia tradicional, o método de Ziegler-Nichols, e percebeu-se que, de fato, o método tradicional é insuficiente para garantir seguimento de referência e rejeição de perturbações quando aplicado a um sistema MIMO com grande acoplamento entre as malhas. Os controladores robustos, por outro lado, foram eficientes em promover o controle descentralizado, todos os métodos de sintonia robusta abordados apresentaram resultados semelhantes. Dentre os métodos bem-sucedidos no controle descentralizado, o método AMIGO teve destaque no controle do duplo-tanque, pois produziu os menores valores do índice ITAE (17666 e 20610, para os tanques 1 e 2, respectivamente), enquanto o método de Skogestad teve destaque no controle da incubadora, pois produziu os menores valores do índice ITAE (30400000 e 2830600 para as malhas de umidade e temperatura, respectivamente).

**Palavras-chaves:** Controle de Processos. Controle PID. Sistemas Multivariáveis. Controle Robusto.



# ABSTRACT

This work presents a proposition of decentralized multi-variable PID control made through a robustness analysis of the controllers obtained via different robust tuning methods. In this context, a bibliographical revision which brings from the basic PID control theory to the analysis of robust control systems. This work proposes an alternative methodology to the traditional ones, such as decoupled control. Three questions were posed along this work: Is it possible to promote decoupling of multivariable systems without applying a sequential method or decouplers? Are robustness based methods enough in decentralized multivariable control? And what is the performance of these methods when compared to traditional tuning method? To answer these, the efficiency of robust PID controllers on promoting the multi-variable control of systems with coupling between the loops was studied. Three main robust tuning methods originally conceived for SISO systems were investigated: the IMC method, the Skogestad method and the AMIGO method. The controllers presented in this work were evaluated in two multi-variable processes, a coupled tank system and a neonatal incubator, both with strong coupling between the loops. The controllers applying each one of the proposed methods were calculated, to each plant described, and the results obtained were compared to the results applying the Ziegler-Nichols method. The robust stability, reference tracking and disturbance rejection criteria were analyzed for each of the controllers obtained and, for a further performance evaluation of the controllers, the performance indexes ISE, IAE ITAE and ITSE were applied. The results obtained for the robust controllers were compared to the results obtained when a traditional tuning method was applied, the Ziegler-Nichols method, and in fact, it was noticed that the traditional approach is insufficient to guarantee the reference tracking and disturbance rejection when applied to a MIMO system with great coupling between the loops. The robust controllers, on the other hand, were very efficient in promoting decentralized control, all the robust tuning methods presented similar results. Among the well-succeeded methods the AMIGO method presented the best results when applied to the coupled tank system, producing the smallest values of ITAE (17666 and 20610 for the Tanks 1 and 2, respectively), while the Skogestad method presented the best results for the neonatal incubator, producing the smallest values of ITAE (30400000 and 2830600 for the humidity and temperature loops, respectively).

**Keywords:** Process Control. PID Control. Multivariable Systems. Robust Control





# LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Controle PID em Malha Fechada . . . . .	5
Figura 2 – Estrutura interna do controlador PID . . . . .	6
Figura 3 – Estrutura interna do controlador PI+D . . . . .	7
Figura 4 – Curva característica em formato de S . . . . .	8
Figura 5 – Método de Ziegler-Nichols em Malha Fechada . . . . .	10
Figura 6 – Estrutura IMC . . . . .	11
Figura 7 – Sistema MIMO . . . . .	15
Figura 8 – Diagrama de blocos de um sistema TITO . . . . .	16
Figura 9 – Diagrama de blocos de um controle Descentralizado . . . . .	17
Figura 10 – Diagrama de blocos de um controle Descentralizado com desacopladores . . . . .	18
Figura 11 – Passos para o projeto sequencial do PID-MIMO . . . . .	19
Figura 12 – Controle descentralizado considerando o acoplamento como uma perturbação . . . . .	21
Figura 13 – Diagrama de Nyquist considerando incertezas na determinação do modelo . . . . .	29
Figura 14 – Sistema de controle em malha fechada . . . . .	30
Figura 15 – Lugar geométrico de $CG_n$ e $C(G_n + \Delta G_i)$ . . . . .	31
Figura 16 – Região Circular de máxima sensibilidade . . . . .	33
Figura 17 – Diagrama de definição de modelo . . . . .	36
Figura 18 – Esquema do processo de tanques duplos acoplados . . . . .	37
Figura 19 – Esquema do processo de tanques duplos acoplados . . . . .	38
Figura 20 – Nível do tanque 1 devido a bomba 1 para válvula de comunicação fechada . . . . .	39
Figura 21 – Nível do tanque 2 devido a bomba 2 para válvula de comunicação fechada . . . . .	39
Figura 22 – Nível do tanque 1 devido a bomba 1 para válvula de comunicação aberta . . . . .	40
Figura 23 – Nível do tanque 2 devido a bomba 1 para válvula de comunicação aberta . . . . .	40
Figura 24 – Nível do tanque 2 devido a bomba 2 para válvula de comunicação aberta . . . . .	41
Figura 25 – Nível do tanque 1 devido a bomba 2 para válvula de comunicação aberta . . . . .	41
Figura 26 – Nível do tanque 1 para entradas de múltiplos degraus . . . . .	42
Figura 27 – Nível do tanque 2 para entradas de múltiplos degraus . . . . .	42
Figura 28 – Predição e leitura do nível do tanque 1 . . . . .	43
Figura 29 – Predição e leitura do nível do tanque 2 . . . . .	43
Figura 30 – Incubadora comercial típica . . . . .	45
Figura 31 – Incubadora do Laboratório . . . . .	45
Figura 32 – Esquema do processo da incubadora neonatal . . . . .	46
Figura 33 – Processo de umidade e influência da temperatura . . . . .	47
Figura 34 – Resposta ao degrau do processo de temperatura . . . . .	48
Figura 35 – Influência da umidade na temperatura . . . . .	49

Figura 36 – Diagrama de Bode para o processo e a perturbação quando aplicados os controladores de Ziegler-Nichols no Duplo-Tanque . . . . .	52
Figura 37 – Diagrama de Bode para o processo e a perturbação quando aplicados os controladores obtidos pelo método IMC no Duplo-Tanque . . . . .	53
Figura 38 – Diagrama de Bode para o processo e a perturbação quando aplicados os controladores obtidos pelo método de Skogestad no Duplo-Tanque . . . . .	53
Figura 39 – Diagrama de Bode para o processo e a perturbação quando aplicados os controladores obtidos pelo método AMIGO no Duplo-Tanque . . . . .	54
Figura 40 – Diagrama de Bode das funções de Sensibilidade do Duplo-tanque controlado pelo método de Ziegler-Nichols . . . . .	55
Figura 41 – Diagrama de Bode das funções de Sensibilidade do Duplo-tanque controlado pelo método IMC . . . . .	55
Figura 42 – Diagrama de Bode das funções de Sensibilidade do Duplo-tanque controlado pelo método de Skogestad . . . . .	56
Figura 43 – Diagrama de Bode das funções de Sensibilidade do Duplo-tanque controlado pelo método AMIGO . . . . .	56
Figura 44 – Diagrama de Bode para o processo e a perturbação quando aplicados os controladores de Ziegler-Nichols na Incubadora Neonatal . . . . .	59
Figura 45 – Diagrama de Bode para o processo e a perturbação quando aplicados os controladores obtidos pelo método IMC na Incubadora Neonatal . . . . .	59
Figura 46 – Diagrama de Bode para o processo e a perturbação quando aplicados os controladores obtidos pelo método Skogestad na Incubadora Neonata . . . . .	60
Figura 47 – Diagrama de Bode para o processo e a perturbação quando aplicados os controladores obtidos pelo método AMIGO na Incubadora Neonatal . . . . .	60
Figura 48 – Diagrama de Bode das funções de Sensibilidade da Incubadora controlada pelo método AMIGO . . . . .	61
Figura 49 – Diagrama de Bode das funções de Sensibilidade da Incubadora controlada pelo método AMIGO . . . . .	61
Figura 50 – Diagrama de Bode das funções de Sensibilidade da Incubadora controlada pelo método AMIGO . . . . .	62
Figura 51 – Diagrama de Bode das funções de Sensibilidade da Incubadora controlada pelo método AMIGO . . . . .	62
Figura 52 – Diagrama de Blocos do Sistema de Controle do Duplo-Tanque Acoplado . . . . .	66
Figura 53 – Gráfico do tanque 1 com controlador sintonizado pelo método de Ziegler-Nichols . . . . .	66
Figura 54 – Gráfico do tanque 2 com controlador sintonizado pelo método de Ziegler-Nichols . . . . .	67
Figura 55 – Gráfico do tanque 1 com controlador sintonizado pelo método IMC . . . . .	67
Figura 56 – Gráfico do tanque 2 com controlador sintonizado pelo método IMC . . . . .	68

Figura 57 – Gráfico do tanque 1 com controlador sintonizado pelo método Skogestad . . .	68
Figura 58 – Gráfico do tanque 2 com controlador sintonizado pelo método Skogestad . . .	69
Figura 59 – Gráfico do tanque 1 com controlador sintonizado pelo método AMIGO . . .	69
Figura 60 – Gráfico do tanque 2 com controlador sintonizado pelo método AMIGO . . .	70
Figura 61 – Diagrama de Blocos do Sistema de Controle da Incubadora Neonatal . . . .	70
Figura 62 – Gráfico da umidade com controlador sintonizado pelo método de Ziegler- Nichols . . . . .	71
Figura 63 – Gráfico da temperatura com controlador sintonizado pelo método de Ziegler- Nichols . . . . .	72
Figura 64 – Gráfico da umidade com controlador sintonizado pelo método IMC . . . . .	72
Figura 65 – Gráfico da temperatura com controlador sintonizado pelo método IMC . . .	72
Figura 66 – Gráfico da umidade com controlador sintonizado pelo método Skogestad . .	73
Figura 67 – Gráfico da temperatura com controlador sintonizado pelo método Skogestad	73
Figura 68 – Gráfico da umidade com controlador sintonizado pelo método AMIGO . . .	73
Figura 69 – Gráfico da temperatura com controlador sintonizado pelo método AMIGO .	74



# LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Tabela de Sintonia de Ziegler-Nichols em Malha Aberta . . . . .	9
Tabela 2 – Tabela de Sintonia de Ziegler-Nichols em Malha Fechada . . . . .	9
Tabela 3 – Tabela de Sintonia para diferentes dinâmicas utilizando o método IMC . . . . .	12
Tabela 4 – Parâmetros dos controladores obtidos para o Duplo-Tanque . . . . .	51
Tabela 5 – Valores de Máxima Sensibilidade obtidos para cada controlador aplicado ao duplo-tanque acoplado . . . . .	57
Tabela 6 – Parâmetros dos controladores obtidos para a Incubadora Neonatal . . . . .	58
Tabela 7 – Valores de Máxima Sensibilidade obtidos para cada controlador aplicado na Incubadora Neonatal . . . . .	63
Tabela 8 – Índices de Desempenho para o Duplo-Tanque Acoplado . . . . .	71
Tabela 9 – Índices de Desempenho para a Incubadora Neonatal . . . . .	74



# LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

A-D	Analógico-Digital
AMIGO	Aproximated M-constrained Integral Gain Optimisation
CLP	Controlador Lógico Programável
D-A	Digital-Analógico
DEE	Departamento de Engenharia Elétrica
FT	Função de Transferência
IMC	Internal Model Control
MIMO	Multiple-Input Multiple-Output
PID	Proporcional Integral Derivativo
PWM	Pulse Width Modulation
RPS	Rotações por Segundo
SISO	Single-Input Single-Output
TITO	Two-Input Two-Output
UFPI	Universidade Federal do Piauí
ZOH	Zero Order Hold
ZN	Ziegler-Nichols





# LISTA DE SÍMBOLOS

$K$	Ganho do Processo em Malha aberta
$\tau$	Constante de Tempo do Processo
$\theta$	Atraso de Transporte do Processo
$\gamma$	Filtro Derivativo
$\lambda$	Constante de Sintonia IMC
$V$	Volt
mca	Metro de Coluna de Água
$M_s$	Parâmetro de Máxima Sensibilidade
$K_p$	Ganho Proporcional do controlador PID
$K_i$	Ganho Integral do controlador PID
$K_d$	Ganho Derivativo do controlador PID
$T_i$	Termo Integral
$T_d$	Termo Derivativo



# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
<b>1.1</b>	<b>Objetivo Geral</b>	<b>3</b>
1.1.1	Objetivos Específicos	3
<b>1.2</b>	<b>Questões a serem respondidas</b>	<b>3</b>
<b>1.3</b>	<b>Estrutura do Trabalho</b>	<b>3</b>
<b>1.4</b>	<b>Produção Científica</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>O CONTROLADOR PID</b>	<b>5</b>
<b>2.1</b>	<b>Controle de Processos Monovariáveis</b>	<b>7</b>
2.1.1	Os Métodos de Ziegler-Nichols	8
2.1.2	Método de Ziegler-Nichols em Malha Aberta	8
2.1.3	Método de Ziegler-Nichols em Malha Fechada	9
2.1.4	O Método IMC	11
2.1.5	O Método de Skogestad	13
2.1.6	O Método AMIGO	14
<b>2.2</b>	<b>Controle de Processos Multivariáveis</b>	<b>15</b>
2.2.1	Sintonia do controlador PID Multivariável	17
<b>2.3</b>	<b>Crterios de Desempenho das Malhas</b>	<b>21</b>
2.3.1	Integral do Erro Quadrático (ISE)	22
2.3.2	Integral do Erro Absoluto (IAE)	22
2.3.3	Integral do Erro Quadrático ponderado pelo tempo (ITSE)	22
2.3.4	Integral do Erro Absoluto ponderada pelo Tempo (ITAE)	23
2.3.5	Variância do Sinal de Controle ( $\delta_u$ )	23
<b>2.4</b>	<b>Conclusão</b>	<b>23</b>
<b>3</b>	<b>CONTROLE ROBUSTO</b>	<b>25</b>
<b>3.1</b>	<b>Resposta em Frequência</b>	<b>25</b>
<b>3.2</b>	<b>Incertezas de Modelagem</b>	<b>27</b>
3.2.1	Incertezas estruturadas	28
3.2.2	Incertezas não-estruturadas	28
<b>3.3</b>	<b>Estabilidade e Desempenho</b>	<b>29</b>
3.3.1	Estabilidade Robusta	29
3.3.2	Rejeição de Perturbações	32
3.3.3	Seguimento de Referência	32
<b>3.4</b>	<b>Conclusão</b>	<b>34</b>

<b>4</b>	<b>DESCRIÇÃO E MODELAGEM DOS SISTEMAS . . . . .</b>	<b>35</b>
<b>4.1</b>	<b>Duplo-Tanque de Nível Acoplado . . . . .</b>	<b>36</b>
<b>4.2</b>	<b>Incubadora Neonatal . . . . .</b>	<b>44</b>
<b>4.3</b>	<b>Conclusão . . . . .</b>	<b>48</b>
<b>5</b>	<b>SINTONIA E DISCUSSÃO DOS CONTROLADORES . . . . .</b>	<b>51</b>
<b>5.1</b>	<b>Duplo-Tanque Acoplado . . . . .</b>	<b>51</b>
<b>5.2</b>	<b>Incubadora Neonatal . . . . .</b>	<b>57</b>
<b>6</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO . . . . .</b>	<b>65</b>
<b>6.1</b>	<b>Resultados práticos para o duplo-tanque acoplado . . . . .</b>	<b>65</b>
<b>6.2</b>	<b>Resultados simulados para a incubadora neonatal . . . . .</b>	<b>69</b>
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES . . . . .</b>	<b>77</b>
<b>7.1</b>	<b>Trabalhos Futuros . . . . .</b>	<b>78</b>
	<b>REFERÊNCIAS . . . . .</b>	<b>79</b>
	<b>APÊNDICES</b>	<b>83</b>
	<b>APÊNDICE A – ESTIMAÇÃO DE PROCESSOS PELO MÉTODO DOS</b>	
	<b>MÍNIMOS QUADRADOS . . . . .</b>	<b>85</b>

# 1 INTRODUÇÃO

O controle automático de processos é utilizado com o objetivo de garantir a segurança de um parque industrial, trazer vantagens econômicas para a unidade fabril, e atender aquela que é a nova perspectiva mundial: a preocupação com os requisitos ambientais (Seborg et al. (1989)). Do ponto de vista econômico, pode-se apontar como vantagens da inclusão do controle automático o aumento dos índices de produção, a redução dos custos com a diminuição do consumo de insumos e a melhoria da qualidade final dos produtos, obtendo assim, uma maior rentabilidade do sistema.

O termo "controle de processos", no contexto da Engenharia refere-se a sistemas de controle que tem como objetivo manter certas variáveis entre seus limites operacionais desejáveis (ASTRÖM, 2001). A Engenharia de controle tem apresentado uma importância crescente com o emergir da indústria 4.0, estando cada vez mais presente nas plantas industriais, contribuindo para a eficiência e para o desenvolvimento de produtos de mais qualidade.

Embora tenham surgido outras metodologias, tais como os controladores preditivos e os controladores inteligentes, os controladores PID continuam sendo dominantes nas aplicações voltadas para o chão de fábrica desde os anos 1980. Nos anos iniciais à sua introdução, apresentavam desafios para a sua sintonia, visto que as técnicas mais empregadas, como as propostas por Ziegler & Nichols (1942) exigiam uma série de experimentos custosos, tais como a operação da planta no limiar da instabilidade. A partir da técnica de autoajuste proposta por Aström e Hägglund (1984), ainda empregada em alguns dos controladores lógicos programáveis industriais mais vendidos na atualidade, como por exemplo o ABB ECA600 e o ABB 800 XA (BERNER, SOLTESZ, HÄGGLUND & ASTRÖM, 2018), o controlador PID consolidou-se como protagonista na indústria. O método de auto-ajuste de Aström consiste em um experimento simples com um relé, eliminando a necessidade de operação sob condições críticas.

Yu (2006) observou que os controladores PID são os mais utilizados na atualidade, abrangendo aproximadamente 97% dos controladores aplicados em processos industriais. Nesse tipo de controlador, os ganhos proporcional, integral e derivativo devem ser devidamente ajustados de acordo com as características e as exigências de cada processo. Um ajuste incorreto desses parâmetros pode levar o processo a condições indesejadas, com respostas lentas, maior consumo de energia, menor segurança e até mesmo ocasionar instabilidade.

Desborough & Miller (2002) apontaram em um estudo comparativo que uma grande quantidade de controladores utilizados em indústrias funciona com um desempenho abaixo do ideal e que um dos principais responsáveis por esse mau desempenho são problemas de sintonia inadequada. Foi observado que apenas 32% dos controladores PID são considerados excelentes ou aceitáveis. Os outros controladores analisados foram classificados como razoáveis (16%)

ou ineficientes (16%), apresentando características indesejáveis, tais como lentidão e resposta oscilatória. Já o restante (36%) era utilizado em malha aberta, em modo manual ou saturado.

Muitas técnicas têm sido desenvolvidas desde a publicação do trabalho de Ziegler-Nichols (ZIEGLER et al., 1942) na tentativa de obter melhores ajustes. Cada uma destas técnicas é normalmente elaborada com o objetivo de aperfeiçoar determinados aspectos do sistema. Assim, cada método de sintonia tem suas vantagens e limitações, podendo implicar em diferentes comportamentos para cada sistema. Os sistemas de controle com realimentação simples, apesar dos diversos métodos de sintonia disponíveis, podem não proporcionar um desempenho satisfatório quando as especificações de desempenho sob efeito de distúrbios são altas (KAYA e NALBANTOGLU, 2016).

Um dos fatores determinantes para uma boa sintonia do controlador PID é a obtenção de um modelo que represente bem a dinâmica do processo que se deseja controlar. Na indústria, os modelos de primeira ou segunda ordem, com ou sem atraso de transporte são amplamente utilizados devido à sua simplicidade e capacidade de captar satisfatoriamente a dinâmica fundamental de várias aplicações, até mesmo de sistemas de ordem superiores com tempo de atraso. Juneja et al. (2013) evidencia ainda sua frequente ocorrência em sistemas químicos, biológicos, mecânicos e eletrônicos. Dessa forma, as plantas reais são geralmente representadas por essas funções de transferência e a maioria dos engenheiros de controle já estão familiarizados com os seus parâmetros (ROY & IQBAL, 2005). O estado da arte em pesquisa de controladores PID versa sobre a aplicação da teoria de inteligência computacional para obtenção dos parâmetros de sintonia, devido à capacidade de aprendizado e de adaptação dos mesmos.

Um dos frequentes problemas na modelagem de sistemas dinâmicos é a presença de incertezas, que surgem principalmente quando algumas características do sistema não são conhecidas no momento da modelagem ou análise. A adoção de modelos baseados em função de transferência, portanto, sempre apresentará algum grau de incerteza quanto à dinâmica do processo a ser controlado. Segundo Dorf (2010), muitos sistemas têm parâmetros que são constantes mas têm valores incertos dentro de uma faixa. Por isso, busca-se sempre projetar um controlador que garanta a estabilidade do sistema operando em malha fechada independentemente da incerteza presente.

É frequente a existência de sistemas industriais com múltiplas entradas e múltiplas saídas - MIMO (Multiple input, multiple output), muitos dos métodos de sintonia desenvolvidos atualmente são voltados para sistemas com duas entradas e duas saídas – TITO (two-input two-output). Um dos desafios no controle de sistemas MIMO é a frequente existência de variáveis acopladas entre as malhas de controle. Wang, Huang e Guo (2000) e Sujatha e Panda (2013) propuseram a avaliação de testes de degrau em malha aberta (um para cada entrada) para identificar um modelo MIMO de primeira ou segunda ordem para o processo. Com base nesses testes, um desacoplador pode ser obtido e um método sequencial de sintonia de controladores PID pode ser aplicado para projetar dois controladores descentralizados (PEREIRA et al., 2016).

Estruturas descentralizadas continuam sendo as mais utilizadas em malhas industriais e as atuais pesquisas em controle multivariável focam no aperfeiçoamento e desenvolvimento de novas concepções de controle.

## 1.1 OBJETIVO GERAL

Propor uma metodologia de controle PID multivariável alternativa ao controle descentralizado tradicional, que não necessite da inclusão de desacopladores na malha de controle nem recorrer a um método sequencial, mas, através de análise de robustez, trate o acomplamento de malha como um distúrbio e seja eficiente em controlar cada uma das malhas individualmente.

### 1.1.1 Objetivos Específicos

- Revisar bibliografia de métodos de sintonia tradicionais e métodos baseados em controle robusto.
- Formular o problema de controle multivariável para um duplo-tanque de nível acoplado e para uma incubadora neonatal
  - Projetar controladores robustos e eficientes em promover o controle descentralizado.
  - Aplicar os controladores robustos na planta e analisar os resultados obtidos.
  - Comparar os resultados obtidos utilizando a metodologia baseada em controle robusto com metodologias tradicionais de controle multivariável.

## 1.2 QUESTÕES A SEREM RESPONDIDAS

1. É possível promover o desacoplamento de sistemas multivariáveis sem a necessidade da aplicação do método sequencial ou de desacopladores?
2. Os métodos baseados em robustez apresentam desempenho satisfatório no controle descentralizado de sistemas multivariáveis?
3. Qual o desempenho dos métodos propostos quando comparados com metodologias tradicionais?

## 1.3 ESTRUTURA DO TRABALHO

O capítulo 2 aborda uma revisão teórica sobre o controlador PID, apresentando os aspectos matemáticos de sua implementação, há uma introdução dos métodos de sintonia de controladores PID monovariáveis. Nesse capítulo também são abordados conceitos relacionados

a sistemas multivariáveis, sendo explanados os métodos de sintonia de controladores PID sequencial e o projeto de desacopladores.

No capítulo 3 são apresentados aspectos teóricos do controle robusto, alguns dos principais índices e critérios para especificar desempenho e robustez de um sistema de controle e os métodos de sintonia baseados em controle robusto que serão abordados nesse trabalho: O método IMC, o método de Skogestad e o método AMIGO.

No capítulo 4 são descritas as plantas a serem controladas e é explicada a metodologia de modelagem utilizada para obter os modelos em função de transferência utilizados nesse trabalho.

No capítulo 5 serão projetados os controladores através do método de Ziegler Nichols, IMC, Skogestad e AMIGO. Serão feitas análises de Robustez segundo os critérios apresentados no capítulo 3 e serão feitas conclusões quanto a robustez dos controladores.

O capítulo 6 mostra os resultados práticos obtidos e mostra os resultados da comparação de desempenho entre os diferentes controladores aplicados.

## 1.4 PRODUÇÃO CIENTÍFICA

As contribuições da pesquisa desenvolvida encontram-se nas publicações de artigos em eventos relevantes no meio acadêmico nacional e internacional, a saber:

1. COELHO, S. S.; SANTANA, H. G.; ALMEIDA, O. M. (2018). Multivariable PID Control of a Coupled Tank System: A comparative study. CLCA 2018 - Latin American Conference on Automatic Control, Quito, Equador.
2. SANTANA, H. G.; COELHO, S. S.; ALMEIDA, O. M. (2018). Application of Multivariable PID Controllers in a Coupled Tank System. 13a Conferência Internacional sobre Aplicações Industriais do IEEE/IAS (INDUSCON), São Paulo, Brasil.



## 2 O CONTROLADOR PID

Controladores PID – Proporcional, Integral e Derivativo, são os controladores mais difundidos na indústria, sua popularidade crescente nas últimas décadas deve-se principalmente à sua elevada aplicabilidade no controle dos mais diversos processos industriais.

A estrutura e implementação dos controladores PID é simples e eficaz, apresentando características importantes que permitem controlar uma grande quantidade de processos, atingindo os objetivos de controle mais comuns, sendo eles: erro nulo em regime permanente para uma referência do tipo degrau e desempenho transitório adequado às especificações desejadas pelo projetista (ASTRÖM, 2001). A sintonia de controladores PID aplicados a sistemas monovariáveis tem sido bastante estudada devido a sua ampla utilização, discutindo-se formas de obtenção das grandezas necessárias para sua sintonia e os efeitos de sua aplicação em sistemas de controle monovariáveis e multivariáveis (CAMPESTRINI, 2006).

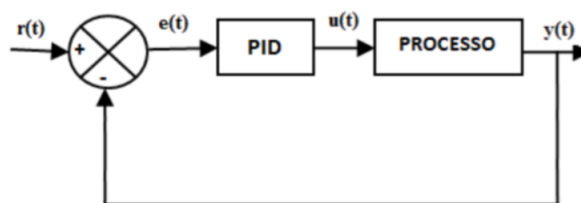
O controlador PID em malha fechada, tem como função gerar o sinal de controle do processo,  $u(t)$ , sinal este que atua no processo para corrigir a diferença entre o sinal de referência,  $r(t)$ , e o sinal de saída,  $y(t)$ . A lei de controle descrita pelo controlador PID é dada por:

$$u(t) = K_p[e(t) + \frac{1}{T_i} \int e(t)dt + T_d \frac{d}{dt}e(t)] \quad (2.1)$$

onde  $u(t)$  é a variável manipulada e  $e(t)$  é o erro definido por:

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (2.2)$$

Figura 1 – Controle PID em Malha Fechada



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

É possível observar que a versatilidade do controlador PID deve-se principalmente à possibilidade de ajuste dos parâmetros  $K_p$ ,  $T_i$  e  $T_d$ , de acordo com as necessidades do processo a ser controlado. O termo  $K_p$  é denominado ganho do controlador. Um controlador implementado somente pelo produto desse ganho pelo erro denomina-se controlador proporcional, cuja ação pode ser expressa pela seguinte expressão:

$$u_p(t) = K_p e(t) \quad (2.3)$$

Geralmente o controlador proporcional não anula o erro em regime permanente. O ganho do controlador proporcional tem impacto direto no tempo de resposta do sistema, no *overshoot*, e no valor do erro em regime permanente. (ASTRÖM, 2001)

O termo  $T_i$  é a constante integral do controlador. A ação integral surge com o objetivo de eliminar o erro em regime permanente. Com a inserção de um polo na origem, essa parcela faz com que o sistema em malha fechada possa eliminar o erro em regime permanente. A ação integral do controlador dá-se pela seguinte expressão:

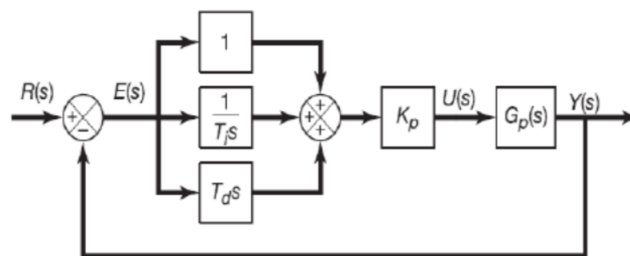
$$u_i(t) = K_i \frac{1}{T_i} \int e(t) dt \quad (2.4)$$

O termo  $T_d$  é a constante derivativa do controlador. A ação derivativa possui a função de atenuar o comportamento oscilatório, pois a operação derivada indica a tendência de crescimento do sistema, contribuindo com uma ação preditiva da saída do processo. A ação derivativa do controlador dá-se pela expressão:

$$u_d(t) = K_d \frac{d}{dt} e(t) \quad (2.5)$$

A estrutura interna do controlador PID, portanto, deve ser composta pela soma da ação proporcional, integrativa e derivativa, como ilustrado na figura 2:

Figura 2 – Estrutura interna do controlador PID

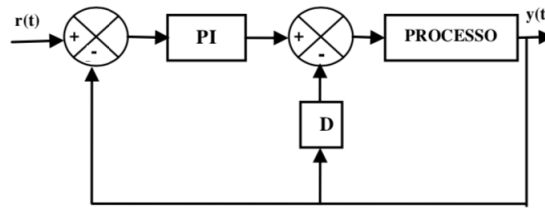


Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Existem variações na implementação prática da lei de controle obtida através de mudanças na estrutura do controlador PID. Essas mudanças se processam no modo como o sinal de erro  $e(t)$  é introduzido nos módulos do controlador. Uma modificação usual no controlador PID é implementada movendo-se a parte derivativa do controle para a realimentação. A citada modificação é aplicada principalmente quando há mudanças bruscas no sinal de referência. Uma vez que a ação derivativa é aplicada somente no sinal de saída  $y(t)$ , evitam-se mudanças bruscas no sinal de controle. Essa estrutura é também conhecida como controle PI+D, e está mostrada na figura 3.

As variações elevadas observadas na saída de controle do PID convencional são usualmente devidos à ação derivativa do controlador. Esse comportamento é denominado "kick derivativo". Para amenizar esse comportamento, a estrutura derivativa é normalmente associada a

Figura 3 – Estrutura interna do controlador PI+D



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

um filtro com finalidade de amenizar os efeitos de ampliações de perturbações de alta frequência e ruídos de medida. Utilizando-se um filtro de primeira ordem, a função de transferência do derivativo torna-se:

$$\frac{D(s)}{Y(s)} = \frac{sK_p T_d}{1 + \frac{sT_d}{\gamma}} \quad (2.6)$$

Essa filtragem derivativa ideal pode ser interpretada como um sistema de primeira ordem com constante de tempo definido pela razão entre  $T_d$  e  $\gamma$ . O ganho agora torna-se limitado por  $\gamma$ . Ruídos de alta frequência são amplificados apenas pelo fator  $\gamma$ .

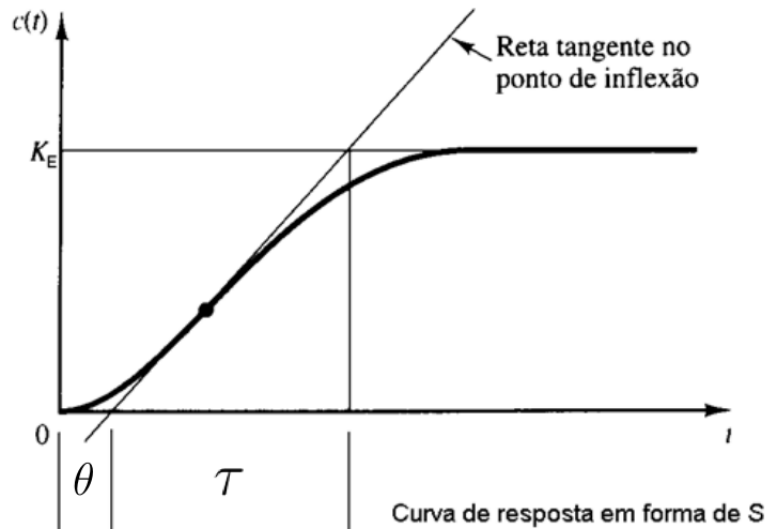
O valor da constante  $\gamma$  do filtro é fixado frequentemente entre 3 e 10 e depende do ruído presente no sistema (Aström & Hägglund (2006)).

## 2.1 CONTROLE DE PROCESSOS MONOVARIÁVEIS

As abordagens clássicas de projeto do controlador PID direcionam-se a sistemas do tipo SISO (sing-input, single output), ou seja, sistemas com uma única entrada e uma única saída. Os métodos de sintonia de controladores PID começaram a surgir na década de 40. Os dois primeiros métodos de sintonia PID, foram propostos por Ziegler e Nichols (1942, 1943). Esses métodos tem grande sucesso no meio industrial, são baseados em abordagens heurísticas e experimentais. Estas técnicas constituíram um marco no desenvolvimento de métodos sistemáticos de ajuste de controladores PID e, a partir das quais, ocorreu uma impulsão nas aplicações destes controladores em processos industriais (ALMEIDA, 2002).

Existem muitas metodologias de controle utilizadas na indústria, em que os controladores PID tradicionais apresentaram bom desempenho, aliando a simplicidade e facilidade de implementação à eficiência. O método de Ziegler-Nichols (ZN) ainda é muito usado na indústria, assim como os métodos de Astrom, Cohen Coon, CHR, Broida, entre outros. Cada um desses métodos tem suas vantagens e desvantagens e a com isso são definidos seus campos de aplicação.

Figura 4 – Curva característica em formato de S



Fonte: Aström & Hägglund, 2006

### 2.1.1 Os Métodos de Ziegler-Nichols

Os métodos de Ziegler-Nichols foram introduzidos já em 1942 e hoje são considerados clássicos. Estes métodos continuam a ser largamente aplicados até hoje, mesmo em sua forma original, mas mais costumeiramente em alguma forma modificada. Os dois métodos básicos de ajuste de Ziegler-Nichols visam obter uma mesma resposta pré-especificada para o sistema em malha fechada, e diferem no que diz respeito à natureza da informação sobre a dinâmica do processo que é exigida por cada um deles.

### 2.1.2 Método de Ziegler-Nichols em Malha Aberta

Aplicando-se um degrau na entrada do processo a ser controlado, em malha aberta, pode-se identificar o comportamento do processo através da forma do sinal de saída. Em termos de controle de processos industriais, o modelo em função de transferência mais utilizado é o modelo de primeira ordem com atraso de transporte:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-\theta s} \quad (2.7)$$

onde  $K$  é o ganho em malha aberta do sistema, definida como a amplitude do sinal de saída  $Y(s)$  quando a entrada  $U(s)$  é um degrau unitário,  $\tau$  é a constante de tempo do sistema, definida como o intervalo de tempo necessário para que a saída alcance 63.2% do valor de  $K$  e  $\theta$  é o atraso de transporte ou tempo morto, definido como o intervalo de tempo necessário para que, uma vez que haja um sinal de entrada, observe-se a reação do sistema na saída. Um sistema com essas dadas características, apresenta em sua saída um gráfico em formato de "S", como mostrado na figura 4.

Conhecido esse gráfico ou os parâmetros da função de transferência, as regras propostas por Ziegler-Nichols permitem calcular o valor dos parâmetros a serem aplicados no controlador PID, mostrados na tabela 1:

Tabela 1 – Tabela de Sintonia de Ziegler-Nichols em Malha Aberta

Tipo de Controlador	Função de Transferência	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$K_p$	$\frac{\tau}{K\theta}$	$\infty$	0
PI	$K_p(1 + \frac{1}{T_i s})$	$\frac{0.9\tau}{K\theta}$	$\frac{\theta}{0.3}$	0
PID	$K_p(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s)$	$\frac{1.2\tau}{K\theta}$	$2\tau$	$0.5\tau$

Fonte: Ziegler & Nichols (1942)

As principais vantagens da utilização do método de Ziegler-Nichols em malha aberta residem na necessidade da realização de apenas um teste, tanto para um degrau positivo quanto para um degrau negativo, não sendo necessária a utilização de nenhum método de tentativa e erro e nem da introdução de distúrbios no processo, uma vez que o experimento é feito em malha aberta. As principais desvantagem dizem respeito à inaplicabilidade do método a processos que não apresentam o comportamento dinâmico característico abordado no método (curva em "S"), bem como a necessidade de operar o sistema em malha aberta, tornando inviável a sintonia de controladores por esse método quando o sistema está operando em malha fechada. (Aström & Hägglund, 2006)

### 2.1.3 Método de Ziegler-Nichols em Malha Fechada

O segundo método de Ziegler-Nichols é um método em malha fechada baseado na sensibilidade limite, baseado no ganho e frequência críticos do processo ("Continuous Cycling Method"), obtidos por meio da introdução de um ganho  $K_p$  variável à malha de controle. Esse ganho deve ser ajustado ao ponto em que se observam oscilações, no limiar de estabilidade, com amplitude constante, a exemplo do que é mostrado na Figura 5.

Define-se o ganho  $K_p$  que leva o sistema ao limiar da estabilidade como ganho crítico ("Ultimate Gain"),  $K_u$  e o período  $P_{cr}$  observado na saída do processo como Período Crítico. Uma vez conhecidos esses valores, os ganhos de um controlador PID para o processo podem ser obtidos pela tabela 2:

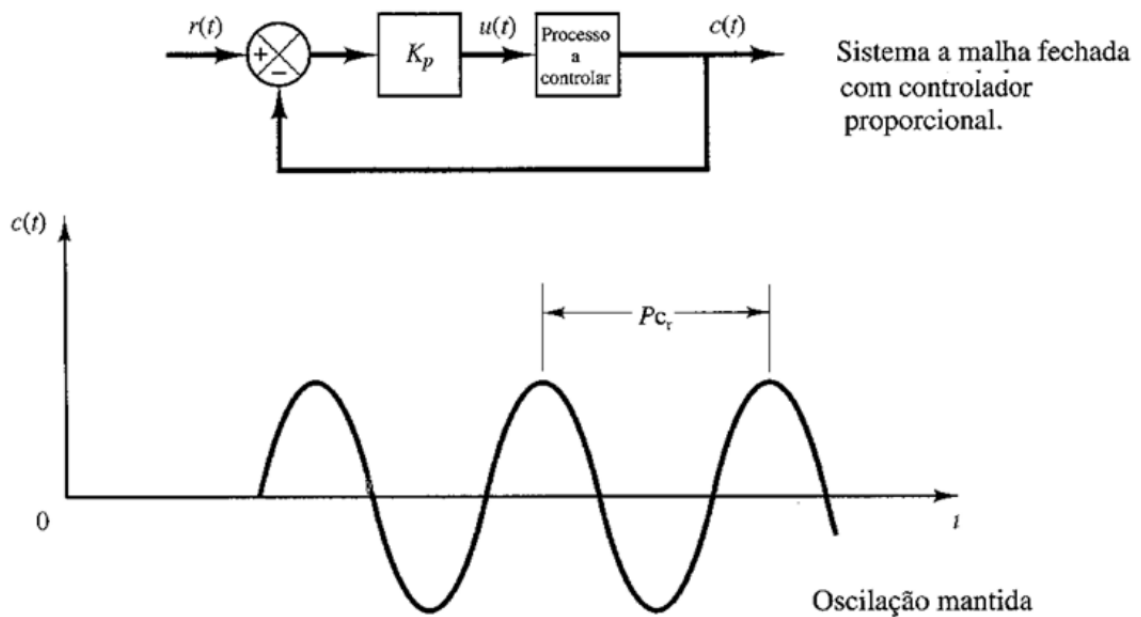
Tabela 2 – Tabela de Sintonia de Ziegler-Nichols em Malha Fechada

Tipo de Controlador	Função de Transferência	$K_p$	$T_i$	$T_d$
P	$K_p$	$0.5K_u$	$\infty$	0
PI	$K_p(1 + \frac{1}{T_i s})$	$0.45K_u$	$\frac{P_{cr}}{1.2}$	0
PID	$K_p(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s)$	$0.6K_u$	$\frac{P_{cr}}{2}$	$\frac{P_{cr}}{8}$

Fonte: Ziegler & Nichols (1942)

Pelo fato do teste inicial para a obtenção da condição de oscilação levar o processo à

Figura 5 – Método de Ziegler-Nichols em Malha Fechada



Fonte: Aström & Hägglund, 2006

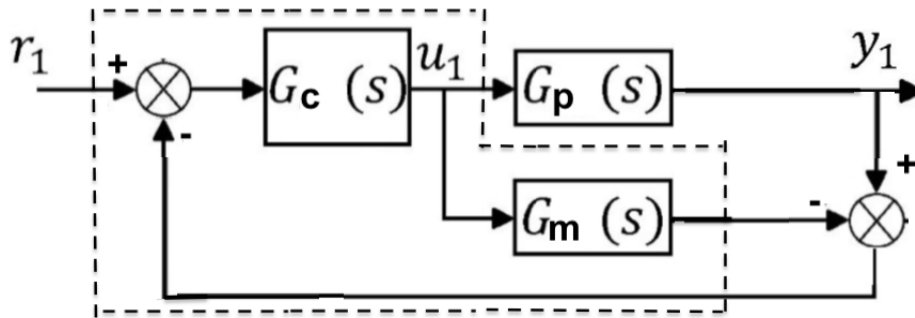
iminência da instabilidade, essa abordagem não é muito utilizada na prática, pois um pequeno aumento do ganho além do crítico pode tornar o sistema instável, o que pode causar prejuízos.

Para contornar a limitação imposta pelo método de Ziegler-Nichols em malha fechada, Aström (2001) introduziu um método de sintonia baseado na inclusão de um relé na malha fechada do processo, de forma a conseguir obter oscilações em uma amplitude pré-definida, eliminando a possibilidade de que o sistema chegue à instabilidade. Essa abordagem ainda é a mais utilizada no projeto de controladores na indústria (BERNER, SOLTESZ, HÄGGLUND & ASTRÖM, 2018). Uma vez obtido o período e o ganho críticos do processo, o método permite ao projetista especificar as margens de ganho e fase para o sistema controlado, geralmente adotam-se as especificações padrões de robustez.

Paralelamente ao trabalho de Aström (2001), surgiram outros métodos de sintonia monovariável do controlador PID que aplicam em sua formulação critérios de robustez, tendo como marco inicial o trabalho de Morari e Skogestad (1986), onde é introduzido o método IMC. Os critérios de Robustez que caracterizam esses métodos como robustos serão discutidos no capítulo posterior.

Nesse trabalho, serão abordados três métodos de sintonia robusta: o método IMC, o método de Skogestad e o método AMIGO, que serão discutidos detalhadamente abaixo.

Figura 6 – Estrutura IMC



Fonte: Adaptado de Skogestad (1986)

#### 2.1.4 O Método IMC

Este método de sintonia, proposto por Rivera, Morari e Skogestad (1986), é derivado da estrutura IMC (“Internal Model Control”) inicialmente desenvolvida por Garcia (1982), tendo como objetivo obter o controlador adequado a partir do modelo do processo e de uma especificação de desempenho desejado. O controlador projetado por essa metodologia, portanto, possui um modelo interno do processo que pode ser obtido pelo método de identificação que o projetista julgar mais conveniente. A estrutura de controle IMC é apresentada na Figura 6.

Definido o modelo do processo obtém-se a função de transferência em malha fechada do sistema:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_p(s)G_c(s)}{1 + G_p(s)G_c(s)} \quad (2.8)$$

A proposta do método IMC é sintonizar o controlador  $G_c(s)$  de modo que a resposta ao degrau do sistema tenha uma dinâmica conhecida e, a partir dela, determinar um parâmetro ajustável de desempenho em malha fechada.

De acordo com Economou & Morari (1986) a resposta desejada em malha fechada para um sistema SISO pode ser tipicamente descrita pela equação a seguir:  $c$  sendo  $G_+(s)$  a parte não-mínima de  $G(s)$ ;  $\lambda$  é um parâmetro ajustável de acordo com o desempenho e estabilidade requeridas para o processo, responsável por determinar a rapidez com a qual a saída  $Y(s)$  consegue acompanhar a referência, devendo ser escolhido respeitando as restrições dinâmicas do sistema; e o grau  $n$  é escolhido de modo que o controlador IMC seja realizável.

Considere que a dinâmica pretendida para o sistema seja representada por um modelo de primeira ordem com constante de tempo igual a  $\lambda$  e cuja função de transferência em malha fechada é dada por:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{(\lambda s + 1)} \quad (2.9)$$

O termo  $\lambda$  é o critério de desempenho do método de sintonia IMC. Igualando-se as equações, obtém-se:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{(\lambda s + 1)} = \frac{G_p(s)G_c(s)}{1 + G_p(s)G_c(s)} \quad (2.10)$$

O controlador  $G_c(s)$  é, portanto, calculado por:

$$G_c(s) = \frac{1}{G_p(s)\lambda s} \quad (2.11)$$

Na formulação do método IMC para sintonia de controladores PID, Rivera, Morari e Skogestad (1986) calcularam os parâmetros do controlador para várias dinâmicas de processos em função do parâmetro de projeto  $\lambda$  que regula o desempenho. O correto ajuste desse parâmetro, portanto, determina a robustez do controle obtido. Na tabela 3 estão mostradas algumas das dinâmicas analisadas e os parâmetros dos controladores PID obtidos pelo método IMC. Nesse

Tabela 3 – Tabela de Sintonia para diferentes dinâmicas utilizando o método IMC

Modelo do Processo	$K_p$	$T_I$	$T_D$
$\frac{K}{\tau s + 1}$	$\frac{\tau}{K \cdot \lambda}$	$\tau$	–
$\frac{K}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}$	$\frac{(\tau_1 + \tau_2)}{K \lambda}$	$(\tau_1 + \tau_2)$	$\frac{(\tau_1 \tau_2)}{(\tau_1 + \tau_2)}$
$\frac{K}{\tau^2 s^2 + 2\xi \tau s + 1}$	$\frac{2 \cdot \xi \cdot \tau}{K \cdot \lambda}$	$2 \cdot \xi \cdot \tau$	$\frac{\tau}{2 \cdot \xi}$
$\frac{K}{s}$	$\frac{1}{K \lambda}$	–	–
$\frac{K}{s(\tau s + 1)}$	$\frac{1}{K \lambda}$	–	$\tau$
$\frac{K}{\tau s + 1} e^{-\theta s}$	$\frac{(2\tau + \theta)}{2 \cdot K \cdot \lambda}$	$\tau + \left(\frac{\theta}{2}\right)$	$\frac{\theta \cdot \tau}{(2\tau + \theta)}$

Fonte: Adaptado de Skogestad (1986)

trabalho, adotaremos o menor valor do parâmetro de desempenho sugerido por Lee (1998), de tal forma a garantir a resposta mais robusta possível. Dado um modelo do tipo primeira ordem com atraso de transporte  $G(s) = \frac{K}{(\tau s + 1)} e^{-\theta s}$ , os parâmetros do controlador PID podem ser satisfatoriamente calculados por:

$$\lambda = 0.25\theta \quad (2.12)$$

$$T_i = \tau + \frac{\theta^2}{2(\lambda + \theta)} \quad (2.13)$$



$$K_p = \frac{T_i}{K(\lambda + \theta)} \quad (2.14)$$

$$T_d = \frac{\theta^2}{2(\lambda + \theta)} \left(1 - \frac{\theta}{3T_i}\right) \quad (2.15)$$

onde  $\theta$  é o atraso de transporte aparente,  $K$  é o ganho em malha aberta do processo e  $\tau$  é a constante de tempo em malha aberta do processo.

Uma vantagem do método de sintonia IMC é que o desempenho do controlador projetado está associado à razão da constante de tempo de malha fechada ( $\lambda$ ) com a de malha aberta ( $\tau$ ), permitindo definir o desempenho desejado para o sistema controlado. Já a desvantagem é que quanto maiores forem as não-linearidades do sistema (ou maiores os erros de modelagem interna do processo), mais conservadora deve ser a escolha do parâmetro  $\lambda$ , portanto, o sistema controlado responderá mais lentamente aos estímulos do meio, de forma que a robustez e estabilidade do sistema sejam mantidos. Outro fator que pode pôr em risco o desempenho do controlador PID sintonizado pelo método IMC é a presença de um “tempo morto” elevado, aumentando o valor da constante de tempo de malha fechada para manter o sistema dentro dos critérios de robustez e desempenho.

### 2.1.5 O Método de Skogestad

O Método SIMC (Skogestad, 2012) consiste em uma otimização do método IMC. O objetivo desse método é propor regras simples para a sintonia, sem perder a qualidade do comportamento do processo em malha fechada. Dessa forma é proposta uma única regra que é válida para modelos de primeira e segunda ordem com tempo morto.

Adotando a função de transferência em malha fechada proposta pela formulação do método IMC:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{G_p(s)G_c(s)}{1 + G_p(s)G_c(s)} \quad (2.16)$$

o método de Skogestad procura, baseado na função de transferência acima, especificar um controlador  $G_c$  tal que a resposta em malha fechada seja de primeira ordem com atraso de transporte:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{sL_c + 1} e^{-\theta s} \quad (2.17)$$

Igualando as equações 2.16 e 2.17 e considerando uma aproximação por séries de Taylor  $e^{-\theta s} \approx (1 - \theta s)$  obtem-se as regras de sintonia do método de Skogestad:

$$K_p = \frac{1}{K} \frac{\tau}{L_c + \theta} \quad (2.18)$$

$$T_i = \min(\tau, 4(L_c + \theta)) \quad (2.19)$$

O SIMC método propõe as regras de ajuste dos parâmetros de um controlador PI, como uma função de um parâmetro ajustável  $L_c$ , o qual determina a velocidade da resposta. O  $T_i$  é reduzido de forma a melhorar a rejeição à distúrbios e  $L_c$  é ajustado em função do atraso de transporte  $\theta$  observado no modelo. Para a obtenção de um controlador robusto, a escolha do parâmetro ajustável é geralmente  $L_c = \theta$ .

### 2.1.6 O Método AMIGO

As regras de sintonia propostas por Ziegler e Nichols (discutidas no item 2.1.1) estabeleceram-se como um método muito empregado para o controle de diversos tipos de processos. No entanto, elas apresentam sérias limitações, visto que são baseadas em informações insuficientes do processo, como também apenas objetivam uma boa resposta ao set-point, resultando em sintonia pobre em robustez (ÄSTROM & HÄGGLUND, 2004).

Em 1998, Åstrom, Panagopoulos e Hägglund introduziram um método para determinar parâmetros de controladores PI e PID baseado em técnicas de otimização matemática visando os mesmos objetivos de Ziegler e Nichols, ou seja, com o objetivo de chegar a um conjunto de regras de sintonias generalizadas para diversos tipo de processos. O MIGO (M-constrained Integral Gain Optimisation) é uma abordagem computacional que tem como critério de otimização a maximização do ganho integral do controlador ( $K_i$ ) sujeito a limitações pela máxima sensibilidade  $M_s$ , definida como o máximo da função de sensibilidade  $S(j\omega)$ , que será discutida detalhadamente no capítulo posterior, é possível quantificar o valor de  $M_s$  pela seguinte análise da máxima sensibilidade, também interpretada como sendo o inverso da menor distância entre a curva de Nyquist da função de transferência de  $C(s)P(s)$  e o ponto crítico de instabilidade,  $-1$ .

Observando-se a critério de Nyquist, segundo Åstrom et al.(1998) e Åstrom & Hägglund (2006) valores típicos da máxima sensibilidade  $M_s$  para o sistema  $C(s)P(s)$  que regula o desempenho se encontram em uma faixa de 1,2 a 2,0 para classificar um sistema como robusto.

Desta forma, Åstrom e Hägglund (2004) apresentaram uma aplicação do método MIGO em um teste em batelada para diversos tipos de modelos de diferentes tipos de processos, cujos parâmetros foram variados a fim de se obter um número expressivo de condições diferentes para o teste. Dos resultados obtidos, realiza-se uma tentativa de se correlacionar as variações dos parâmetros obtidos em cada condição, dando origem às regras de sintonia aproximadas, denominadas AMIGO (Approximated MIGO).

As sintonias AMIGO obtidas para aproximação por modelo do tipo primeira ordem com atraso de transporte e um valor de máxima sensibilidade  $M_s = 1,6$ , ou seja, uma sintonia robusta, são apresentadas nas equações abaixo:

$$K_p = \frac{1}{K} \left( 0.2 + \frac{0.45\tau}{\theta} \right) \quad (2.20)$$

$$T_i = \frac{0.45\theta + 0.8\tau}{\theta + 0.1\tau}\theta \quad (2.21)$$

$$T_d = \frac{0.5\tau\theta}{0.3\theta + \tau} \quad (2.22)$$

## 2.2 CONTROLE DE PROCESSOS MULTIVARIÁVEIS

Os sistemas com apenas uma entrada e uma saída são chamados de sistemas do tipo SISO, do inglês *single input, single output*, isto é, entrada única e saída única, já os sistemas com mais de uma entrada e mais de uma saída são chamados sistemas do tipo MIMO, do inglês *multiple input, multiple output*, ou seja, entradas múltiplas e saídas múltiplas, como pode ser visto na Figura 7.

Figura 7 – Sistema MIMO



Fonte: TOGNETTI(2002)

Em se tratando de sistemas MIMO, os controladores devem considerar as interações que atuam sobre as múltiplas variáveis simultaneamente e, portanto, devem ser projetados de tal forma a atender exigências de desempenho rigorosas. Deve-se enxergar, portanto, os processos a serem controlados sob uma ótica multivariável, considerando o acoplamento existente entre as variáveis da planta.

Apesar de as características dos sistemas MIMO divergirem substancialmente dos SISO, os controladores empregados nos ambientes industriais continuam adotando a estrutura PID para o caso multivariável. Os sistemas de controle PID para processos multivariáveis podem ser classificados em dois grupos: controle descentralizado e controle desacoplado. Neste trabalho foi abordado o projeto de controladores descentralizados.

O controle descentralizado consiste em um conjunto de controladores SISO, projetados considerando as interações entre cada malha do processo. Quando as interações são pequenas essa abordagem é, normalmente, adequada. Entretanto, quando as interações entre as malhas são severas, o controle descentralizado pode não apresentar desempenho satisfatório. Para minimizar este problema pode-se adotar o esquema de controle com desacoplamento entre as malhas (AGUIAR, JÚNIOR & BARROS, 2018).

Em um sistema MIMO com  $j$  entradas ( $u_1, u_2, \dots, u_j$ ) e  $i$  saídas ( $y_1, y_2, \dots, y_i$ ) as variáveis

de entrada e saída podem ser compactadas em vetores, de acordo com a equação abaixo:

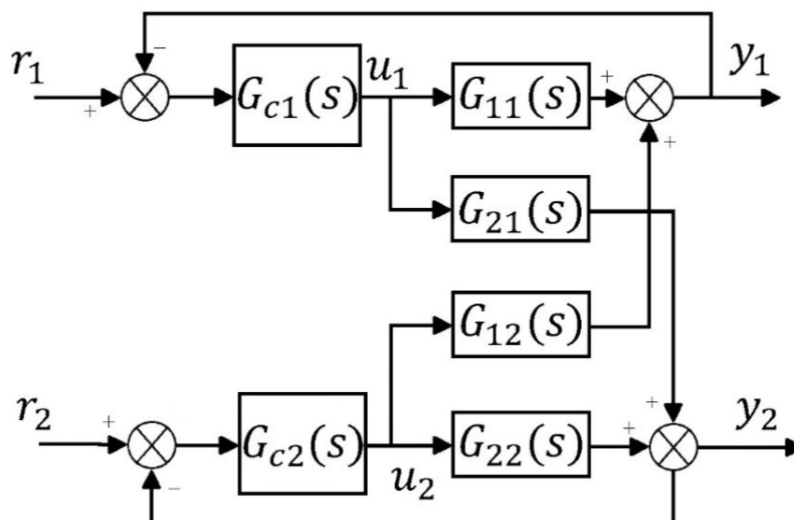
$$u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_j \end{bmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_i \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Considerando um sistema linear, controlável e observável, a representação na forma de matriz de transferência é dada por:

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \\ \vdots \\ Y_i(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) & \cdots & G_{1j}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) & \cdots & G_{2j}(s) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{i1}(s) & G_{i2}(s) & \cdots & G_{ij}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \\ \vdots \\ U_j(s) \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

Cada elemento  $G_{ij}(s)$  da matriz de transferência  $G(s)$ , de ordem  $ixj$ , representa a função de transferência da respectiva malha de controle, que, por sua vez, relaciona a variável manipulada  $u_j$  à variável controlada  $y_i$  (SKOGESTAD, 2005). No caso particular de um sistema de duas entradas e duas saídas (TITO) como mostrado na figura 8, as referências  $r_1$  e  $r_2$  são as variáveis de entrada do sistema, ao passo que as variáveis controladas  $y_1$  e  $y_2$  são as variáveis de saída. As variáveis manipuladas  $u_1$  e  $u_2$ , por sua vez, são os sinais de controle provenientes dos controladores descentralizados  $G_{c1}(s)$  e  $G_{c2}(s)$ , respectivamente.

Figura 8 – Diagrama de blocos de um sistema TITO



Fonte: ALMEIDA (2002)

É possível observar que o sinal proveniente do controlador  $G_{c1}(s)$  influencia a saída do processo  $y_2$  e o sinal do controlador  $G_{c2}(s)$  influencia a saída  $y_1$ , a esse fenômeno denomina-se interação entre as malhas ou acoplamento de malhas. A existência de acoplamento torna o

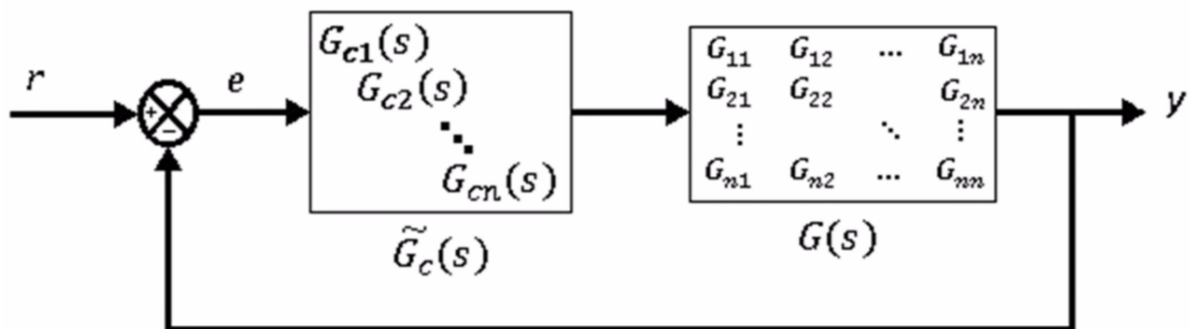
sistema mais complexo se comparado com o caso monovariável e introduz desafios para o projeto do controle descentralizado. Em sistemas MIMO acoplados a sintonia do controlador de uma malha afeta o desempenho das outras, podendo, inclusive, levar o sistema à instabilidade.

### 2.2.1 Sintonia do controlador PID Multivariável

Muito embora outras estruturas de controle, tais como os controladores Preditivos e os controladores Inteligentes, tenham demonstrado ser efetivas em algumas situações em que o controlador PID não se aplica (tais como no controle de processo com atraso de transporte dominante e controle sistemas de alta ordem), a implementação de sistemas de controle baseados na metodologia de controladores PID descentralizados continua sendo dominante e, devido a isso, pesquisas continuam sendo realizadas frequentemente sobre este tema. (BERNER, SOLTESZ, HÄGGLUND & ASTRÖM, 2018)

O controlador descentralizado é uma matriz diagonal em que cada elemento é um controlador monovariável, projetado levando-se em consideração as interações existentes. Além disso, matrizes de desacoplamento podem ser adicionadas ao sistema, posicionando-as entre os controladores descentralizados e o processo, de modo que os controladores “enxergam” o sistema como se cada malha fosse completamente independente. A introdução de matrizes ou outras estruturas de desacoplamento é o que caracteriza o controle desacoplado.

Figura 9 – Diagrama de blocos de um controle Descentralizado



Fonte: YU(2006)

Os métodos de desacoplamento tendem a minimizar os efeitos que uma variável do sistema exerce sobre a outra, tornando possível realizar um estudo mais simples do problema para cada conjunto de entradas e saídas. Um sistema de controle descentralizado com uma matriz de desacoplamento pode ser projetado combinando um controlador  $C(s)$  com um bloco compensador  $I(s)$ , de modo que o controlador visualize o processo aparente  $Q(s)$  como um conjunto de processos completamente independentes (PAULO, 2015).  $Q(s)$ , portanto, é uma matriz de transferência diagonal resultante do produto  $G(s)I(s)$ .

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

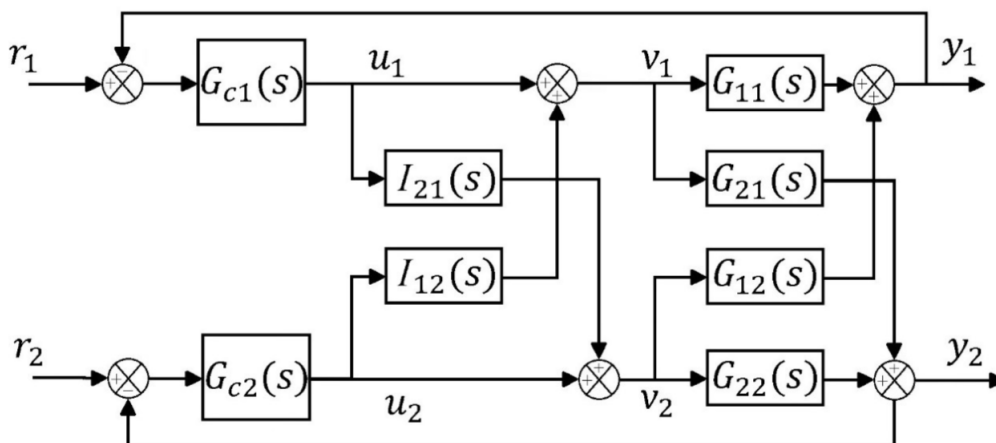
$$C(s) = \begin{bmatrix} C_{11}(s) & 0 \\ 0 & C_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$I(s) = \begin{bmatrix} I_{11}(s) & I_{12}(s) \\ I_{21}(s) & I_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$Q(s) = \begin{bmatrix} Q_{11}(s) & 0 \\ 0 & Q_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

As técnicas de desacoplamento convencionais podem ser classificadas em três tipos: desacoplamento ideal, desacoplamento simplificado, desacoplamento invertido. O desacoplador simplificado é o método mais popular devido à simplicidade dos seus elementos, resultando em uma matriz de fácil implementação. Uma vez obtida a matriz de desacoplamento  $I(s)$ , o diagrama de blocos de um sistema de controle TITO com desacoplamento está mostrado na figura 10. Os elementos de desacoplamento  $I_{21}$  e  $I_{12}$  são projetados de tal forma a eliminar a influência dos acoplamentos  $G_{21}$  e  $G_{12}$ , respectivamente.

Figura 10 – Diagrama de blocos de um controle Descentralizado com desacopladores



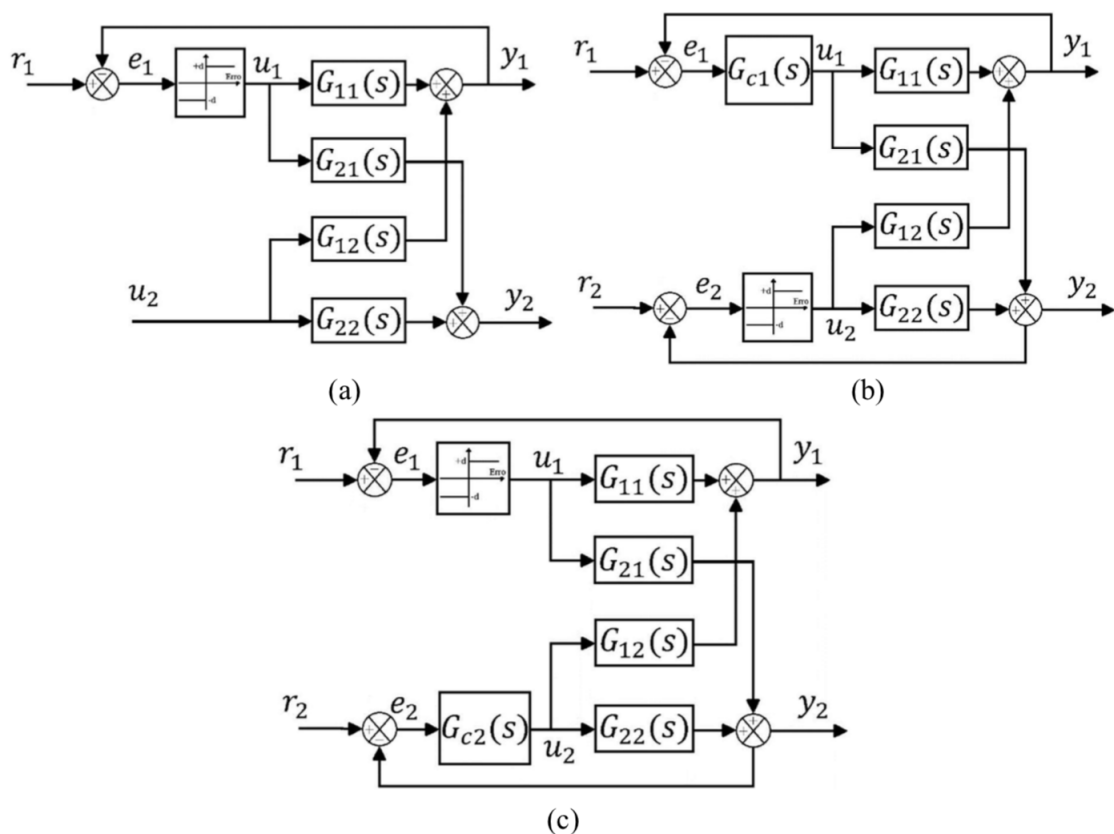
Fonte: ALMEIDA(2002)

Em termos práticos, o método mais empregado para a sintonia de controladores PID descentralizados em sistemas MIMO é o método sequencial. O conceito deste método de sintonia é simples e direto: tratar um problema de desenvolvimento de controladores para sistemas  $n \times n$

como uma sequência de  $n$  projetos de controladores SISO (YU, 2006). Em outras palavras, o projeto multivariável é decomposto em uma sequência de projetos monovariáveis de forma que apenas uma malha de controle é sintonizada por vez. Os controladores são re-sintonizados até que os parâmetros convirjam. Devido ao processo de sintonia dos controladores até a convergência, o método leva em consideração o acoplamento entre as malhas no projeto (ALMEIDA(2002)). Os controladores obtidos pelo método sequencial podem ou não ser associados a matrizes de desacoplamento, a inclusão dessas geralmente melhora o desempenho do sistema, como mostrado em SANTANA, COELHO & ALMEIDA (2018).

Uma metodologia clássica para o projeto sequencial é baseada na técnica de autoajuste proposta por Aström e Hägglund (1984) para sintetizar controladores PID MIMO. A partir de um esquema sequencial de experimentações com o relé em malha fechada conforme a Figura 11, é possível obter os controladores para cada uma das malhas propostas no sistema TITO, respeitando-se três passos:

Figura 11 – Passos para o projeto sequencial do PID-MIMO



Fonte: YU(2006)

1. Inicialmente, um relé é posicionado na malha 1 (entre  $e_1$  e  $u_1$ ), com  $u_2$  constante, identifica-se a função de transferência entre  $u_1$  e  $y_1$ , a partir da resposta do relé, e sintoniza-se o controlador  $G_{c1}$  (a);
2. Com  $G_{c1}$  sintonizado e controlando a malha 1, posiciona-se o relé na malha 2 (entre  $e_2$  e

$u_2$ ), identifica-se a função de transferência entre  $u_2$  e  $y_2$  e sintoniza-se o controlador  $G_{c2}$  (b);

- Os passos anteriores são repetidos até a convergência dos parâmetros dos controladores ser atingida (c).

As vantagens desta forma de projeto são, principalmente:

- A dinâmica real das malhas do processo é identificada durante o experimento pelo relé e o projeto do PID é feito levando em conta as interações entre as malhas;
- Em termos de identificação apenas  $n$  funções de transferência são necessárias para identificar um processo  $n \times n$ ;
- A estabilidade do sistema é garantida caso a condição de que as malhas de controle sejam operadas nas faixas de operação em que foram projetadas seja respeitada.

Todavia, o método sequencial apresenta algumas desvantagens, a saber:

- O controlador final pode depender da ordem em que as malhas foram projetadas;
- Desde que o projeto de uma malha subsequente pode influenciar no projeto da malha já projetada, é necessário reprojeter as malhas até a convergência ser atingida, esse processo pode ser lento e custoso, principalmente em processos com número elevado de malhas e malhas de controle com constantes de tempo elevadas.

Considerando o sistema TITO discutido na figura 11, pode-se inferir que o objetivo do método sequencial é projetar controladores descentralizados  $G_{c1}$  e  $G_{c2}$  que estabilizem os processos  $G_{11}$  e  $G_{22}$ , ainda que sob a influência do acoplamento de malhas. A relação entre  $y_1$  e  $u_1$  em malha fechada pode ser obtida por:

$$G_{11,CL} = G_{11} \left( 1 - \frac{G_{12}G_{21}}{G_{11}G_{22}} h_2 \right) \quad (2.29)$$

onde  $h_2 = \frac{G_{22}G_{c2}}{1+G_{22}G_{c2}}$  e, de forma similar:

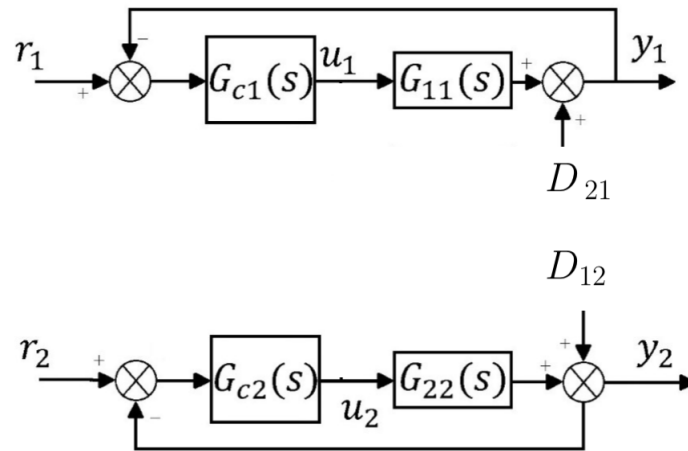
$$G_{22,CL} = G_{22} \left( 1 - \frac{G_{12}G_{21}}{G_{11}G_{22}} h_1 \right) \quad (2.30)$$

Observa-se que as funções de transferência em malha fechada para o sistema TITO apresentam, nos termos  $h_1$  e  $h_2$  a inclusão explícita dos controladores  $G_{c1}$  e  $G_{c2}$ , encerrando uma dinâmica real dos sistemas em malha fechada bastante divergente dos comportamentos dinâmicos observados usualmente em processos industriais, como os processos de primeira ordem com atraso de transporte, por exemplo.

Em busca de simplificar o estudo e o projeto de controladores descentralizados para sistemas multivariáveis com acoplamento entre as malhas, é possível perceber que esses podem ser estudados como um caso particular de sistemas com incertezas não-paramétricas, que serão



Figura 12 – Controle descentralizado considerando o acoplamento como uma perturbação



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

discutidos no capítulo posterior. Considerando o sistema com malhas acopladas mostrado na figura 11, as saídas  $y_{12}$  e  $y_{21}$ , referentes ao acoplamento, podem ser estudadas como perturbações das malhas principais. Nessa abordagem, trataremos as contribuições do acoplamento como:

$$D_{21}(s) = y_{21}(s) = G_{21}(s)u_1(s) \quad (2.31)$$

$$D_{12}(s) = y_{12}(s) = G_{12}(s)u_2(s) \quad (2.32)$$

A malha de controle com acoplamentos pode ser, então, representada por duas malhas de controle independentes, com perturbações aditivas na saída. O projeto dos controladores descentralizados  $G_{c1}(s)$  e  $G_{c2}(s)$  com especificações de robustez suficientes para a garantia da rejeição das perturbações devidas ao acoplamento  $D_{21}(s)$  e  $D_{12}(s)$  constitui uma metodologia eficiente para o controle de sistemas multivariáveis com acoplamento entre as malhas. Neste trabalho, pretende-se aplicar a metodologia supracitada observar a sua eficácia em promover o controle descentralizado de processos multivariáveis. O diagrama de blocos equivalente à metodologia proposta está mostrado na figura 12.

## 2.3 CRITÉRIOS DE DESEMPENHO DAS MALHAS

O controlador projetado, quando em funcionamento, deve gerar respostas dentro de valores especificados para alguns índices de qualidade. Devido a isso deve ser submetido a critérios de desempenho.

O desempenho do controlador pode ser determinado a partir da visualização gráfica dos resultados gerados por simulações ou experimentações quanto à reação do sistema a distúrbios específicos, como a mudança de referência ou perturbações aplicadas ao processo. No entanto, a

visualização e a comparação gráfica de variáveis de processo são muito subjetivas, o que torna necessário a definição de índices capazes de monitorar o desempenho do sistema de controle sem apelo gráfico ou somente auxiliado por saídas gráficas. Os critérios de desempenho baseados na integral do erro são bastante simples e versáteis, pois consideram todo o comportamento dinâmico do processo e não características isoladas.

No presente estudo utilizaram-se três critérios de desempenho baseados na integral do erro para avaliar o desempenho do controlador para cada método de sintonia testado: integral do erro absoluto (IAE), integral do erro quadrático (ISE), integral do erro quadrático ponderado no tempo (ITSE) e integral do erro absoluto ponderado no tempo (ITAE).

De acordo com ÄSTRÖM & HÄGGLUND (1995), os índices IAE e ISE podem ser usados para caracterizar a resposta na referência do processo, desde que o erro nas equações 2.33 e 2.34 sejam interpretados como um erro devido a uma mudança ao degrau na referência. Neste caso, sempre haverá um erro inicial grande. A partir disso, utilizar os índices ITAE e ITSE são mais aconselháveis para avaliar o desempenho, uma vez que, nesses índices, o erro inicial possui pouco peso.

### 2.3.1 Integral do Erro Quadrático (ISE)

O critério ISE é bastante utilizado devido à facilidade de ser computado, além de proporcionar grandes ponderações para erros grandes e pequenas ponderações para erros pequenos. No entanto, ele apresenta pouca seletividade, sendo que as variações nos parâmetros do processo correspondem a pequenas variações no índice ISE. Sistemas implementados para minimizar este critério tendem a apresentar uma rápida resposta, mas com baixa estabilidade relativa, apresentando oscilações. Matematicamente o ISE é assim definido:

$$ISE = \int_0^t e^2(t)dt \quad (2.33)$$

### 2.3.2 Integral do Erro Absoluto (IAE)

O critério IAE considera o módulo do erro, sendo muito utilizado em simulações, é de fácil implementação e entendimento, mas não apresenta muita seletividade quanto a variações dos parâmetros, não apresentando penalidades quanto à amplitude do erro, tampouco quanto à ocorrência de erro em regime permanente. Matematicamente o IAE é assim definido:

$$IAE = \int_0^t |e(t)|dt \quad (2.34)$$

### 2.3.3 Integral do Erro Quadrático ponderado pelo tempo (ITSE)

Neste critério, o erro quadrático é ponderado pelo tempo, resultando que para um erro inicial grande há uma pequena ponderação, enquanto que um erro pequeno na resposta para os

tempos finais é muito penalizado, resultando em valores elevados, evidenciando então o fato de o ITSE ser um bom critério para avaliar a presença de erro em regime permanente nas malhas de controle. Matematicamente o ITSE é assim definido:

$$ITSE = \int_0^t t(e^2(t))dt \quad (2.35)$$

### 2.3.4 Integral do Erro Absoluto ponderada pelo Tempo (ITAE)

De forma semelhante ao critério anterior, nesse critério o erro absoluto é ponderado pelo tempo, resultando que para um erro inicial grande há uma pequena ponderação, enquanto que um erro pequeno na resposta para os tempos finais é muito penalizado, resultando em valores elevados, evidenciando então o fato de o ITAE ser um bom critério para avaliar a presença de erro em regime permanente nas malhas de controle. Matematicamente o ITAE é assim definido:

$$ITAE = \int_0^t t|e(t)|dt \quad (2.36)$$

### 2.3.5 Variância do Sinal de Controle ( $\delta_u$ )

Esse critério permite avaliar o esforço de controle sobre os atuadores. Esse valor deve ser, em princípio, o menor possível, para que se garanta uma vida útil maior para o elemento atuador (COELHO, 2004). Esse índice está diretamente relacionado à boa sintonia do controlador PID, a sintonia adequada dos controladores levará a um sinal de controle menos variante, com menor esforço empregado nos elementos atuadores e, portanto, maior vida útil para o sistema e menor consumo de energia na sua operação.

Define-se o  $\delta_u$  como:

$$\delta_u = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n [u(k) - \bar{u}]^2 \quad (2.37)$$

onde  $\bar{u}$  é a média do sinal de controle.

## 2.4 CONCLUSÃO

Os controladores PID sintonizados por abordagens monovariáveis são bastante difundidos no ambiente industrial devido a simplicidade de implementação e eficiência no controle de grande parte dos processos deste meio. Em função disso existe uma vasta literatura acerca da aplicação desses controladores.

A teoria da aplicação de controladores PID monovariáveis pode ser estendida para os casos multivariáveis, fazendo-se as devidas análises e alterações para a nova aplicação. Projetar e sintonizar adequadamente controladores PID multivariáveis continua sendo um desafio para a engenharia de controle, mesmo com o constante desenvolvimento de tecnologias para esta

finalidade, pois a complexidade dos processos e o grau de acoplamento entre as variáveis a serem controladas interferem diretamente nesta tarefa.

Neste capítulo foram feitas considerações sobre a sintonia de controladores PID descentralizados que, no ajuste dos seus parâmetros, levam em consideração a possibilidade de se abordar o problema de acoplamento de malhas como uma perturbação da malha principal. O projeto de controladores robustos que garantam a rejeição de perturbações deve, portanto, garantir o controle de cada malha individualmente. As ferramentas para análise e projeto de sistemas de controle robusto serão discutidos no capítulo posterior.

## 3 CONTROLE ROBUSTO

O projeto de sistemas de controle é normalmente baseado em um modelo do processo, seja este obtido por identificação ou pelo equacionamento das leis físicas que regulam o comportamento dinâmico do sistema. Devido às limitações do conhecimento do processo, os modelos utilizados podem não representar adequadamente a dinâmica real do processo. Como consequência, se o projeto do controle é realizado unicamente com base no modelo, o mesmo pode não funcionar como esperado quando trabalhando com o processo real.

Segundo Wollovich (1993), quando um controlador é capaz de controlar um processo ainda que o modelo usado para o projeto não seja perfeito diz-se que o mesmo é robusto. O grau de robustez pode ser medido de várias formas, e será maior para controladores que suportem maiores imprecisões ou desconhecimentos do processo.

Por exemplo, na teoria de controle clássica os modelos utilizados para representar os processos são do tipo lineares e invariantes no tempo. Estes são usualmente utilizados como aproximações de sistemas reais para permitir o uso das ferramentas de análise e projeto de sistemas lineares. Sabe-se entretanto que, na realidade a maioria dos processos são não lineares e seus parâmetros variantes no tempo. Nesse contexto, para usar uma representação linear, é necessário lineariza-los em torno a um ponto de operação e considerar que as variações dos parâmetros sejam muito lenta em relação à dinâmica da planta. Mas conforme o ponto de operação muda, os parâmetros da correspondente aproximação linear desviam-se da representação aceitável. Assim, existem incertezas significativas em relação ao modelo “verdadeiro” da planta. (Cruz, 1996)

Uma outra importante característica dos sistemas de controle robusto é a sua capacidade de promover a rejeição de perturbações. Define-se perturbação como uma influência na variável controlada que tende a afetar o seu valor. As perturbações podem ser externas, quando são provenientes de influências que não fazem parte do sistema de controle, ou internas, quando as perturbações são geradas dentro do sistema. A rejeição de perturbações é, portanto, a capacidade de um sistema de ajustar o sinal de controle proporcionalmente à influência das perturbações, eliminando o erro em relação à referência produzido por esses eventos. O acoplamento de malhas pode ser classificado, portanto, como uma perturbação interna e, através da análise de robustez, é possível projetar um sistema de controle que garanta a rejeição dos efeitos dessa perturbação.

### 3.1 RESPOSTA EM FREQUÊNCIA

Os métodos de controle baseados na resposta em frequência são, provavelmente, os mais utilizados em ambientes industriais, devido ao fato de ser possível estabelecer o intervalo de desempenho e realizar o controle de sistemas com boa qualidade mesmo na presença de

incertezas no modelo da planta.

O conceito de resposta em frequência está associado a sistemas lineares invariantes no tempo excitados por entradas do tipo senoidal, considerando-se as saídas em regime permanente. Através da análise de Fourier é possível decompor sinais periódicos ou não em um conjunto de senóides, daí a importância do estudo da resposta em frequência.

Considerando um sistema  $G(s)$  expresso na forma de polos e zeros:

$$G(s) = \frac{p(s)}{(s + p_1)(s + p_2) \dots (s + p_n)} \quad (3.1)$$

sendo  $-p_1, -p_2, \dots, -p_n$  polos do sistema

Considerando um sinal de entrada do tipo senoidal, com amplitude  $A$  e frequência  $\omega$ :

$$x(t) = A \operatorname{sen}(\omega t) \quad (3.2)$$

A transformada de Laplace do sinal de entrada é:

$$X(s) = A \frac{\omega}{s^2 + \omega^2} \quad (3.3)$$

Aplicando-se o sinal de entrada no sistema proposto anteriormente, pode-se obter uma expressão no domínio de Laplace para a saída, dada por:

$$Y(s) = \frac{a}{s + j\omega} + \frac{a^*}{s - j\omega} + \frac{b_1}{s + p_1} + \frac{b_2}{s + p_2} + \dots + \frac{b_n}{s + p_n} \quad (3.4)$$

os termos  $a$  e  $a^*$  são complexos conjugados, definidos por:

$$a = A \frac{G(-j\omega)}{-2j}; a^* = A \frac{G(j\omega)}{2j} \quad (3.5)$$

Devido à estabilidade do sistema, os termos  $\frac{b_i}{s + p_i}$ ,  $i = (1, 2, \dots, n)$  correspondentes a funções do tempo, tendem a zero quando este tende ao infinito, fazendo com que a resposta em regime permanente  $y_\infty(t)$  corresponda apenas aos dois primeiros termos da expansão por frações parciais. Assim, tem-se que:

$$Y_\infty(s) = A \frac{G(-j\omega)}{-2j} \frac{1}{s + j\omega} + \frac{G(j\omega)}{2j} \frac{1}{s - j\omega} \quad (3.6)$$

Aplicando-se a transformada inversa de Laplace sobre a equação (3.6):

$$y_\infty(t) = A \frac{G(-j\omega)}{-2j} e^{-j\omega t} + \frac{G(j\omega)}{2j} e^{j\omega t} \quad (3.7)$$

Uma vez que  $G(s)$  é uma função racional,  $G(-j\omega) = G^*(j\omega)$  e, portanto, atribuindo o módulo e a fase de  $G(j\omega)$  como  $|G(j\omega)|$  e  $\phi(\omega)$ , podemos definir  $G(j\omega)$  em termos de módulo e fase como:

$$G(j\omega) = |G(j\omega)| e^{j\phi(\omega)}; G(-j\omega) = |G(j\omega)| e^{-j\phi(\omega)} \quad (3.8)$$

Portanto,

$$y_{\infty}(t) = A|G(j\omega)|\text{sen}(\omega t + \phi(\omega)) \quad (3.9)$$

O resultado da resposta em frequência de um sistema linear invariante no tempo estável mostra que se um sinal do tipo senóide é injetado na entrada do sistema, então o sinal observado na saída também será uma senóide, apresentando mesma frequência que a entrada, porém com amplitude e fase diferentes. A relação entrada-saída do sistema, então, pode ser caracterizada pelos valores de amplitude ( $|G(j\omega)|$ ) e deslocamento de fase  $\phi(\omega)$ . A resposta em frequência de um sistema, portanto, é obtida pela aplicação de sinais senoidais na entrada com variação da frequência por toda a faixa de interesse.

## 3.2 INCERTEZAS DE MODELAGEM

Técnicas de modelagem normalmente levam em conta que o processo pode ser representado por um conjunto de equações relacionando variáveis e parâmetros. Desde que não se conheça as equações matemáticas e físicas do processo, o modelo proposto geralmente contém incertezas que, por sua vez, podem ter várias origens. Algumas delas são:

- Parâmetros são aproximações dos valores reais;
- Parâmetros do modelo variam devido as não linearidades ou a mudanças no ponto de operação;
- Desconhecimento da estrutura do processo em alta frequência (por simplicidade empregam-se modelos de baixa frequência);

De acordo com Venini (1998), as incertezas podem ser classificadas em dois grandes grupos:

- Incertezas paramétricas ou estruturadas: quando a estrutura do modelo utilizado para representar o processo é perfeitamente conhecida e invariante e apenas seus parâmetros estarão sujeitos a variações. Um exemplo deste tipo pode ser uma planta que tem um comportamento dinâmico de sistema de primeira ordem linear com ganho estático variável.

- Incertezas não estruturadas: quando a estrutura, a ordem e outras características do modelo utilizado para representar o processo podem variar, de tal forma que não é possível representá-lo por um único modelo com parâmetros variáveis. Um exemplo deste tipo pode ser uma planta que tem um comportamento dinâmico que pode se representado por um sistema de ordem variável onde unicamente limitam-se os valores de amplitude da sua resposta em frequência.

### 3.2.1 Incertezas estruturadas

Em controle clássico os sistemas são descritos por modelos do tipo função de transferência, assim as incertezas estruturadas do modelo de uma planta podem ser representadas em termos das variações dos ganhos e das localizações dos pólos e zeros (ou constantes de tempo). Alternativamente as incertezas podem ser representadas em termos dos coeficientes dos polinômios da função de transferência. Para isto é necessário que a estrutura do modelo e a ordem do sistema seja perfeitamente definida e que cada um dos seus parâmetros varie numa determinada faixa de valores. Assim, para um processo contínuo  $G(s, k)$ , onde  $k$  é o vetor de parâmetros, podemos definir uma família de modelos:

$$G_i(k_i, s), k_i \in K \quad (3.10)$$

Se  $k = k_0$ , então o sistema apresenta os parâmetros nominais e será o nominal:

$$G_0(s, k = k_0) = G_0(s) = G_n(s) \quad (3.11)$$

O conjunto de modelos resultante podem ser representados no domínio da frequência e de forma não estruturada, isto é, sem considera-las diretamente vinculadas aos parâmetros dos modelos lineares.

### 3.2.2 Incertezas não-estruturadas

A descrição de incertezas de forma não estruturada é bem mais geral que a anterior pois permite estudar incertezas associadas com dinâmicas não modeladas por funções de transferência, não linearidades e efeitos derivados de processos de linearização. Uma característica importante com respeito à representação desse tipo de incerteza refere-se à sua representação simples, unificada e independente da origem das incertezas.

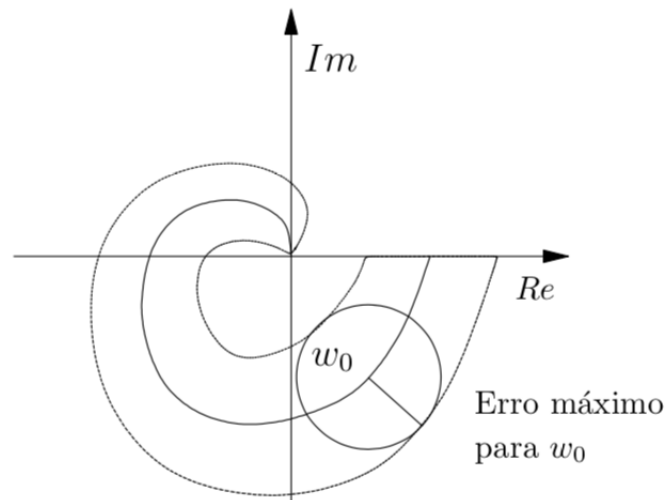
A forma matemática de descrever estas incertezas considera que a planta tem um comportamento que pode ser descrito por uma família de modelos lineares  $G_i$ . Definindo um modelo nominal  $G_n$ , a família pode ser representada usando uma descrição aditiva ou absoluta do erro de modelagem ( $\Delta G$ ):

$$G_i(s) = G_n(s) + \Delta G_i(s) \quad (3.12)$$

$G_i(s)$  é o modelo “real” da planta,  $G_n(s)$  é o modelo nominal, e  $\Delta G_i(s)$  define a forma do erro no domínio da frequência complexa. Portanto a resposta em frequência do modelo  $G_i(s)$  compreende uma faixa de possíveis superfícies de operação determinados pelo erro aditivo de modelagem  $\Delta G$ , como ilustrado na figura 13:



Figura 13 – Diagrama de Nyquist considerando incertezas na determinação do modelo



Fonte: CRUZ(1996)

### 3.3 ESTABILIDADE E DESEMPENHO

No estudo do problema de projeto de controladores robustos deve-se tratar os problemas de estabilidade e desempenho do sistema de controle em malha fechada considerando-se apenas o modelo nominal da planta (também chamado de modelo de projeto) e procurar a garantia de que, ainda que esse modelo contenha incertezas de modelagem, o controle obtido através daquele modelo será suficiente para alcançar a estabilidade e alguns critérios de desempenho (Cruz, 1996). No tocante ao desempenho, nesse trabalho, propõe-se analisar a garantia das seguintes características:

- Seguimento do sinal de referência;
- Rejeição de Perturbações;

#### 3.3.1 Estabilidade Robusta

O conceito de Estabilidade Robusta está associado a capacidade de um dado controlador de estabilizar uma família de modelos que representam ao processo que deseja-se controlar (Cruz, 1996). Supõe-se então que a planta é representada através de um modelo nominal para o qual projetou-se um controlador que satisfaz as condições de comportamento preestabelecidas que logicamente incluem a estabilidade em malha fechada. É necessário estudar as condições que devem ser satisfeitas para que o controlador mantenha a estabilidade quando considera-se uma incerteza aditiva. Assim, considera-se que uma planta com erro de modelagem pode ser

representada por:

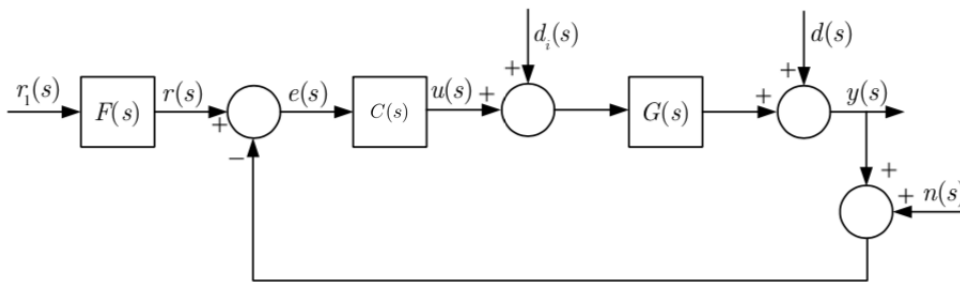
$$G_i(\omega) = G_n(\omega) + \Delta G_i(\omega) \quad (3.13)$$

onde  $G_n(\omega)$  é um modelo nominal e  $\Delta G_i(\omega)$  é o erro de modelagem.

Considerando o sistema de controle ilustrado na figura abaixo, existem em uma malha de controle clássica pelo menos as seguintes fontes de incerteza:

- Ruído no sinal de referência  $r_1(s)$ , normalmente corrigido por um filtro  $F(s)$ , para a obtenção do sinal de referência  $r(s)$
- Perturbações aditivas no sinal de entrada  $d_i(s)$
- Perturbações aditivas no sinal de saída  $d(s)$
- Ruído no sensor de saída  $n(s)$

Figura 14 – Sistema de controle em malha fechada



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Se for considerado que o sinal de referência não necessita de filtragem, ou seja,  $r_1(s) = r(s)$ ,  $F(s) = 1$ , e que não há perturbações de entrada ou saída no sistema, ou seja,  $d_i(s) = 0$ ,  $d(s) = 0$ , a equação característica para esse sistema pode ser dada por:

$$1 + C(\omega)G(\omega) = 0 \quad (3.14)$$

considerando o erro de modelagem, a equação torna-se:

$$1 + C(\omega)[G_n(\omega) + \Delta G_i(\omega)] = 0 \quad (3.15)$$

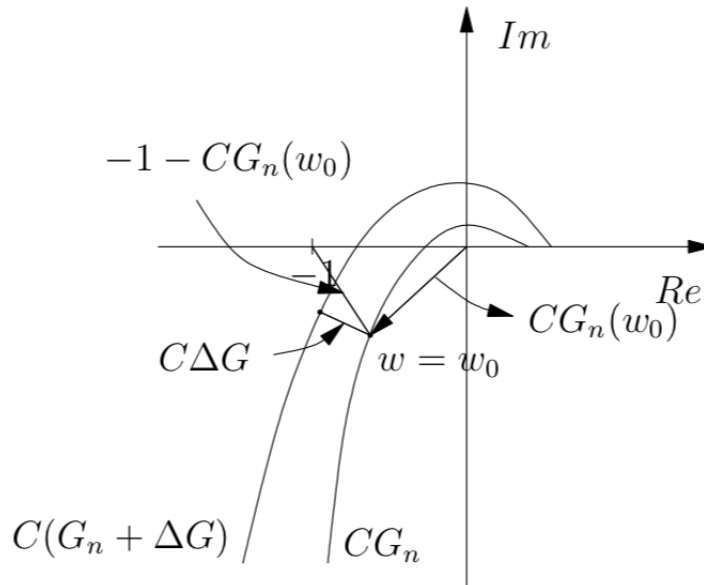
Na figura abaixo ilustra-se o diagrama de  $CG_n$  e  $C(G_n + \Delta G_i)$  para um caso hipotético. Assumindo que  $C$  estabiliza  $G_n$  então para garantir a estabilidade do sistema em malha fechada para  $G_i$  é necessário que a curva  $CG_i$  mantenha a mesma posição relativa que  $CG_n$  com relação ao ponto  $(-1,0)$ . Isto se consegue quando o erro de modelagem  $\Delta G_i$  é tal que a distância de quaisquer ponto da curva  $CG_n(\omega)$  até o correspondente ponto sobre a curva  $CG_i(\omega)$  é menor que a distância do primeiro ponto até  $(-1,0)$ . Geometricamente, podemos descrever o critério acima como:

$$|CG_i(\omega) - CG_n(\omega)| = |C\Delta G_i(\omega)| < |-1 - CG_n(\omega)| = |1 + CG_n(\omega)|, \forall \omega. \quad (3.16)$$

Se pusermos em evidência  $\Delta G_i$ , obtem-se:

$$|\Delta G_i(\omega)| < \frac{|1 + C(\omega)G_n(\omega)|}{|C(\omega)|}, \forall \omega \quad (3.17)$$

Figura 15 – Lugar geométrico de  $CG_n$  e  $C(G_n + \Delta G_i)$



Fonte: Cruz (1996)

Quanto o critério evidenciado na equação 3.17 é satisfeito, pode-se afirmar que o sistema mantém a estabilidade para o modelo  $G_n$  com erro de modelagem  $\Delta G_i$ , portanto o controlador  $C$  é capaz de estabilizar a planta em questão mesmo considerando-se as incertezas impostas pelo erro aditivo. Diz-se então que o controlador é robusto.

Uma vez que o critério de estabilidade robusta depende somente da dimensão de magnitude das respostas em frequência, a análise utilizando a componente de ganho do diagrama de Bode pode ser empregada para que o critério de estabilidade robusta seja analisado graficamente. Pode-se afirmar que o critério de estabilidade robusta é satisfeito se o diagrama de ganho de  $\frac{|1+C(\omega)G_n(\omega)|}{|C(\omega)|}$  contém o diagrama de  $|\Delta G_i(\omega)|$  para todas as frequências analisadas.

O procedimento para a garantia da estabilidade robusta, portanto, vai desde a análise da planta até o ajuste do controlador com o objetivo de garantir a robustez. Devem-se considerar os seguintes aspectos:

- Estudar o processo no tempo ou na frequência, de tal modo a propor um modelo nominal  $G_n(s)$ ;
- Definir a incerteza  $\Delta G_i(s)$ ;
- Ajustar  $C$  para que atenda ao critério evidenciado na equação 3.17.

### 3.3.2 Rejeição de Perturbações

A perturbação externa que age sobre a malha de controle e  $d(s)$  podem ser representadas como sinais adicionados à entrada ou à saída da planta, dependendo da conveniência em cada caso. É oportuno observar que o efeito de uma perturbação na entrada da planta pode ser refletido na saída desta, representando-o por:

$$y(s) = G(s)d(s) \quad (3.18)$$

Para o sistema apresentado na figura 14, se considerarmos que o sinal de perturbação  $d(s)$  é o único sinal de entrada do sistema, teremos:

$$y(j\omega) = \frac{1}{1 + G(j\omega)C(j\omega)}d(j\omega) \quad (3.19)$$

Tipicamente as perturbações, interesse desse estudo, são de baixa frequência, e em um contexto do controle robusto,  $|y(j\omega)|$  deve ser pequeno para as frequências significativas da dinâmica nominal do processo. Considerando a equação 3.19, pode-se notar que a condição para que isso ocorra é

$$|G(j\omega)C(j\omega)| = |L(j\omega)| \gg 1 \quad (3.20)$$

pode-se definir, portanto, uma função de transferência que quantifica a propagação de distúrbios em determinada faixa de frequência na saída do processo, a essa função denomina-se função de sensibilidade, definida como:

$$S(s) = \frac{1}{1 + G(s)C(s)} = \frac{1}{1 + L(s)} \quad (3.21)$$

Portanto a condição de rejeição de perturbações em termos da função de sensibilidade é:

$$|S(j\omega)| \ll 1 \quad (3.22)$$

### 3.3.3 Seguimento de Referência

Um importante critério de desempenho de um sistema de controle é a sua capacidade de seguir um sinal de referência apresentado na entrada, de tal forma a obter um erro medido entre a referência e a saída do sistema o mais próximo de zero possível. Para o sistema apresentado na figura 14, dado um único sinal de referência  $r$ , na entrada do sistema, podemos definir, em uma dada frequência  $\omega$ ,

$$y(j\omega) = \frac{G(j\omega)C(j\omega)}{1 + G(j\omega)C(j\omega)}r(j\omega) \quad (3.23)$$

O sinal de referência  $r(j\omega)$  geralmente tem conteúdo frequencial dominante em baixas frequências. A grosso modo, deseja-se que  $y(j\omega) \simeq r(j\omega)$ . Observando a equação 3.23, é

possível perceber que o erro nulo pode ser obtido, para valores de  $\omega$  na mesma faixa frequencial do sinal de referência, se:

$$\frac{G(j\omega)C(j\omega)}{1 + G(j\omega)C(j\omega)} \simeq 1 \quad (3.24)$$

Podemos definir uma função de transferência em malha fechada para quantificar esse critério:

$$T(s) = \frac{G(s)C(s)}{1 + G(s)C(s)} = \frac{L(s)}{1 + L(s)} \quad (3.25)$$

A essa função de transferência denomina-se função complementar de sensibilidade. Podemos dizer portanto que  $y(j\omega)$  acompanhará  $r(j\omega)$  se o módulo da função complementar de sensibilidade for suficientemente próxima de 1 nos intervalos de  $\omega$  contidos no sinal de referência, ou seja:

$$|T(j\omega)| \simeq 1 \quad (3.26)$$

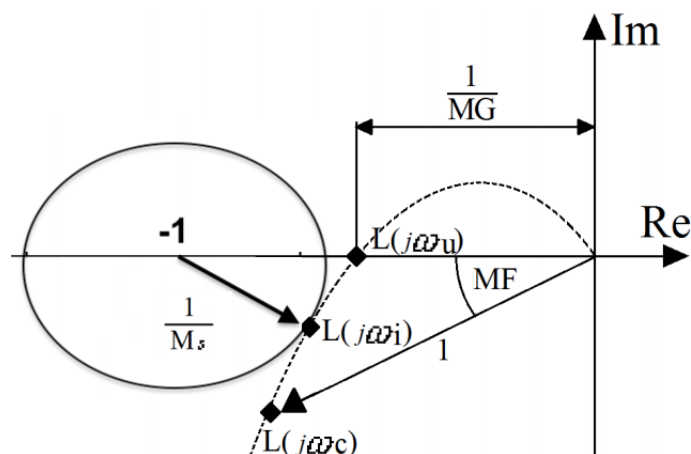
É importante notar que as condições de seguimento de referência e rejeição de perturbações são relacionadas, uma vez que, por definição:

$$S(s) + T(s) = 1 \quad (3.27)$$

Em termos de projeto robusto, é estabelecida no Diagrama de Nyquist uma região circular centrada em  $(-1, 0)$ , com raio de tamanho  $\frac{1}{M_s}$ , como mostra a Figura 16. Os valores aceitáveis do parâmetro de máxima sensibilidade,  $M_s$ , variam geralmente entre 1.2 e 2 (Åstrom e Hägglund (2004)). Se a curva de Nyquist do sistema tangenciar o círculo  $M_s$ , a seguinte relação é estabelecida com  $S(j\omega)$ :

$$M_s = \max_{\omega} |S(j\omega)| = \max_{\omega} \left| \frac{1}{1 + L(j\omega)} \right| \quad (3.28)$$

Figura 16 – Região Circular de máxima sensibilidade



Fonte: ÅSTROM e HÄGGLUND (2004)

Baseado no exposto na equação 3.28, pode-se concluir que um controlador  $C(j\omega)$  que propicie  $1.2 < M_s < 2$ , deve propiciar  $|S(j\omega)| \ll 1$  e também assegurará que  $|T(j\omega)| \simeq 1$ .

## 3.4 CONCLUSÃO

Através da análise dos critérios de robustez, é possível analisar e quantificar a aptidão de um controlador obtido através de um modelo com incertezas quanto a diversos critérios, nesse capítulo foram abordados os critérios de estabilidade robusta, o critério de seguimento de referência e de rejeição de perturbações.

A aplicação de métodos de sintonia robusta para o controlador PID permite, portanto, o projeto de sistemas de controle que garantem a estabilidade, o seguimento de referência e a rejeição de perturbações ainda que projetados através de um modelo contendo incertezas.

Uma vez explanados os critérios de robustez e os métodos de sintonia robusta, faz-se necessária a proposição de modelos para as plantas a serem controladas, no capítulo posterior será feita uma descrição e modelagem das plantas a serem controladas que serão abordadas nesse trabalho.

## 4 DESCRIÇÃO E MODELAGEM DOS SISTEMAS

A modelagem matemática de um sistema pode ser definida como um conjunto de equações capazes de representar sua dinâmica com precisão ou de maneira bastante aceitável, não havendo um modelo único para um dado sistema, uma vez que um mesmo processo pode ser representado de maneiras diferentes, dependendo da perspectiva que se considere (AGUIRRE, 2007).

De uma forma geral, os modelos podem ser caracterizados como contínuos ou discretos, determinísticos ou estocásticos, lineares ou não-lineares, sendo estas características importantes para a determinação do tipo de equação que irá representar o sistema. Modelos não-lineares, por exemplo, devem ser capazes de representar fenômenos tais como multiplicidade de entradas, multiplicidade de saída, respostas assimétricas, geração de harmônicas e sub-harmônicas e comportamentos caóticos (LJUNG, 1987).

As várias etapas de modelagem de um sistema físico geralmente são referenciadas como procedimentos de identificação. Um procedimento de identificação pode ser classificado conforme a abordagem adotada, podendo ser baseado em uma descrição matemática da fenomenologia ou baseado em dados obtidos da excitação conhecida do sistema.

Um procedimento de identificação pode ser dividido em várias etapas, dentre as quais se destacam a seleção do modelo, determinação da estrutura, estimação dos parâmetros e validação do modelo, conforme diagrama da Figura 17.

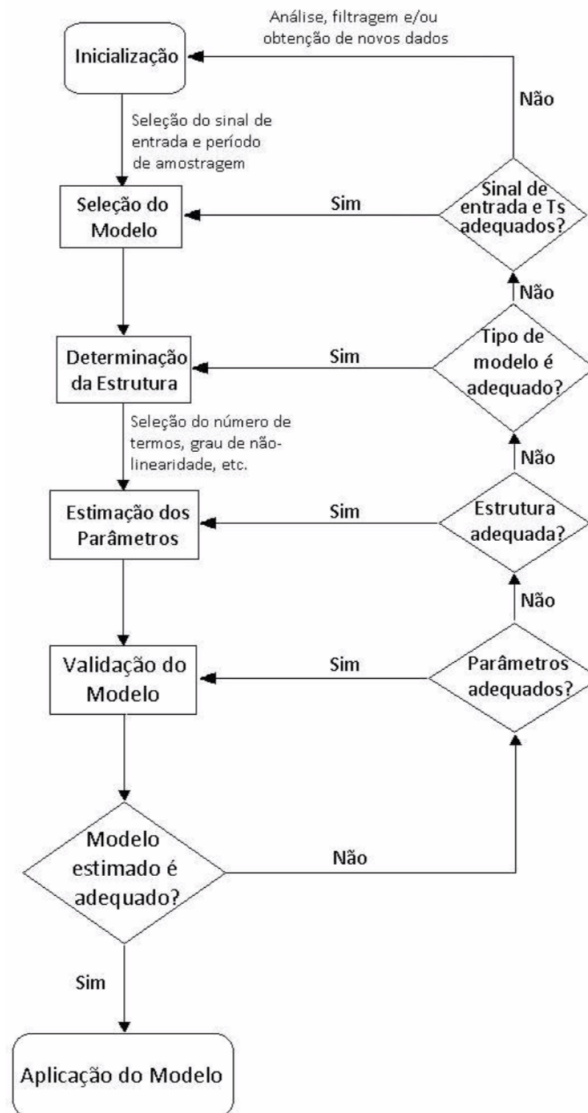
Nesse capítulo, serão propostos modelos contínuos, determinísticos e lineares para a representação dos sistemas a serem controlados nesse trabalho, os sistemas em questão são o duplo-tanque acoplado e a incubadora neonatal. O modelo matemático adotado será o modelo em função de transferência, de primeira ordem com atraso de transporte:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} e^{-\theta s} \quad (4.1)$$

Ambos os sistemas a serem estudados são do tipo TITO, portanto, para cada um dos sistemas, a matriz de processo deve consistir de quatro funções de transferência:

$$G(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Figura 17 – Diagrama de definição de modelo



Fonte: COELHO, SANTANA & ALMEIDA (2018)

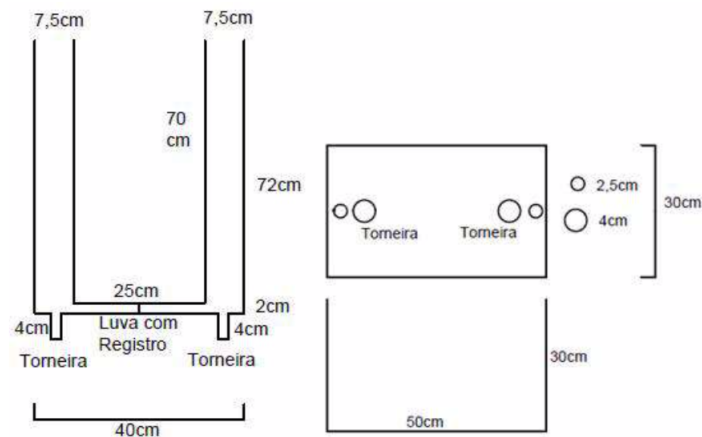
## 4.1 DUPLO-TANQUE DE NÍVEL ACOPLADO

O sistema de tanques duplos acoplados, esquematizado na figura 18, é constituído por dois tanques acoplados dotados de uma válvula desacopladora, é possível, portanto, operar cada um dos tanques individualmente. Cada tanque é dotado de um sistema de bombeamento individual que, através de uma tubulação, leva líquido do reservatório inferior do tanque à parte superior. Cada tanque é dotado de válvulas em que é possível ajustar a vazão de líquido do interior do tanque para o reservatório inferior, sendo possível portanto ajustar a dinâmica do processo de nível de uma planta perfeitamente integradora até um processo de ordem mais elevada. O sistema está disponível no laboratório de controle da Universidade Federal do Piauí.

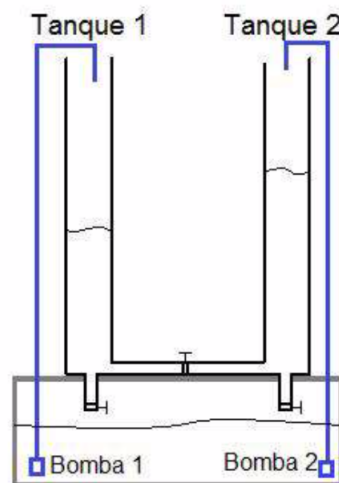
O reservatório que recebe a água dos dois tanques cilíndricos, através das válvulas



Figura 18 – Esquema do processo de tanques duplos acoplados



(a)



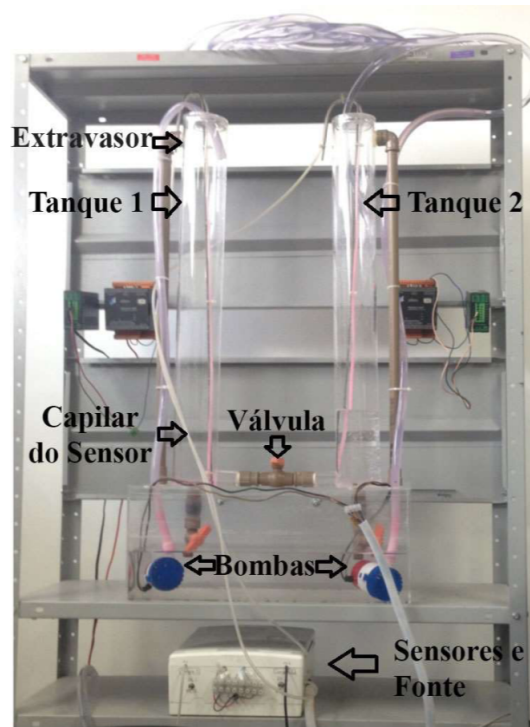
(b)

Fonte: COELHO, SANTANA &amp; ALMEIDA (2018)

localizadas nas partes inferiores dos tanques, possui duas bombas alimentadas com tensão de 12 V para bombear a água para os tanques na parte superior. O controle da vazão das bombas é realizado através de transistores de potência acionados por PWM (do inglês *Pulse Width Modulation* – Modulação por Largura de Pulso), que por sua vez são comandados por um microcontrolador.

As leituras dos níveis dos tanques são realizadas empregando dois sensores de pressão, um em cada coluna, conectados a dois pequenos tubos colocados na parte inferior de cada cilindro. Tais sensores têm capacidade máxima de pressão de 2,1mca (metros de coluna de água) e convertem a pressão da coluna d'água em uma tensão linearmente proporcional ao nível de líquido, de tal forma que, para uma coluna d'água de 2,1m o sensor retorna uma tensão de 5 V. A bancada completa dos tanques com sensores, bombas e microcontrolador é mostrada na figura 19.

Figura 19 – Esquema do processo de tanques duplos acoplados



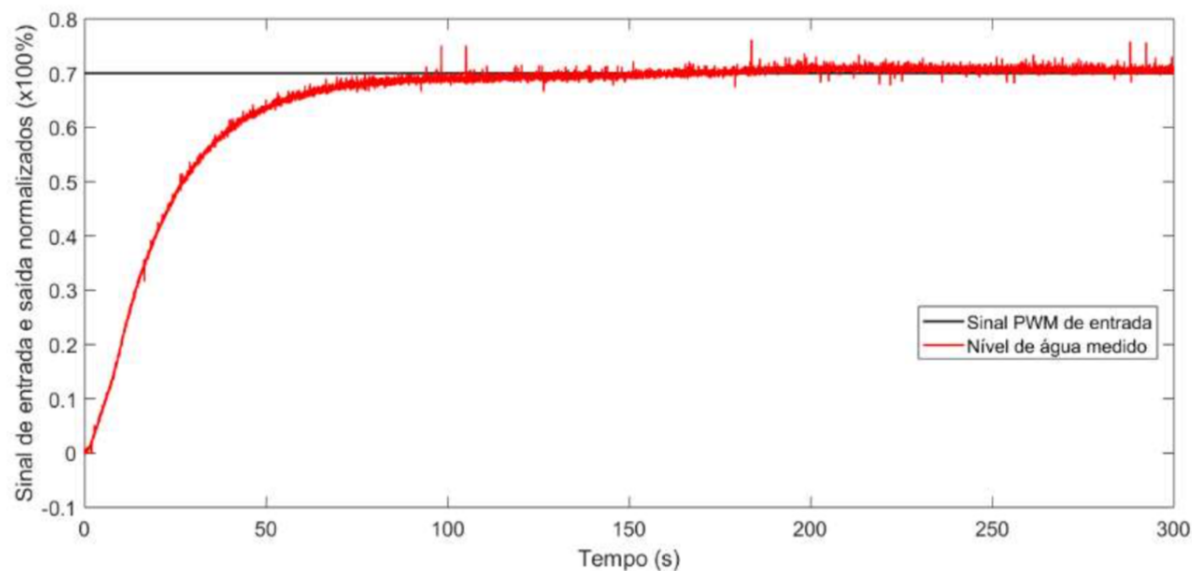
Fonte: COELHO, SANTANA & ALMEIDA (2018)

Para fins de conhecimento inicial da planta e para propósito de identificação, foram realizados ensaios em malha aberta, com a válvula de comunicação fechada, de tal forma a eliminar o acoplamento entre as malhas. Desta forma, o experimento foi conduzido aplicando-se um degrau aos dois tanques, um de cada vez, observando-se os níveis para dois valores de referência.

Para a normalização das saídas de ambos os tanques foi considerado como o valor máximo a altura da coluna d'água lida pelos sensores de pressão quando da iminência de retorno do líquido pelo extravasor e como valor mínimo a altura da coluna d'água em que os sensores são capazes de iniciar a coleta de dados. Para a normalização das entradas dos tanques o valor máximo corresponde a 100% do PWM das bombas e o valor mínimo é o PWM no qual o líquido fica na iminência da extravasão em cada coluna. Assim sendo, para uma entrada de PWM de 70% da potência de uma bomba a saída do tanque correspondente estará em torno de 70% do nível máximo. Os gráficos encontrados para os ensaios realizados nos tanques 1 e 2 com a válvula entre as malhas de comunicação fechada são ilustrados nas Figuras 20 e 21, respectivamente.

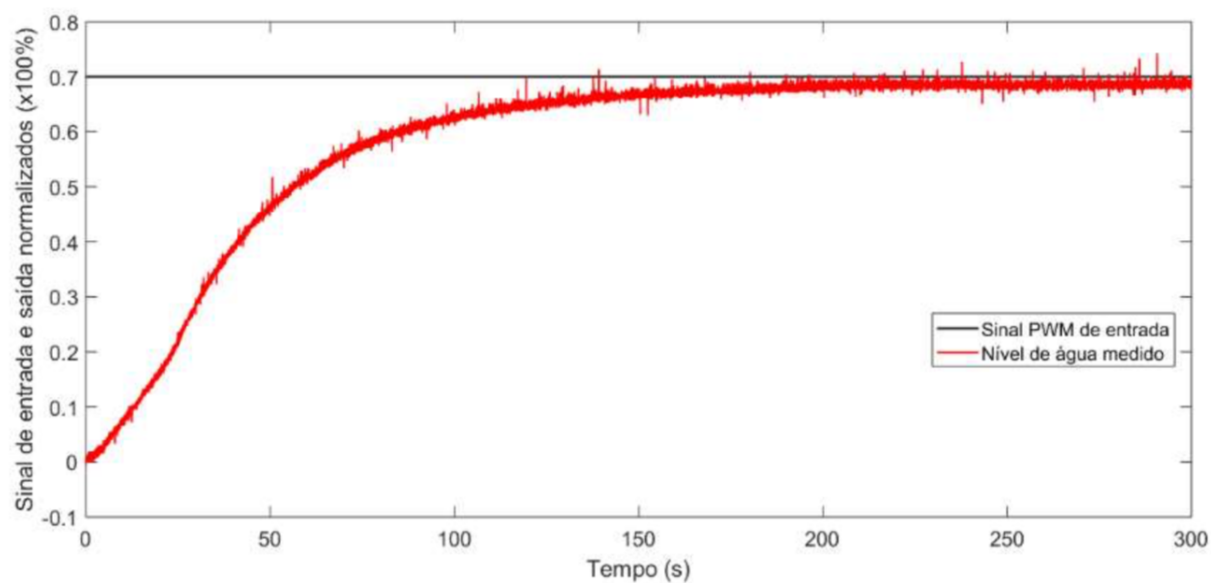
Em seguida, abrindo a válvula de comunicação, verificou-se o comportamento dos dois tanques, aplicando sempre um nível de água mais alto para um em relação ao outro, com o intuito de observar a influência do acoplamento entre as malhas. Os gráficos encontrados para os ensaios realizados nos tanques 1 e 2 com acoplamento entre as malhas são ilustrados nas Figuras 22 a 25, respectivamente.

Figura 20 – Nível do tanque 1 devido a bomba 1 para válvula de comunicação fechada



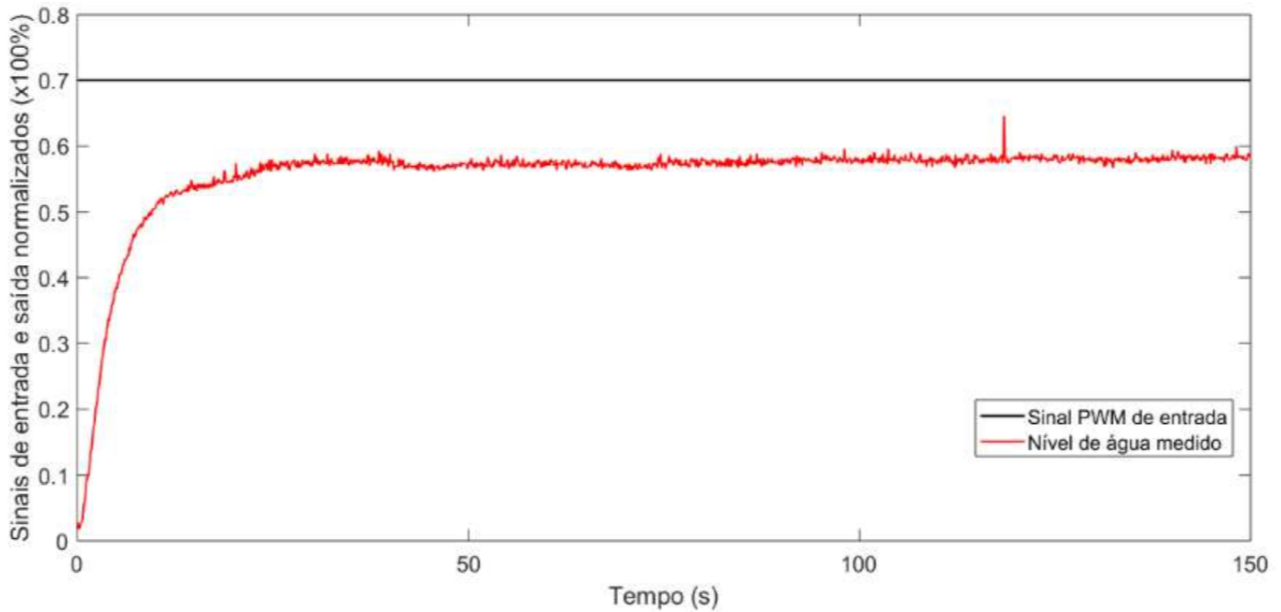
Fonte: COELHO, SANTANA &amp; ALMEIDA (2018)

Figura 21 – Nível do tanque 2 devido a bomba 2 para válvula de comunicação fechada



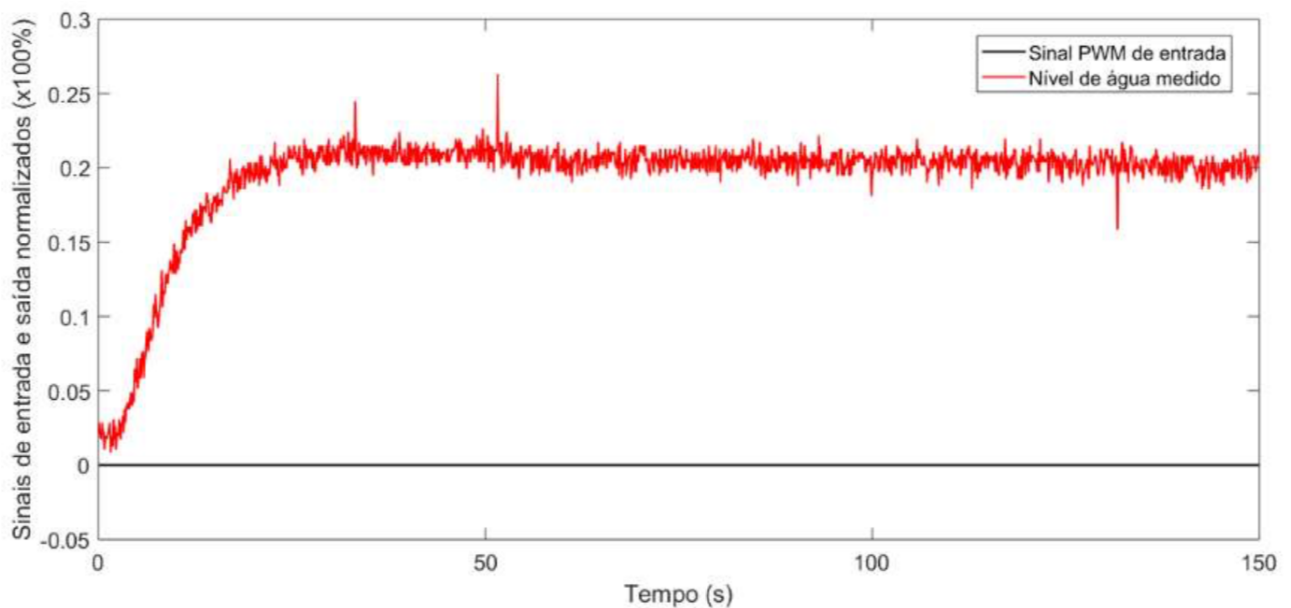
Fonte: COELHO, SANTANA &amp; ALMEIDA (2018)

Figura 22 – Nível do tanque 1 devido a bomba 1 para válvula de comunicação aberta



Fonte: COELHO, SANTANA & ALMEIDA (2018)

Figura 23 – Nível do tanque 2 devido a bomba 1 para válvula de comunicação aberta

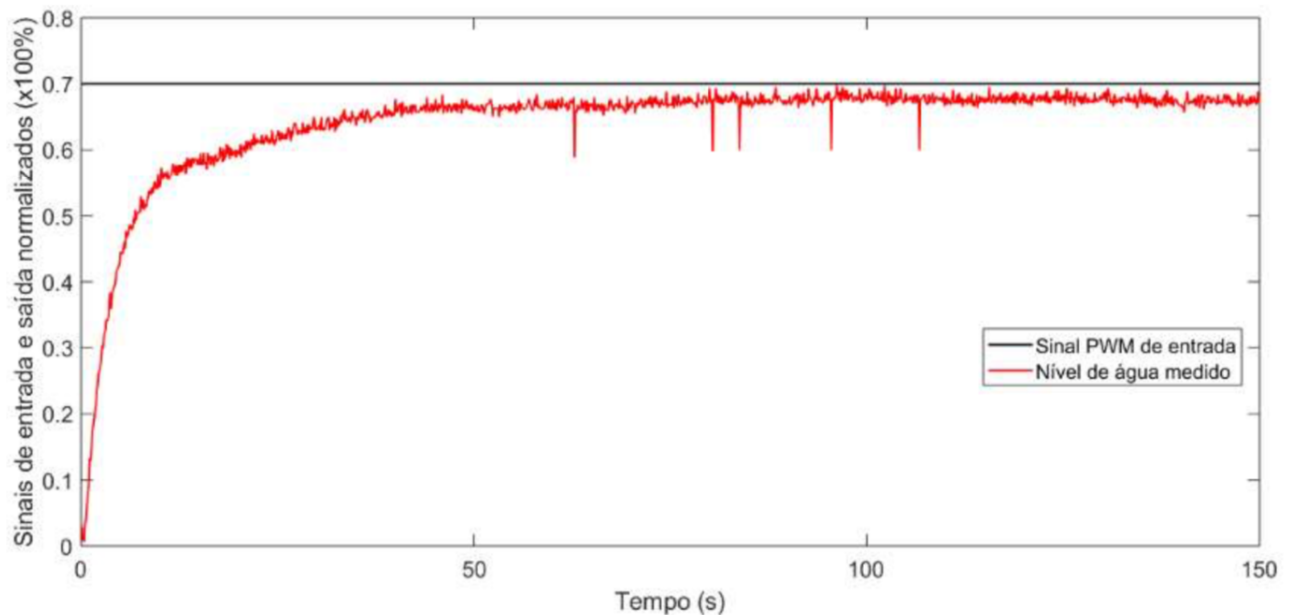


Fonte: COELHO, SANTANA & ALMEIDA (2018)

Observa-se que, devido ao acoplamento existente, o nível de água em cada coluna apresenta valores de saída diferentes quando aplicado o mesmo sinal de entrada, isso é devido à características construtivas da válvula que promove o fluxo de líquido entre as colunas, bem como a pequenas diferenças de desempenho observadas entre as bombas de cada coluna.

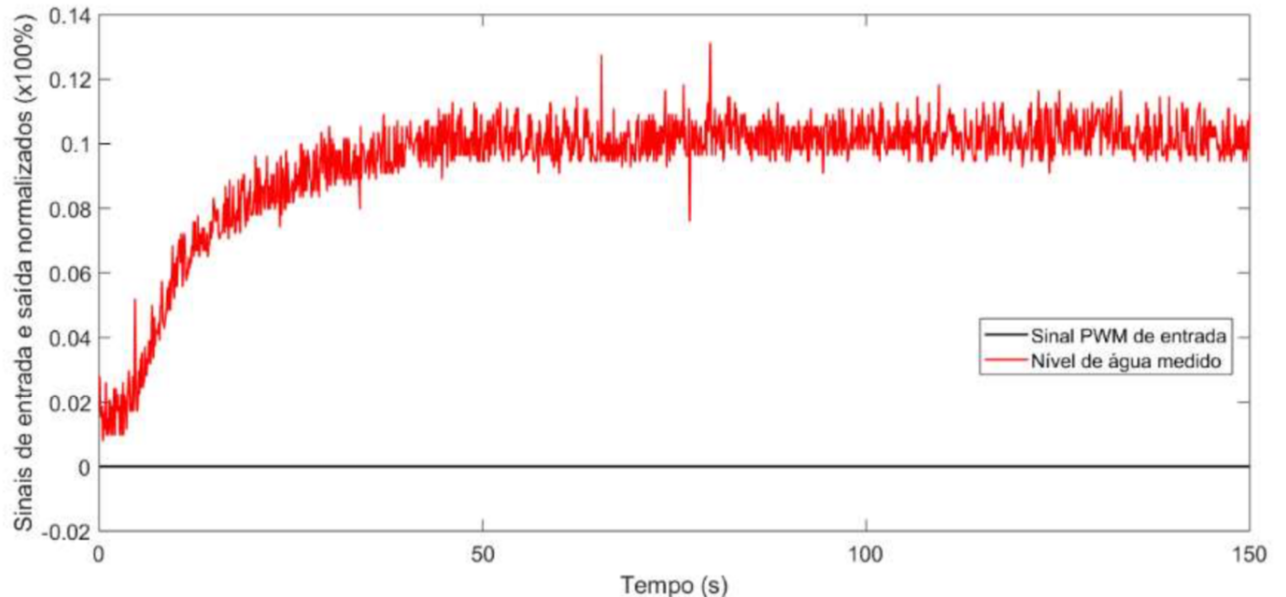
A partir da análise dos gráficos de resposta dos processos em malha aberta para uma

Figura 24 – Nível do tanque 2 devido a bomba 2 para válvula de comunicação aberta



Fonte: COELHO, SANTANA &amp; ALMEIDA (2018)

Figura 25 – Nível do tanque 1 devido a bomba 2 para válvula de comunicação aberta

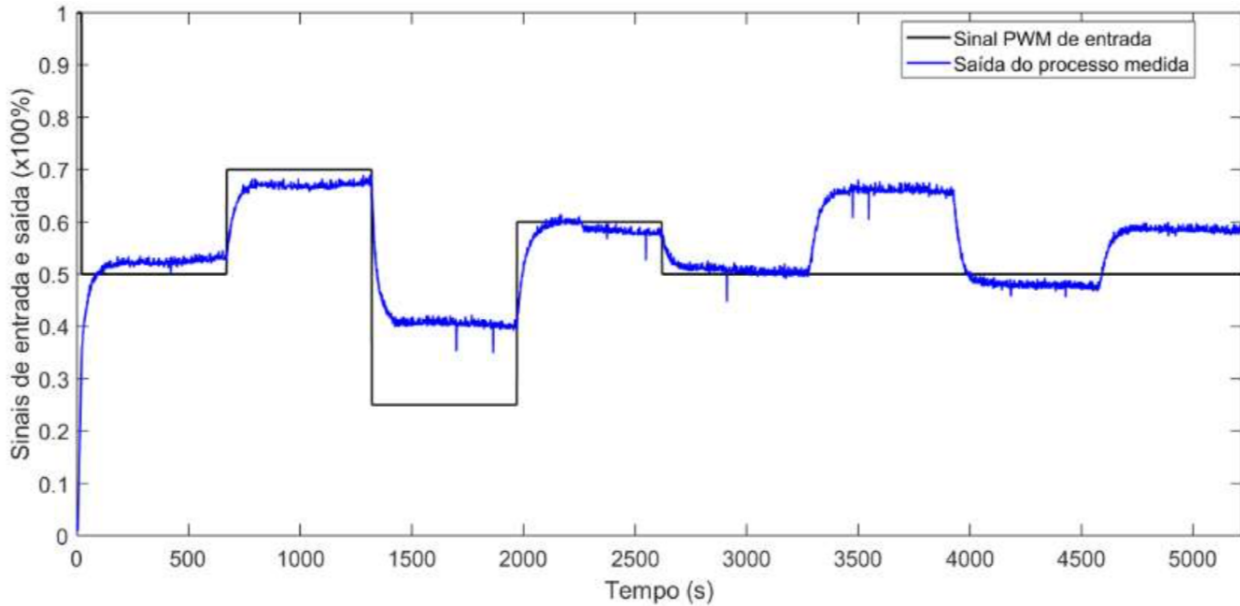


Fonte: COELHO, SANTANA &amp; ALMEIDA (2018)

entrada em degrau é possível afirmar que o sistema pode ser representado por modelos de primeira ordem com atraso de transporte, considerando-se que o atraso aparente é o tempo necessário para que o sinal de saída varie até 2% do seu valor final. Afim de obter uma boa representação do processo em todo o espectro de frequência, introduziu-se sinais de entrada do tipo somatório de degraus em valores variados dentro da faixa de operação do PWM das bombas

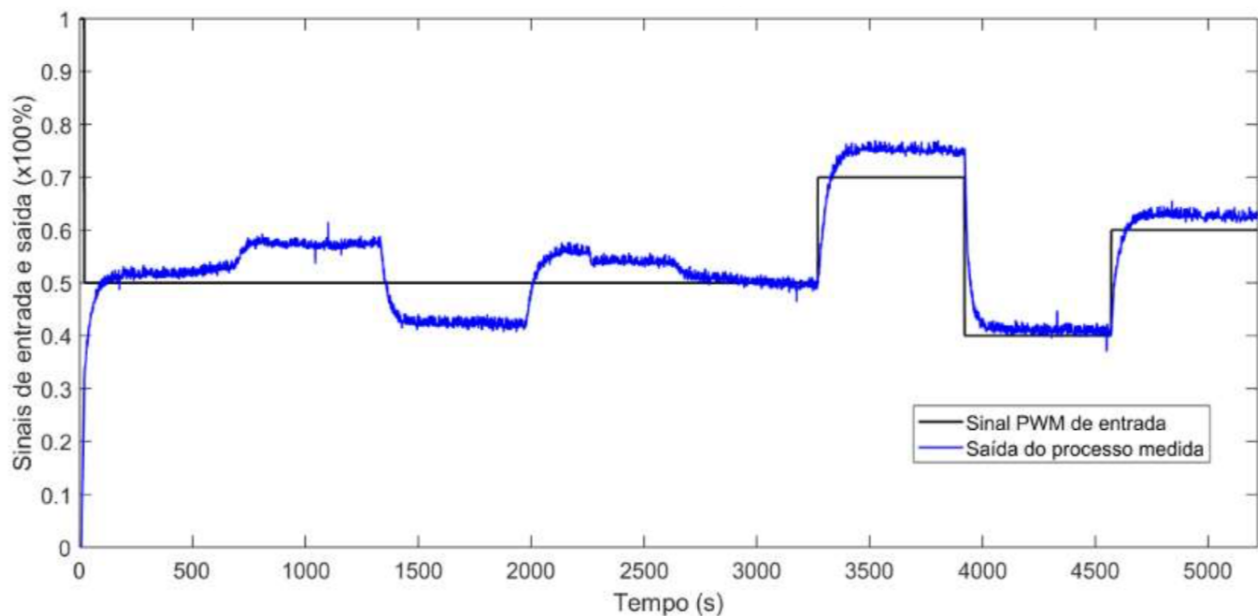
simultaneamente nos dois tanques, obtendo-se as respostas apresentadas graficamente nas figuras 26 e 27.

Figura 26 – Nível do tanque 1 para entradas de múltiplos degraus



Fonte: COELHO, SANTANA & ALMEIDA (2018)

Figura 27 – Nível do tanque 2 para entradas de múltiplos degraus

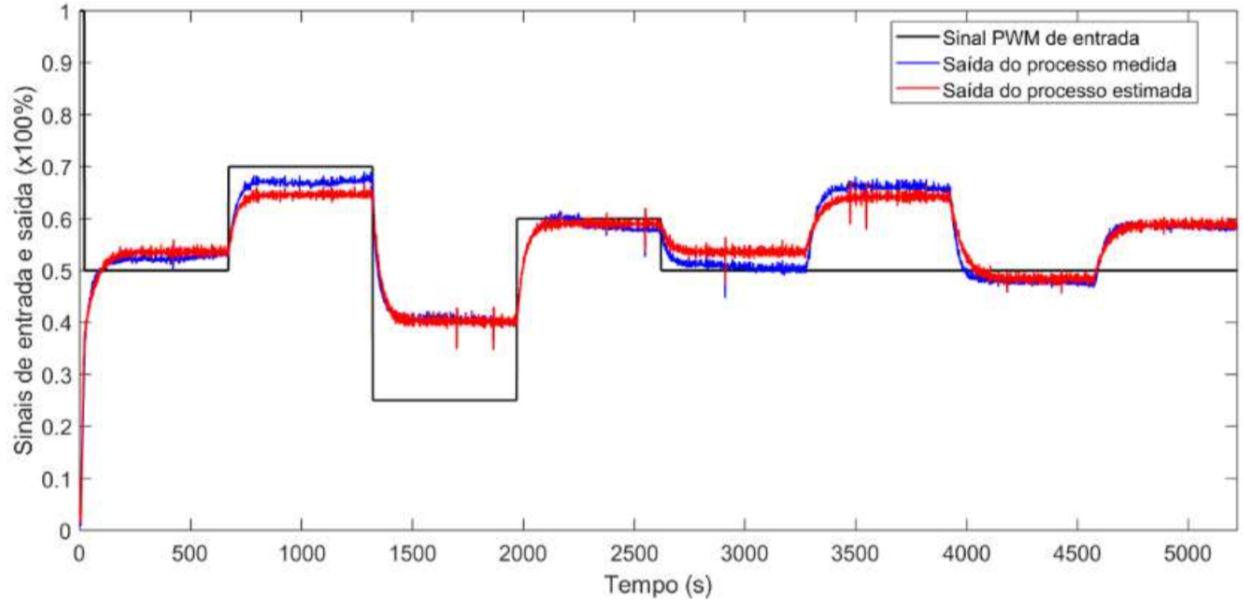


Fonte: COELHO, SANTANA & ALMEIDA (2018)

De posse dos valores de saída coletados pelos sensores, aplicou-se o método dos mínimos quadrados não-recursivo, cuja formulação encontra-se em apêndice, para a identificação das quatro funções de transferência do processo, sendo duas delas funções de transferência de termos diretos e duas outras relacionadas ao acoplamento entre as malhas, encontrou-se a matriz do processo no domínio da frequência, mostrada na equação 4.3. A validação dos modelos obtidos

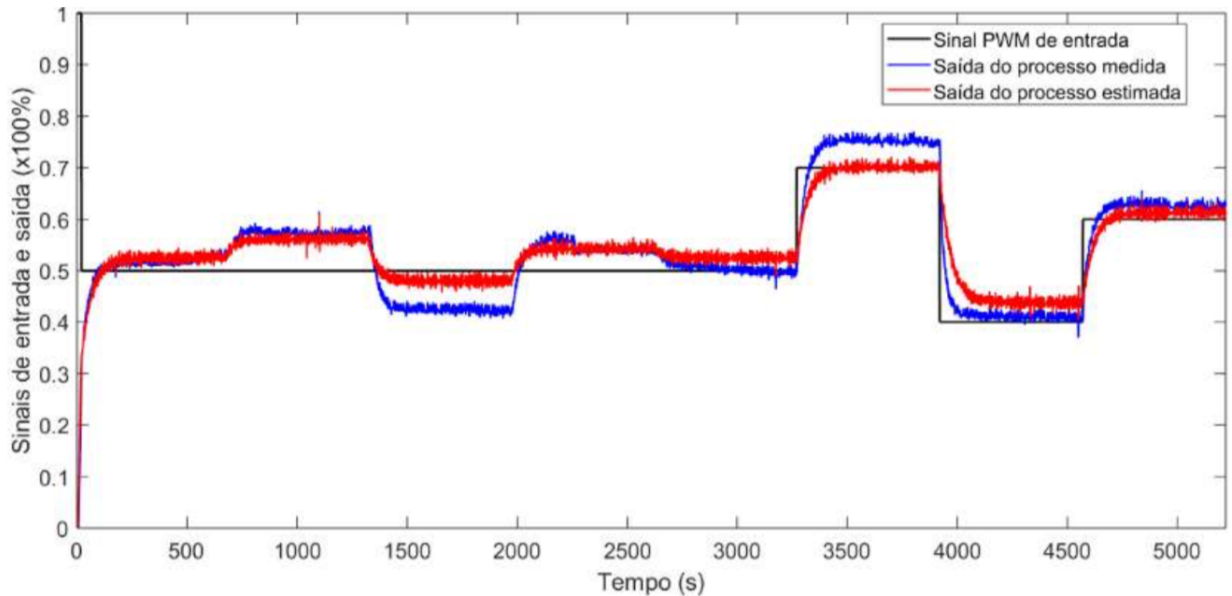
pelo experimento com mínimos quadrados está mostrada nas figuras 28 e 29, onde contrastou-se a saída estimada pelo modelo e a saída obtida no sistema real.

Figura 28 – Predição e leitura do nível do tanque 1



Fonte: COELHO, SANTANA & ALMEIDA (2018)

Figura 29 – Predição e leitura do nível do tanque 2



Fonte: COELHO, SANTANA & ALMEIDA (2018)

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.58}{46.85s+1} e^{-2s} & \frac{0.205}{91.4s+1} e^{-4s} \\ \frac{0.105}{108.5s+1} e^{-4s} & \frac{0.68}{49.03s+1} e^{-2s} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

O modelo encontrado pelo método dos mínimos quadrados apresenta erros em relação

à variável medida, explicados pela forte não-linearidade dos elementos ativos e passivos do sistema. Entretanto, a aplicação de controladores robustos deve ser suficiente para que os erros de modelagem não encerrem prejuízos na utilização dos modelos propostos para a sintonia dos controladores.

Observa-se que, de acordo com o critério proposto por Skogestad (2003) o processo apresenta uma forte característica de acoplamento, uma vez que a saída lida no tanque 1, quando ambas as bombas estão operando em um mesmo patamar de referência, chega a ter 35% do seu valor final devido à influência da bomba 2. Do mesmo modo, a saída lida o tanque 2 chega a ter 15% do seu valor final devido à influência da bomba 1. Pode-se inferir, portanto, que os controladores projetados para o controle da planta devem ser capazes de eliminar um forte acoplamento entre as malhas do processo.

## 4.2 INCUBADORA NEONATAL

A incubadora neonatal é um equipamento médico, que tem como principal função prover um ambiente termo-neutro auxiliando o tratamento de recém nascidos prematuros. A incubadora provê este ambiente termo-neutro através do controle da temperatura e da umidade internas do compartimento reservado ao neonato. Para realizar o controle destas variáveis ambientais as incubadoras possuem sensores de temperatura e/ou umidade, atuadores geralmente na forma de resistor de aquecimento e resistor de vaporização ou nebulizadores e interface de operação na forma de botões, leds e displays e unidade de controle. Em uma incubadora típica, através da leituras dos sensores, a unidade de controle aciona os atuadores de modo que as grandezas de temperatura e umidade alcancem os valores ajustados na interface de controle pelo usuário (IAIONE; MORAES, 2002). A Figura 30 mostra os principais elementos de um incubadora neonatal típica.

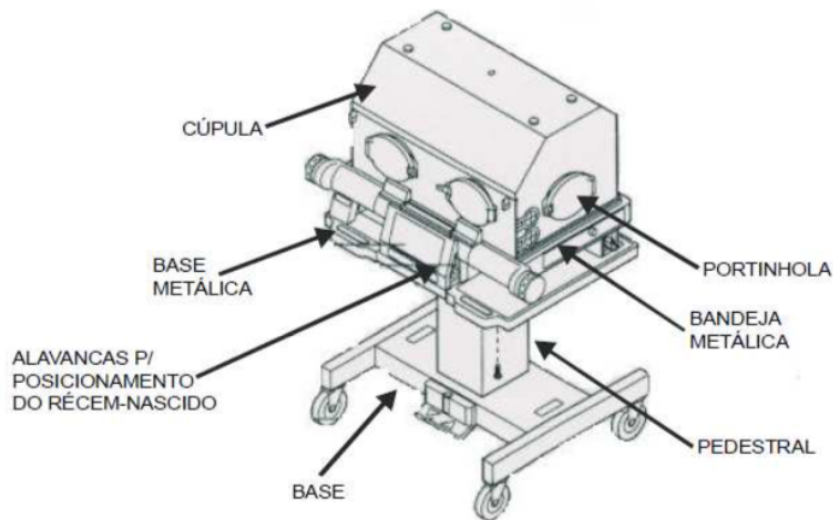
O laboratório de controle e automação do departamento de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Piauí possui em suas instalações uma incubadora neonatal comercial para fins de estudo e pesquisa, mostrada na figura 31. Esta incubadora dispõe de um sistema eletrônico microprocessado que controla o nível de temperatura e umidade relativa no interior da cúpula.

O controle da temperatura da cúpula onde fica o recém-nascido é feito através de um resistor de aquecimento em conjunto com um sistema de circulação de ar o sistema circulatório é composto de um motor de corrente contínua, que trabalha a uma velocidade constante produzida por uma tensão de 15V. A tensão aplicada ao resistor é controlada através de um sinal de PWM enviada por um conjunto de transistores de potência acionados por um microcontrolador, essa tensão varia de 0V, quando a entrada do PWM é 0%, a 12V, quando a entrada do PWM é 100%, viabilizando o controle da temperatura no interior da cúpula.

O controle da umidade relativa do ar no interior da cúpula é realizado através do vapor



Figura 30 – Incubadora comercial típica



Fonte: AGOSTINI(2003)

Figura 31 – Incubadora do Laboratório



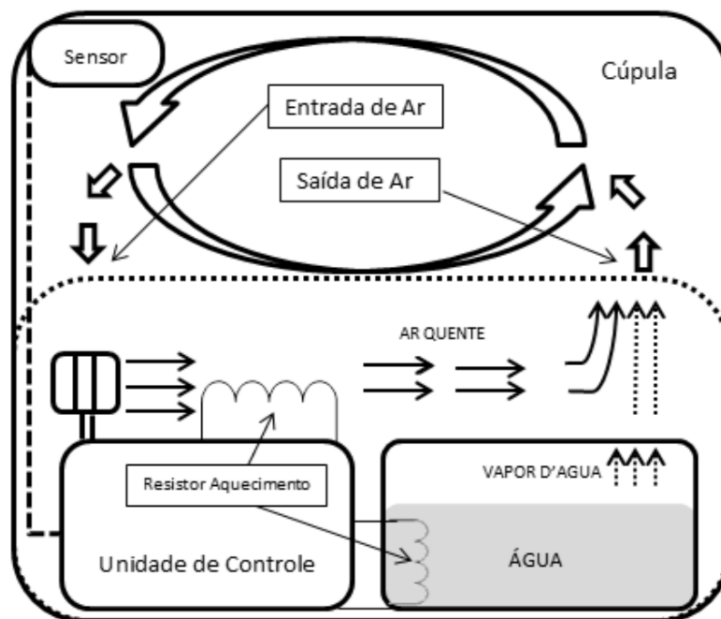
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

d'água produzido por um umidificador presente na parte inferior da incubadora, vapor d'água é conduzido através de uma tubulação para o interior da cúpula, causando o aumento na umidade relativa. O umidificador permanece ligado durante toda a operação do sistema, portanto, para controlar o fluxo de vapor d'água para o interior da cúpula, implementou-se uma válvula cujo ângulo de abertura é controlável, quando o valor de entrada para a válvula é 0%, essa encontra-se

completamente fechada, impedindo portanto o fluxo de vapor para o interior da cúpula. Do mesmo modo, quando o valor de entrada para a válvula é 100%, encontra-se totalmente aberta, de tal modo que o fluxo de vapor para a cúpula é totalmente livre. A válvula admite toda a faixa de valores de entrada entre 0% e 100%, portanto é possível implementar um controle de umidade tendo como variável de controle o estado de abertura da válvula.

A aferição da temperatura e da umidade na cúpula é feita por um sensor DHT22, formado por um sensor de umidade capacitivo e um termistor, presente na parte central do sistema. O esquema do processo de umidade e temperatura da incubadora neonatal está mostrado na figura 32.

Figura 32 – Esquema do processo da incubadora neonatal

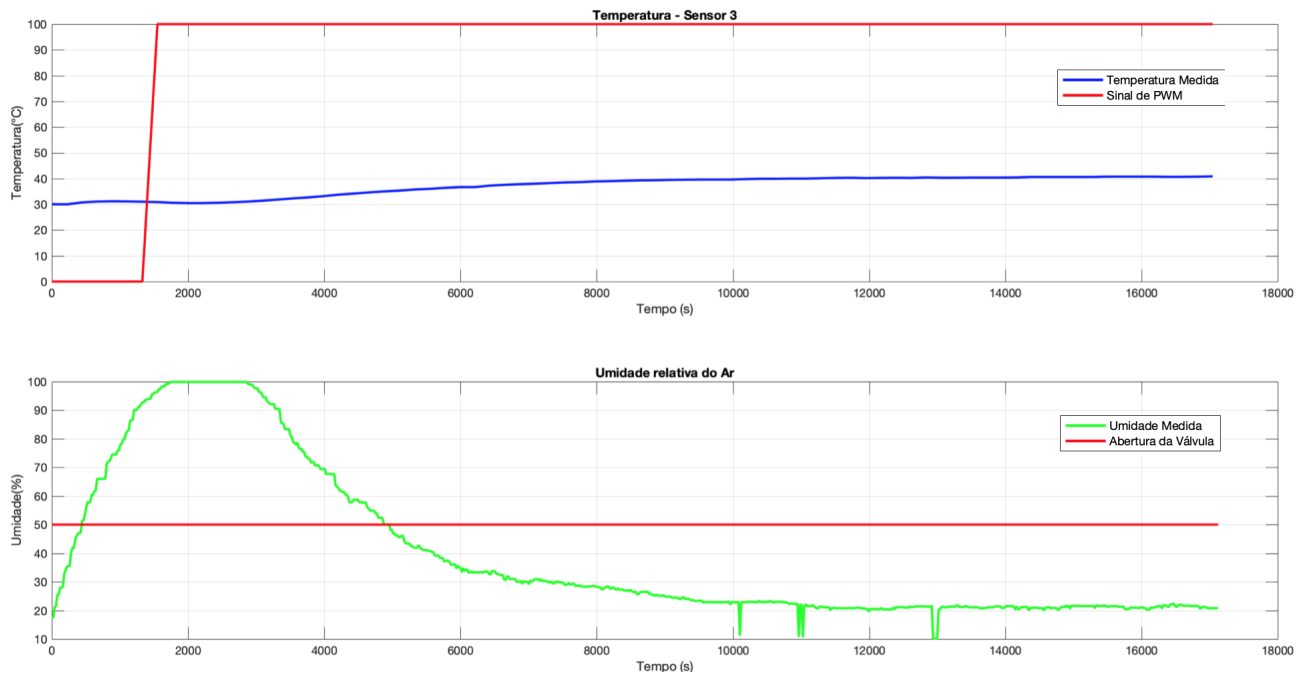


Fonte: Adaptado de ALBUQUERQUE (2012)

Para a modelagem do sistema, inicialmente foram realizados ensaios em malha aberta para a determinação da dinâmica das malhas de temperatura e umidade, bem como para determinação da influência da umidade na malha de temperatura e da temperatura na malha da umidade. Os resultados obtidos estão mostrados nas figuras 33 a 35.

Observa-se que, a malha de umidade, quando o PWM na malha de temperatura é 0%, apresenta um comportamento de primeira ordem, em que sua saída tende a alcançar o patamar de saturação em 100% de umidade relativa do ar, após um certo tempo. Todavia, devido à forte interação entre as malhas, uma vez que no processo de temperatura tenha sido aplicado um sinal de PWM de 100%, a umidade no interior da cúpula tende a cair drasticamente, acomodando-se em torno de 20% de umidade relativa do ar. Esse comportamento evidencia o forte acoplamento entre o processo de temperatura e o processo de umidade, permanecendo constante a abertura da válvula, a aplicação do máximo valor de PWM no processo de temperatura causa uma queda de 80% da umidade relativa do ar, em regime permanente.

Figura 33 – Processo de umidade e influência da temperatura



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

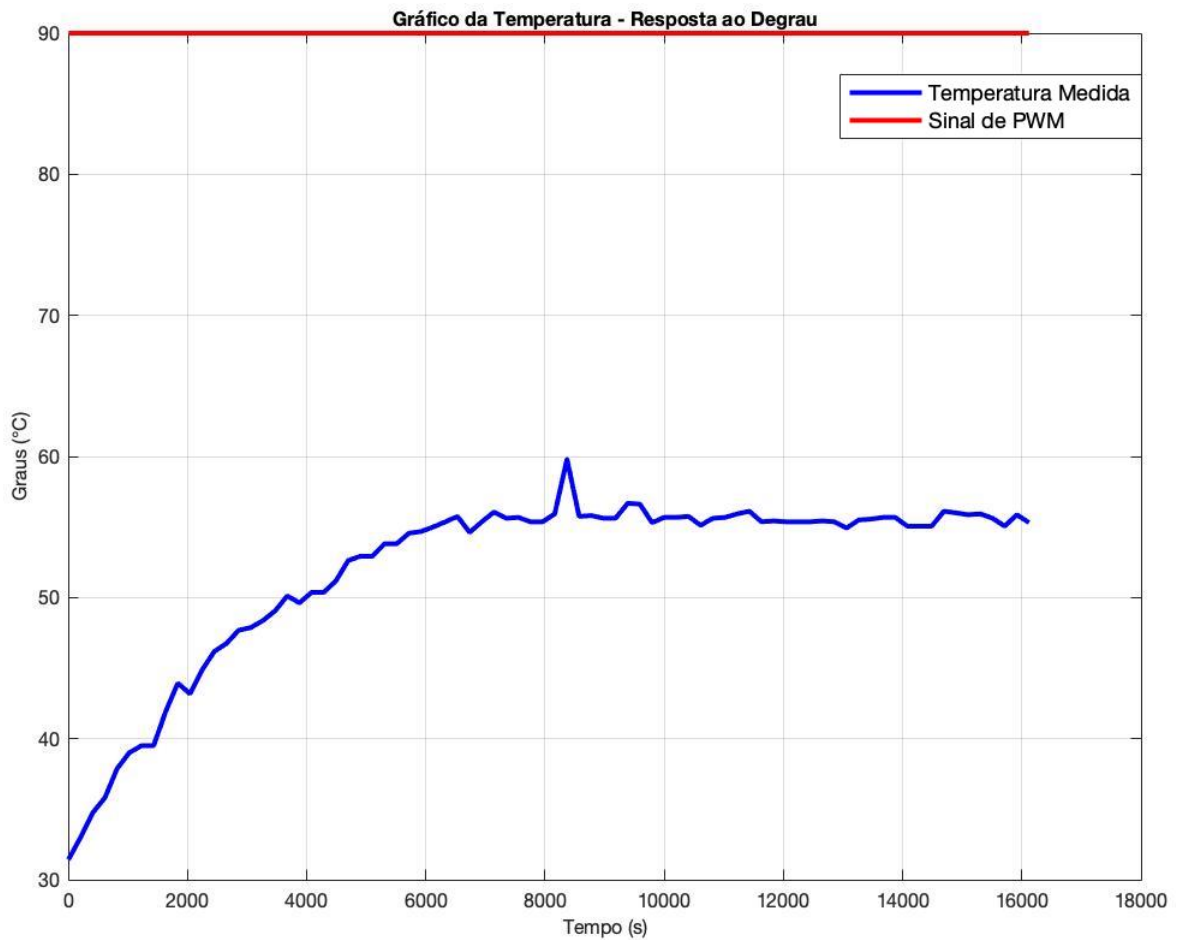
Do mesmo modo, é possível observar que a malha de temperatura apresenta uma dinâmica de primeira ordem, para uma entrada de 90% do PWM, o processo tende a acomodar em uma temperatura de 55 graus celcius, todavia, quando ao abrir-se completamente a válvula de controle de fluxo do processo de umidade, observa-se uma queda no valor da temperatura da ordem de 2 graus celcius, em regime permanente, evidenciando a característica do acoplamento das malhas de controle.

É possível afirmar que o sistema pode ser representado por modelos de primeira ordem com atraso de transporte, aplicando-se uma identificação por resposta ao degrau simples, identificaram-se os parâmetros de ganho em malha aberta, constante de tempo e atraso de transporte para os processos de temperatura e umidade, bem como quantificaram-se esses parâmetros para os acoplamentos de malhas. A matriz do processo obtida está mostrada na equação 4.4.

$$G_p(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.26667}{3260s+1}e^{-220s} & \frac{-0.02}{1800s+1}e^{-460s} \\ \frac{-0.79}{3400s+1}e^{-1120s} & \frac{1.648}{1730s+1}e^{-30s} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Através da análise dos modelos obtidos, pode-se observar que a influência da temperatura na umidade é muito significativa, esse resultado é confirmado pelo observado nos experimentos de resposta ao degrau. Existe também um grau de influência da umidade na temperatura. Outro aspecto importante dos processos de umidade e temperatura é o fato de que possuem constantes de tempo elevadas, mostrando que tratam-se de processos lentos. De fato, o tempo de experimento necessário para que a malha de temperatura alcance seu patamar de acomodação foi da ordem

Figura 34 – Resposta ao degrau do processo de temperatura



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

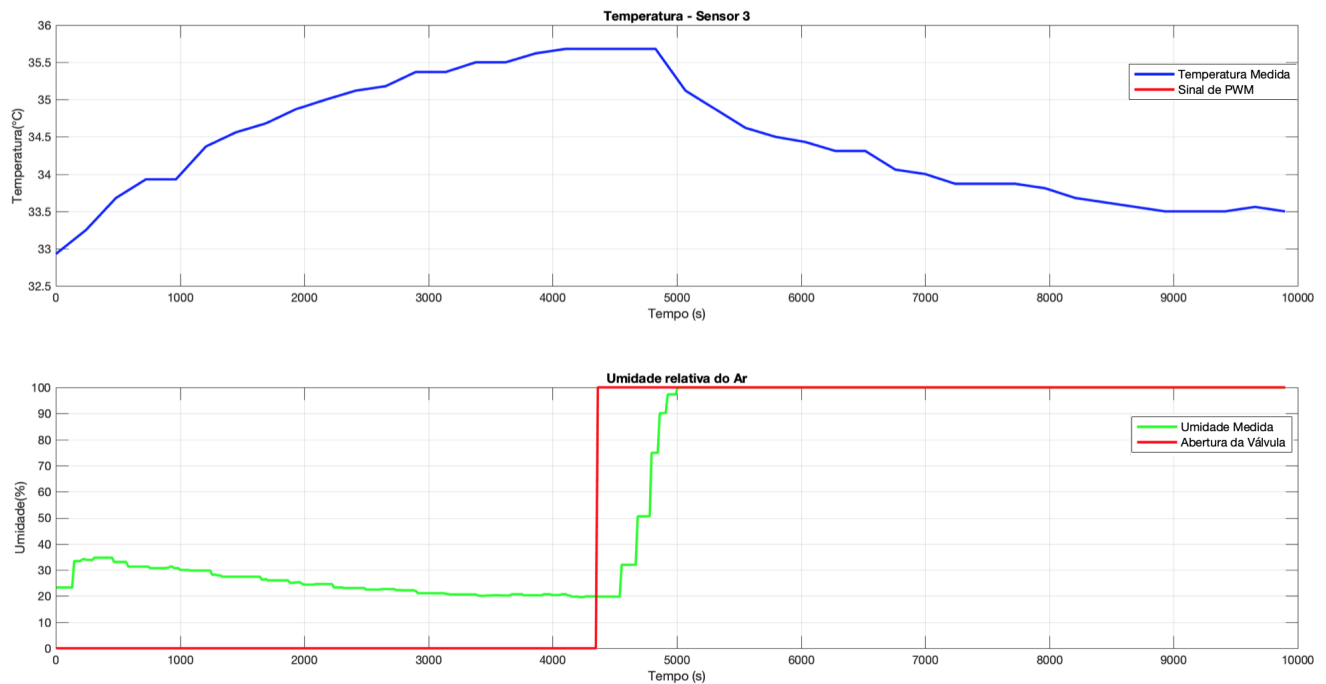
de uma hora e vinte minutos de experimento. A malha de umidade também apresenta um comportamento lento, sendo necessário um experimento de por volta de trinta minutos para que alcance seu patamar de acomodação.

### 4.3 CONCLUSÃO

Nesse capítulo foi apresentada uma análise descritiva das plantas de controle abordadas nesse trabalho: o duplo-tanque acoplado e a incubadora neonatal. Foram propostos modelos do tipo primeira ordem com atraso de transporte para todas as plantas e os processos de modelagem foram descritos.

Observou-se no duplo-tanque acoplado uma forte característica de acoplamento, quando ambas as bombas estão operando em um mesmo patamar de referência, chega a ter 35% do seu valor final devido à influência da bomba 2. Do mesmo modo, a saída lida o tanque 2 chega a

Figura 35 – Influência da umidade na temperatura



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

ter 15% do seu valor final devido à influência da bomba 1. É necessário portanto que, para esse processo multivariável, os controladores projetados sejam eficientes em eliminar as perturbações provenientes do acoplamento de malhas.

Na análise da incubadora neonatal, foi observado que a influência da temperatura na umidade é muito significativa, esse resultado é confirmado pelo observado nos experimentos de resposta ao degrau. Existe também um grau de influência da umidade na temperatura. Portanto, assim como no caso do duplo-tanque, os controladores a serem projetados devem ser capazes de promover a rejeição de perturbações.



# 5 SINTONIA E DISCUSSÃO DOS CONTROLADORES

Nesse capítulo será feita a sintonia dos controladores PID propostos pelos métodos previamente abordados: o método de Ziegler-Nichols em malha aberta, o método IMC, o método de Skogestad e o método AMIGO, utilizando os modelos de processo obtidas no capítulo anterior. Para cada controlador obtido, será discutida a robustez do controle resultante. Será abordado o critério de estabilidade robusta, bem como a capacidade de rejeição de perturbações e seguimento de referência para cada caso.

## 5.1 DUPLO-TANQUE ACOPLADO

As funções de transferência das malhas diretas do duplo tanque são:

$$G_{11}(s) = \frac{0.58}{46.85s + 1} e^{-2s} \quad (5.1)$$

$$G_{22}(s) = \frac{0.68}{49.03s + 1} e^{-2s} \quad (5.2)$$

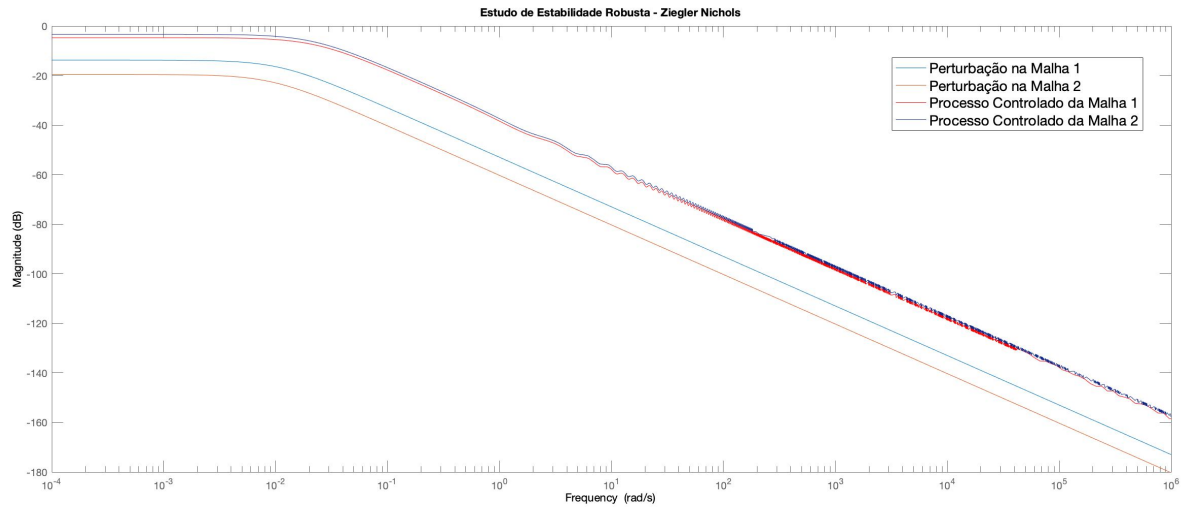
Com base nos modelos expostos, é possível obter controladores PID baseados nos métodos de Ziegler-Nichols em malha aberta, no método IMC, no método de Skogestad e no método AMIGO, aplicando-se os parâmetros dos modelos mostrados nas equações de sintonia dos métodos previamente discutidos. Os controladores obtidos estão mostrados na tabela 4.

Tabela 4 – Parâmetros dos controladores obtidos para o Duplo-Tanque

Malha de Controle	Método de Sintonia	$K_p$	$K_i$	$K_d$
Tanque 1	Ziegler-Nichols	48.465	0.517	1135.3
Tanque 2		43.261	0.441	1060.6
Tanque 1	IMC	32.862	0.689	25.924
Tanque 2		29.311	0.588	25.937
Tanque 1	Skogestad	20.194	0.396	-
Tanque 2		18.025	0.443	-
Tanque 1	AMIGO	18.519	1.612	30.865
Tanque 2		16.517	2.083	16.317

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 36 – Diagrama de Bode para o processo e a perturbação quando aplicados os controladores de Ziegler-Nichols no Duplo-Tanque



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Uma vez obtidos os controladores, deseja-se discutir o critério de estabilidade robusta associado a cada uma das malhas de controle, para que seja evidenciado que, de fato, os controladores garantem a estabilidade do processo ainda que haja uma perturbação no processo proveniente do acoplamento entre as malhas. As funções de transferência das interações entre as malhas são conhecidas, a interação no tanque 1 devido a bomba 2 e no tanque 2 devido a bomba 1 são, respectivamente:

$$G_{12}(s) = \frac{0.205}{91.4s + 1} e^{-4s} \quad (5.3)$$

$$G_{21}(s) = \frac{0.105}{108.5s + 1} e^{-4s} \quad (5.4)$$

Como discutido anteriormente no capítulo 3, para que o critério de estabilidade robusta seja atendido, a condição abaixo deve ser atendida:

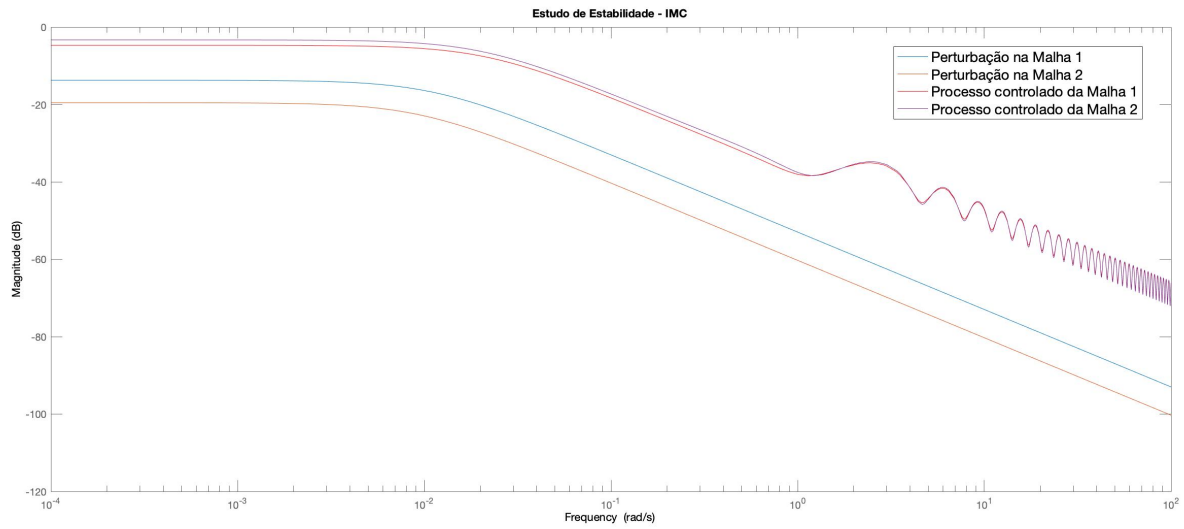
$$|\Delta G_i(\omega)| < \frac{|1 + C(\omega)G_n(\omega)|}{|C(\omega)|}, \forall \omega \quad (5.5)$$

onde  $C(\omega)$  é o controlador PID estudado,  $G_n(\omega)$  é a função de transferência da malha direta do processo e  $\Delta G_i(\omega)$  é a função de transferência da perturbação estudada para a malha de controle em questão. Uma vez que o estudo é feito no domínio da frequência, os diagramas de Bode para cada uma das malhas de controle, quando aplica-se os controladores obtidos, estão mostrado nas figuras 36 a 39.

É possível perceber que, para todos os controladores propostos, o valor de ganho dos processos controlados é superior ao valor de ganho das perturbações em todas as faixas de

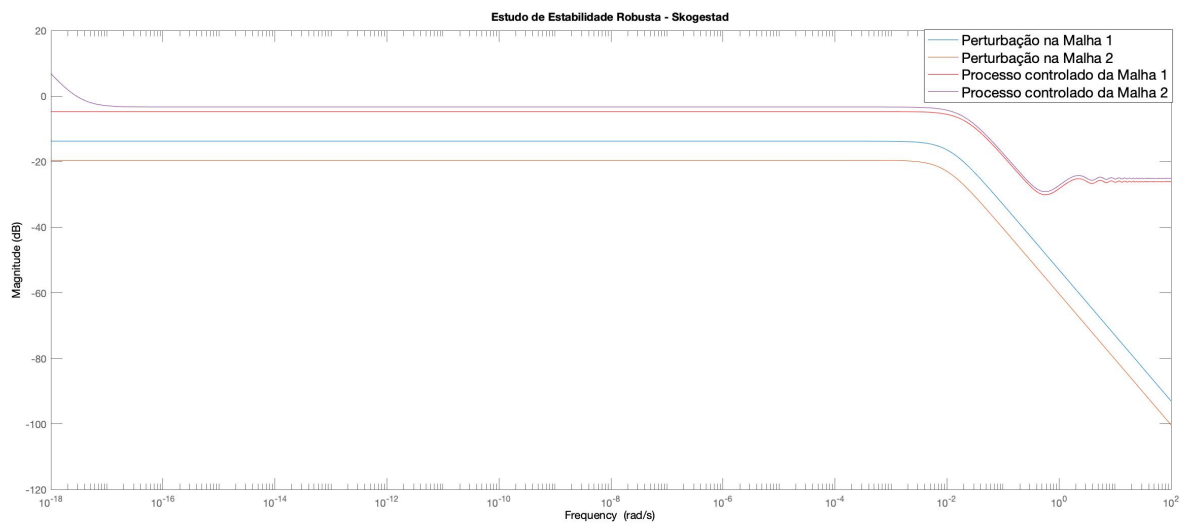


Figura 37 – Diagrama de Bode para o processo e a perturbação quando aplicados os controladores obtidos pelo método IMC no Duplo-Tanque



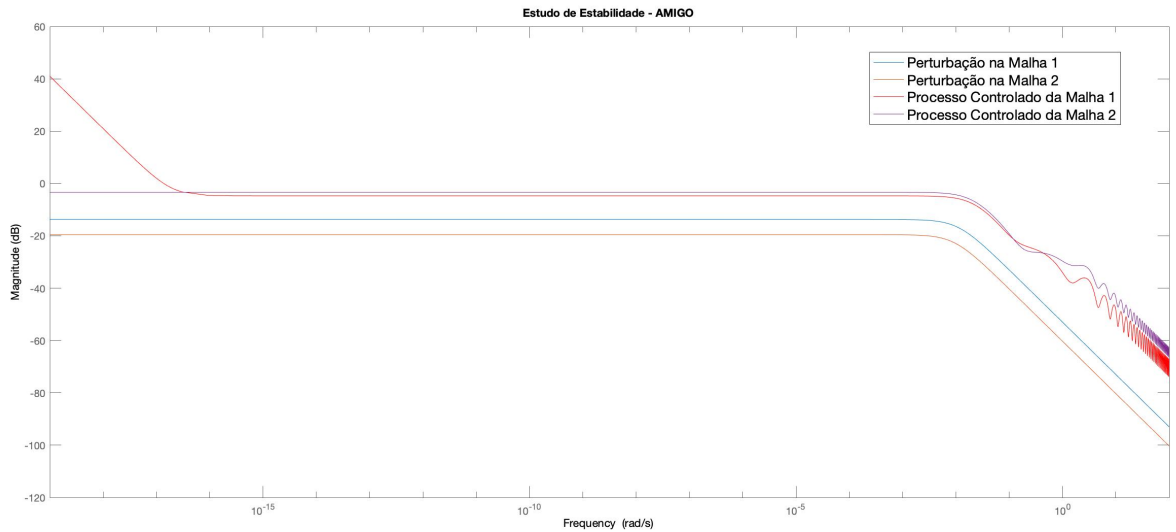
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 38 – Diagrama de Bode para o processo e a perturbação quando aplicados os controladores obtidos pelo método de Skogestad no Duplo-Tanque



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 39 – Diagrama de Bode para o processo e a perturbação quando aplicados os controladores obtidos pelo método AMIGO no Duplo-Tanque



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

frequência, evidenciando, portanto, que todos os controladores propostos são capazes de garantir a estabilidade do processo, mesmo quando sob a influência de perturbações advindas do acoplamento de malhas.

Uma vez obtidas as conclusões sobre a estabilidade robusta dos processos, deseja-se estudar os critérios de rejeição de perturbações e seguimento de referência para o sistema, para isso, deseja-se obter os diagramas de bode das funções de sensibilidade  $S(j\omega)$  para cada um dos processos quando aplica-se cada um dos controladores propostos e por fim obter seu índice de máxima sensibilidade  $M_s$ , esses parâmetros são definidos por:

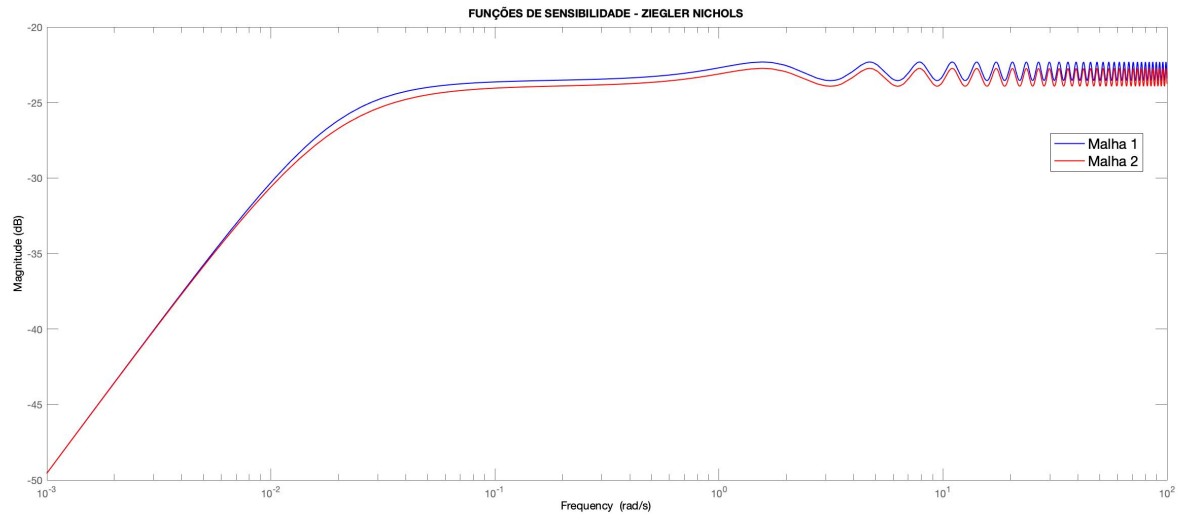
$$S(s) = \frac{1}{1 + G(s)C(s)} = \frac{1}{1 + L(s)} \quad (5.6)$$

$$M_s = \max_{\omega} |S(j\omega)| = \max_{\omega} \left| \frac{1}{1 + L(j\omega)} \right| \quad (5.7)$$

Os diagramas de bode das funções de sensibilidade quando aplicados os controladores propostos estão mostrados nas figuras 40 a 43. Baseado nos resultados obtidos para as funções de sensibilidade, foram calculados os índices de máxima sensibilidade, mostrados na tabela 6.

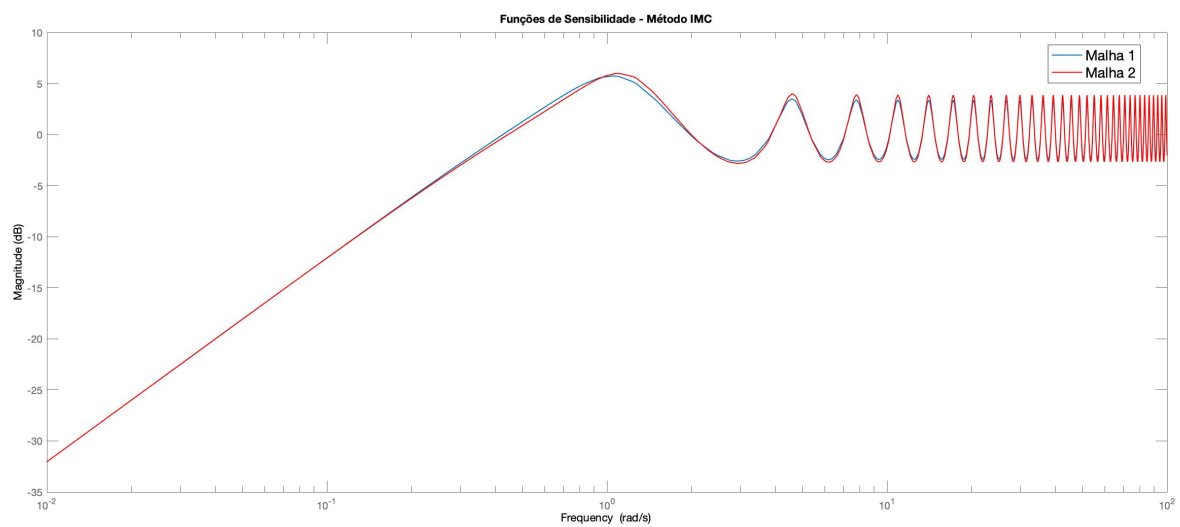
Pela análise das funções de sensibilidade e dos valores de máxima sensibilidade obtidos para cada controlador, pode-se concluir que os métodos de sintonia IMC, Skogestad e AMIGO são eficientes em produzir controladores com parâmetros de máxima sensibilidade entre 1.2 e 2, para ambas as malhas, e portanto devem ser capazes de garantir rejeição de perturbações e seguimento de referência. Os controladores obtidos pelo método de Ziegler-Nichols, por outro

Figura 40 – Diagrama de Bode das funções de Sensibilidade do Duplo-tanque controlado pelo método de Ziegler-Nichols



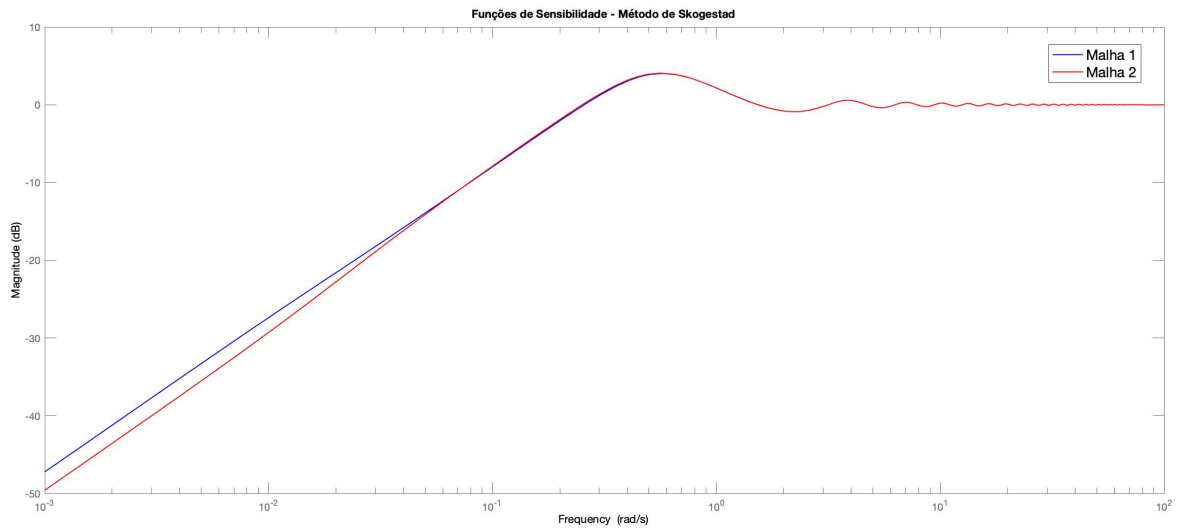
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 41 – Diagrama de Bode das funções de Sensibilidade do Duplo-tanque controlado pelo método IMC



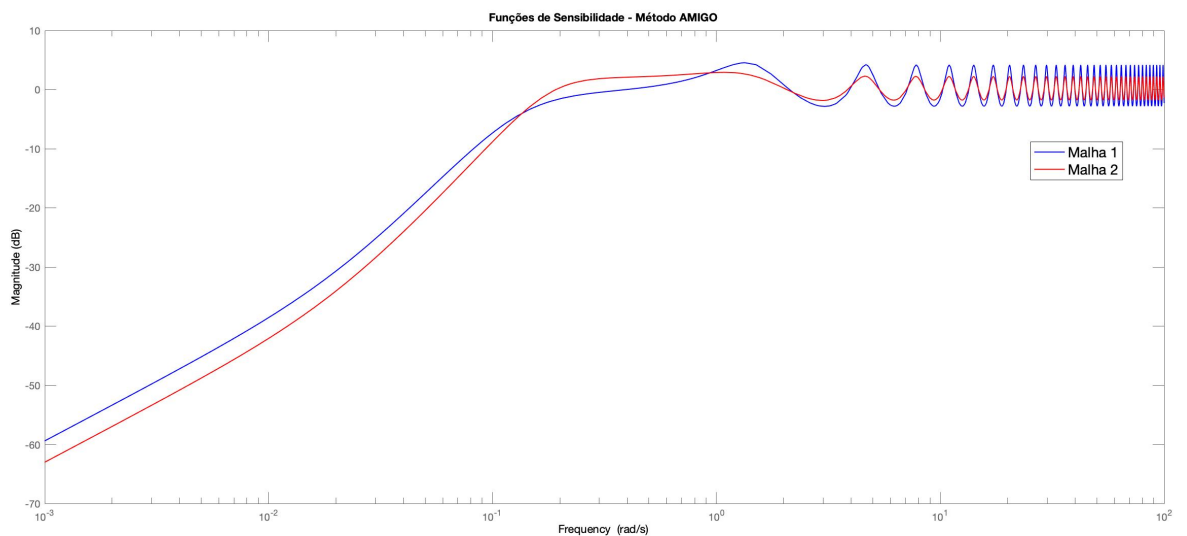
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 42 – Diagrama de Bode das funções de Sensibilidade do Duplo-tanque controlado pelo método de Skogestad



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 43 – Diagrama de Bode das funções de Sensibilidade do Duplo-tanque controlado pelo método AMIGO



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Tabela 5 – Valores de Máxima Sensibilidade obtidos para cada controlador aplicado ao duplo-tanque acoplado

Malha de Controle	Método de Sintonia	$M_s$
Tanque 1	Ziegler-Nichols	0.0766
Tanque 2		0.0729
Tanque 1	IMC	1.5103
Tanque 2		1.5618
Tanque 1	Skogestad	1.5096
Tanque 2		1.5175
Tanque 1	AMIGO	1.6184
Tanque 2		1.2925

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

lado, apresentaram valores de máxima sensibilidade iguais a 0.0766 e 0.0729 para os tanques 1 e 2, respectivamente, valores inferiores aos desejados para a máxima sensibilidade, evidenciando o fato de que, como esperado, esse método não deve ser capaz de garantir seguimento de referência e rejeição de perturbações, portanto não deve ser um método aplicável para o controle multivariável quando considera-se o acoplamento de malhas como uma perturbação das malhas de controle.

Pode-se concluir, portanto, que todos os métodos estudados são capazes de garantir a estabilidade em malha fechada de ambas as malhas de controle em questão, ainda que na presença do acoplamento de malhas. Os métodos IMC, Skogestad e AMIGO, além disso, devem também ser capazes de garantir seguimento de referência e rejeição de perturbações, viabilizando a sua aplicação direta no controle PID multivariável descentralizado. O método de Ziegler-Nichols, todavia, não deve atender a esses critérios e espera-se que apresente desempenho questionável.

## 5.2 INCUBADORA NEONATAL

As funções de transferência das malhas diretas da incubadora neonatal são:

$$G_{11}(s) = \frac{0.26667}{3260s + 1} e^{-220s} \quad (5.8)$$

$$G_{22}(s) = \frac{1.648}{1730s + 1} e^{-30s} \quad (5.9)$$

Com base nos modelos expostos, e utilizando-se da mesma metodologia empregada no duplo-tanque acoplado, aplicaram-se os parâmetros dos modelos mostrados nas equações de sintonia

dos métodos de Ziegler-Nichols, IMC, Skogestad e AMIGO, previamente discutidos. Os controladores obtidos estão mostrados na tabela 6.

Tabela 6 – Parâmetros dos controladores obtidos para a Incubadora Neonatal

Malha de Controle	Método de Sintonia	$K_p$	$K_i$	$K_d$
Umidade	Ziegler-Nichols	41.9903	0.0121	36322
Temperatura		66.6810	0.0102	108690
Umidade	IMC	28.187	0.0161	334.364
Temperatura		45.654	0.0136	3929.553
Umidade	Skogestad	17.5	0.0101	-
Temperatura		27.783	0.0085	-
Umidade	AMIGO	13.04	0.0063	194.678
Temperatura		25.7621	0.0236	2777.5974

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Uma vez obtidos os controladores, um estudo da garantia da estabilidade robusta, análogo ao conduzido para o tanque, foi conduzido para a incubadora neonatal. As funções de transferência das interações entre as malhas são conhecidas, a interação na temperatura devido à umidade e na umidade devido à temperatura são, respectivamente:

$$G_{12}(s) = \frac{-0.02}{1800s + 1} e^{-460s} \quad (5.10)$$

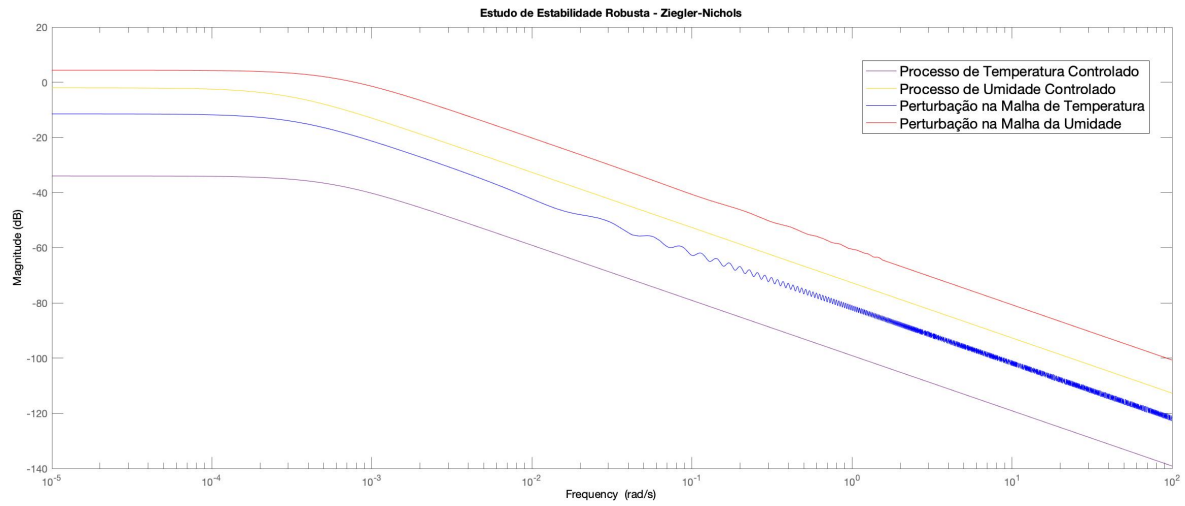
$$G_{21}(s) = \frac{-0.79}{3400s + 1} e^{-1120s} \quad (5.11)$$

Os diagramas de Bode para cada uma das malhas de controle, quando aplica-se os controladores obtidos, estão mostrado nas figuras 44 a 47.

Pela análise dos diagramas, pode-se inferir que, para os controladores sintonizados pelos métodos IMC, Skogestad e AMIGO, o valor de ganho dos processos controlados é superior ao valor de ganho das perturbações em todas as faixas de frequência, evidenciando, portanto, que esses controladores são capazes de garantir a estabilidade do processo, mesmo quando sob a influência de perturbações advindas do acoplamento de malhas. O controladores obtidos pelo método de Ziegler-Nichols, todavia, não apresentam valores de ganho do processo controlado superior ao ganho das perturbações em todas as faixas de frequência, portanto não pode-se afirmar que a condição de estabilidade robusta é alcançada.

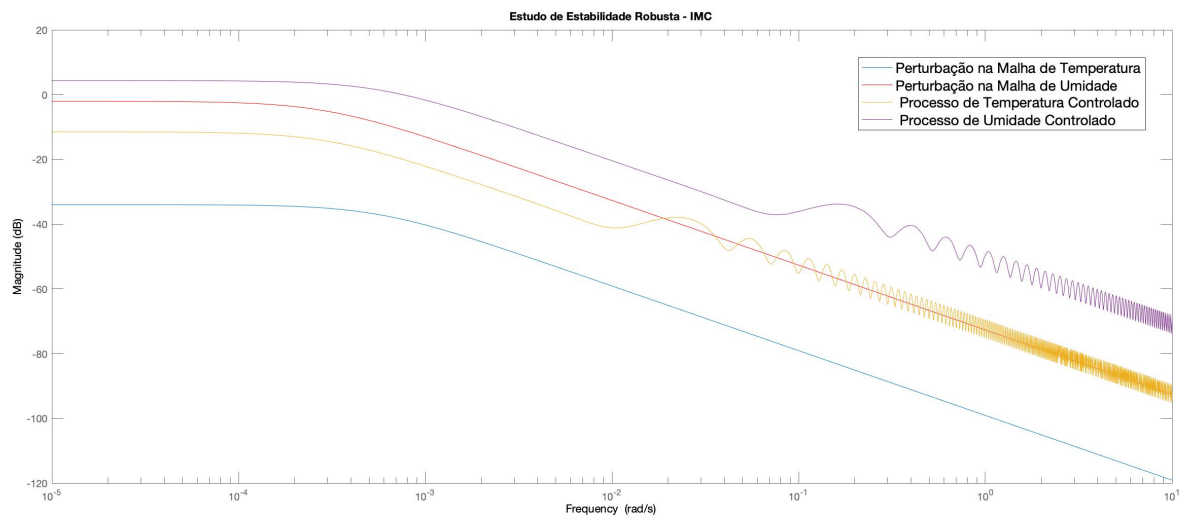
Uma vez obtidas as conclusões sobre a estabilidade robusta dos processos, deseja-se estudar os critérios de rejeição de perturbações e seguimento de referência, para isso, deseja-se obter os diagramas de bode das funções de sensibilidade.

Figura 44 – Diagrama de Bode para o processo e a perturbação quando aplicados os controladores de Ziegler-Nichols na Incubadora Neonatal



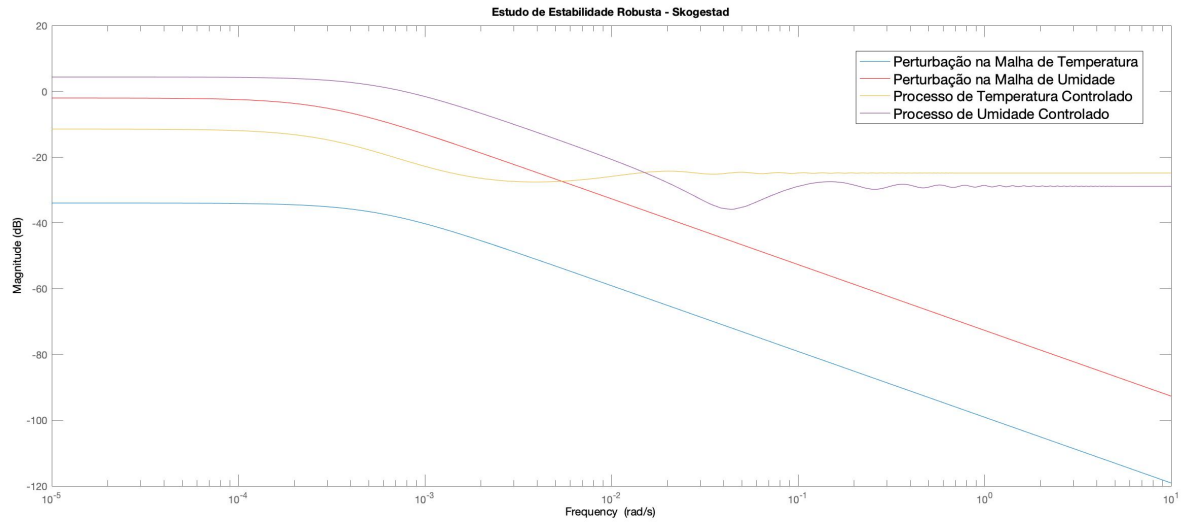
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 45 – Diagrama de Bode para o processo e a perturbação quando aplicados os controladores obtidos pelo método IMC na Incubadora Neonatal



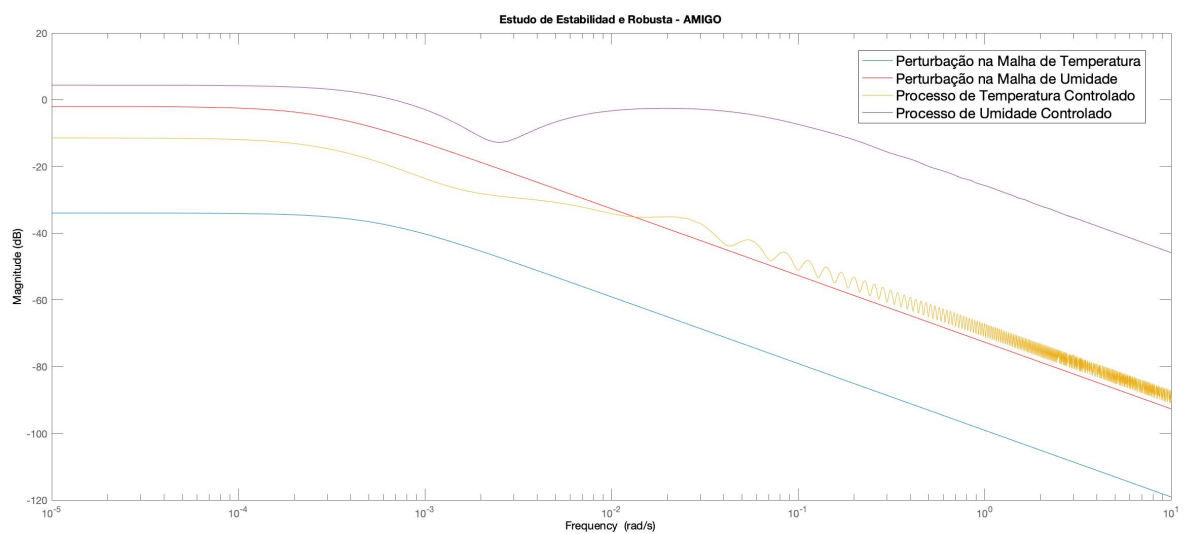
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 46 – Diagrama de Bode para o processo e a perturbação quando aplicados os controladores obtidos pelo método Skogestad na Incubadora Neonata



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 47 – Diagrama de Bode para o processo e a perturbação quando aplicados os controladores obtidos pelo método AMIGO na Incubadora Neonatal

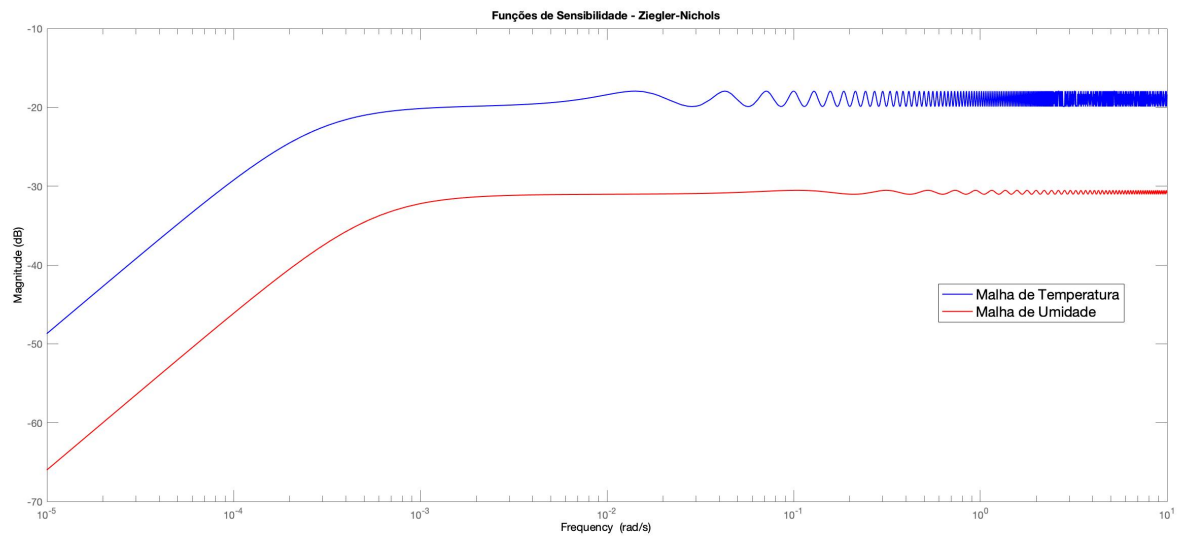


Fonte: Elaborado pelo próprio autor



Os diagramas de bode das funções de sensibilidade quando aplicados os controladores propostos estão mostrados nas figuras 48 a 51. Baseado nos resultados obtidos para as funções de sensibilidade, foram calculados os índices de máxima sensibilidade, mostrados na tabela 7.

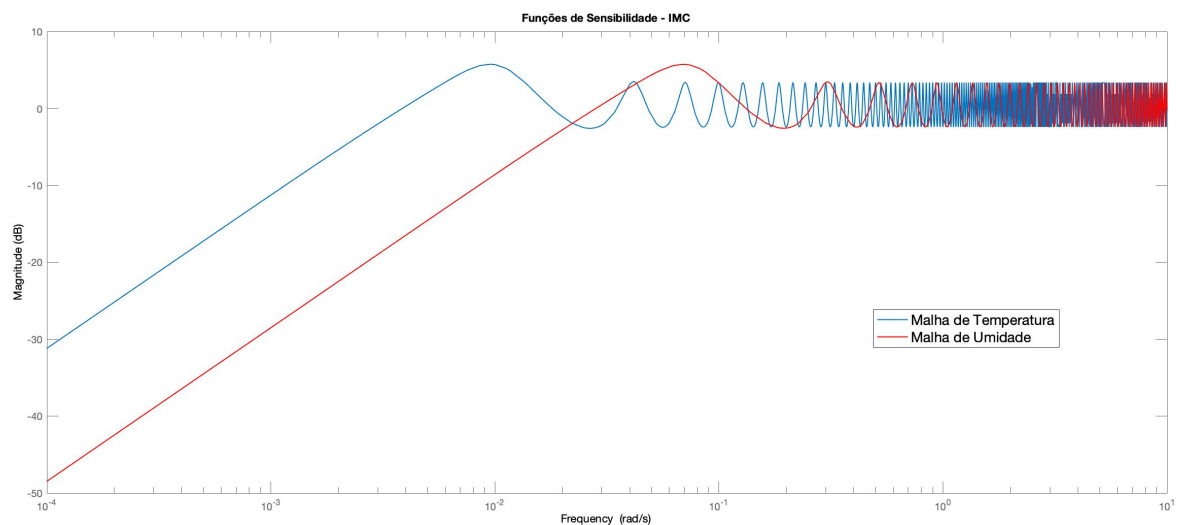
Figura 48 – Diagrama de Bode das funções de Sensibilidade da Incubadora controlada pelo método AMIGO



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

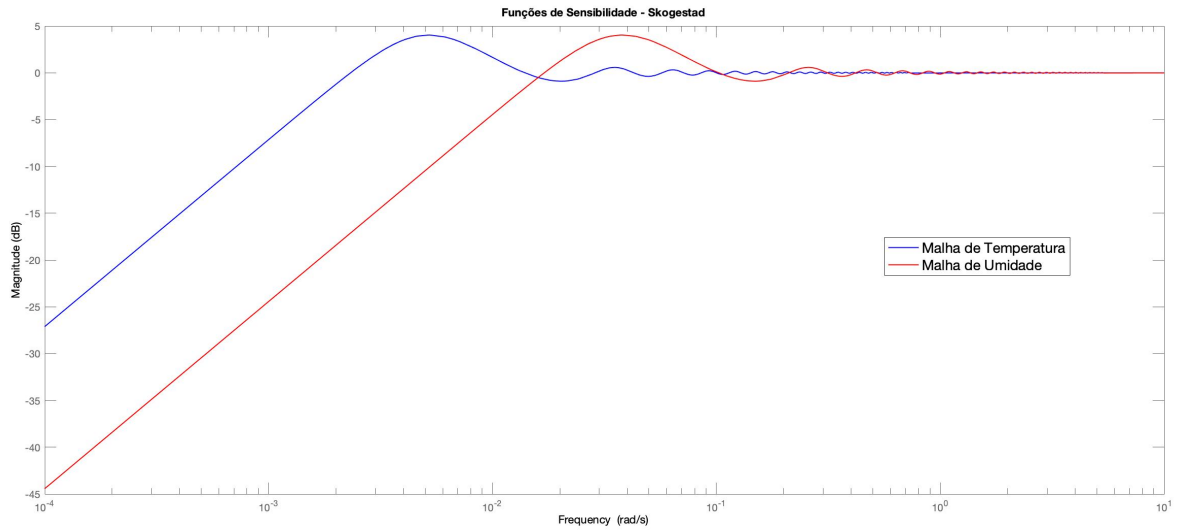
Pela análise das funções de sensibilidade e dos valores de máxima sensibilidade obtidos para cada controlador, pode-se concluir que os métodos de sintonia IMC, Skogestad e AMIGO

Figura 49 – Diagrama de Bode das funções de Sensibilidade da Incubadora controlada pelo método AMIGO



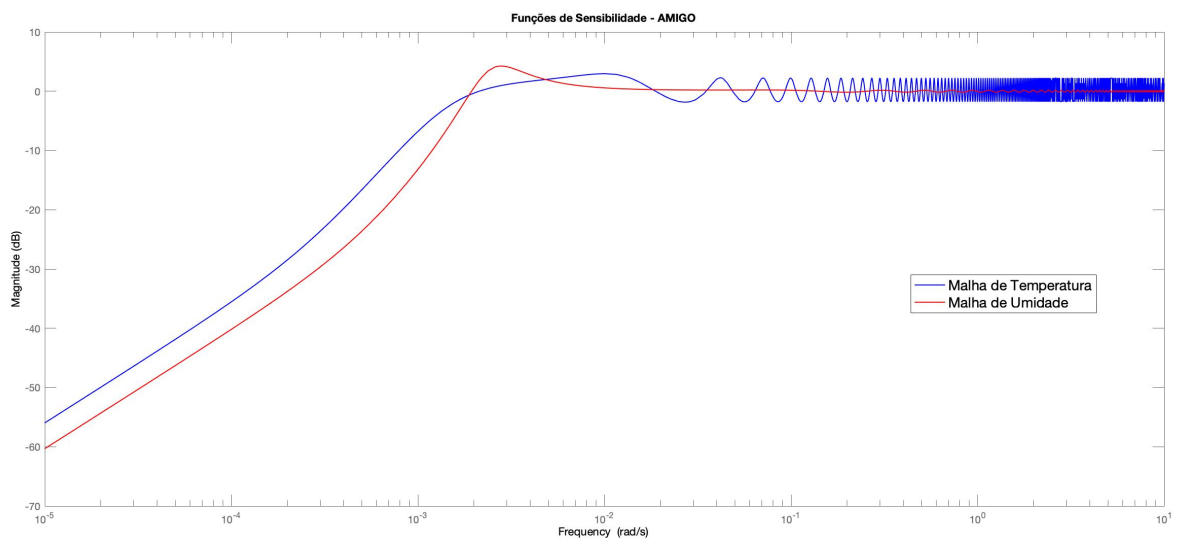
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 50 – Diagrama de Bode das funções de Sensibilidade da Incubadora controlada pelo método AMIGO



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 51 – Diagrama de Bode das funções de Sensibilidade da Incubadora controlada pelo método AMIGO



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Tabela 7 – Valores de Máxima Sensibilidade obtidos para cada controlador aplicado na Incubadora Neonatal

<b>Malha de Controle</b>	<b>Método de Sintonia</b>	$M_s$
Umidade	Ziegler-Nichols em Malha Aberta	0.0298
Temperatura		0.1267
Umidade	IMC	1.5079
Temperatura		1.5108
Umidade	Skogestad	1.5117
Temperatura		1.5120
Umidade	AMIGO	1.2940
Temperatura		1.6319

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

são eficientes em produzir controladores com parâmetros de máxima sensibilidade entre 1.2 e 2, para as malhas de temperatura e de umidade, portanto devem ser capazes de garantir rejeição de perturbações e seguimento de referência. Os controladores obtidos pelo método de Ziegler-Nichols, por outro lado, apresentaram valores de máxima sensibilidade iguais a 0.0298 e 0.1267 para os processos de umidade e temperatura, respectivamente, valores inferiores aos desejados para a máxima sensibilidade, portanto, esse método não deve ser capaz de garantir seguimento de referência e rejeição de perturbações, portanto não deve ser um método aplicável para o controle multivariável quando considera-se o acoplamento de malhas como uma perturbação das malhas de controle.

Pode-se concluir, portanto, que os métodos IMC, Skogestad e AMIGO são capazes de garantir a estabilidade em malha fechada de ambas as malhas de controle existentes na incubadora neonatal, ainda que na presença de um forte acoplamento de malhas. Esses métodos além disso, devem também ser capazes de garantir seguimento de referência e rejeição de perturbações, viabilizando a sua aplicação direta no controle PID multivariável descentralizado. O método de Ziegler-Nichols, todavia, não atende ao critério de estabilidade robusta, tampouco deve atender aos critérios de seguimento de referência e rejeição de perturbação, espera-se portanto, que apresente desempenho desejável.



## 6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Nesse capítulo serão apresentados os resultados obtidos no controle do duplo-tanque acoplado e da incubadora neonatal quando os controladores obtidos e discutidos no capítulo anterior foram aplicados nas malhas e sua eficiência em promover o controle multivariável descentralizado foi analisada. Para quantificação do desempenho dos controladores, os índices de desempenho IAE, ISE ITSE e ITAE, discutidos no capítulo 2, foram empregados.

Para o duplo-tanque acoplado, observou-se o comportamento do sistema controlado para três patamares de referência, de 40%, 70% e 50% da capacidade do tanque, para ambos os tanques.

Para a incubadora neonatal, observou-se o comportamento do sistema controlado para dois patamares. Partiu-se de condições iniciais de 30 graus celsius e 50% de umidade relativa do ar, os patamares da malha de umidade tem como objetivo produzir um acrescimento de 10% e 30%, respectivamente, na umidade inicial, encerrando leituras de 60% e 80%, respectivamente. Manteve-se um único patamar na malha de temperatura, considerando uma temperatura inicial de 30 graus celsius, de tal forma a alcançar um acrescimento de 5 graus, encerrando uma temperatura de 35 graus celsius. Optou-se por manter um único patamar de temperatura em função de que esse processo apresenta uma elevada constante de tempo, incerrando a necessidade de um experimento muito prolongado para que se observem dois patamares de referência.

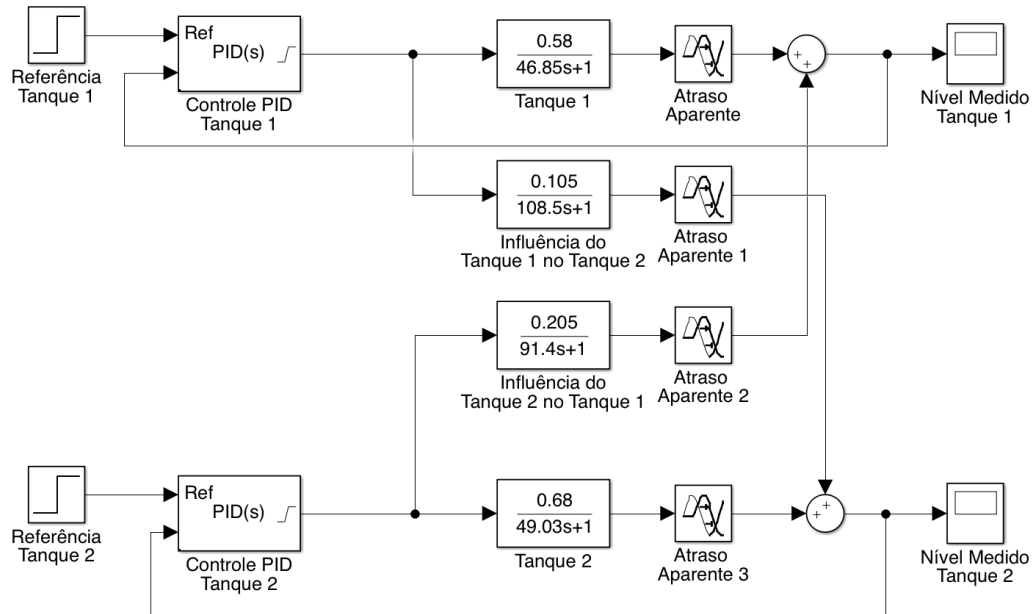
### 6.1 RESULTADOS PRÁTICOS PARA O DUPLO-TANQUE ACOPLADO

Implementou-se um sistema de controle em malha fechada cujo diagrama de blocos está mostrado na figura 52, para o duplo-tanque, realizou-se experimentos práticos de 2000 segundos de duração, aproximadamente 33 minutos. Os resultados práticos obtidos na aplicação dos controladores propostos no duplo-tanque acoplado estão mostrados nas figuras 53 a 60.

Observa-se que todos os controladores propostos foram eficientes em promover a estabilidade do processo em malha fechada, confirmando o resultado obtido no capítulo anterior, onde concluiu-se que todos os controladores garantiam a estabilidade robusta de ambas as malhas presentes no duplo-tanque acoplado.

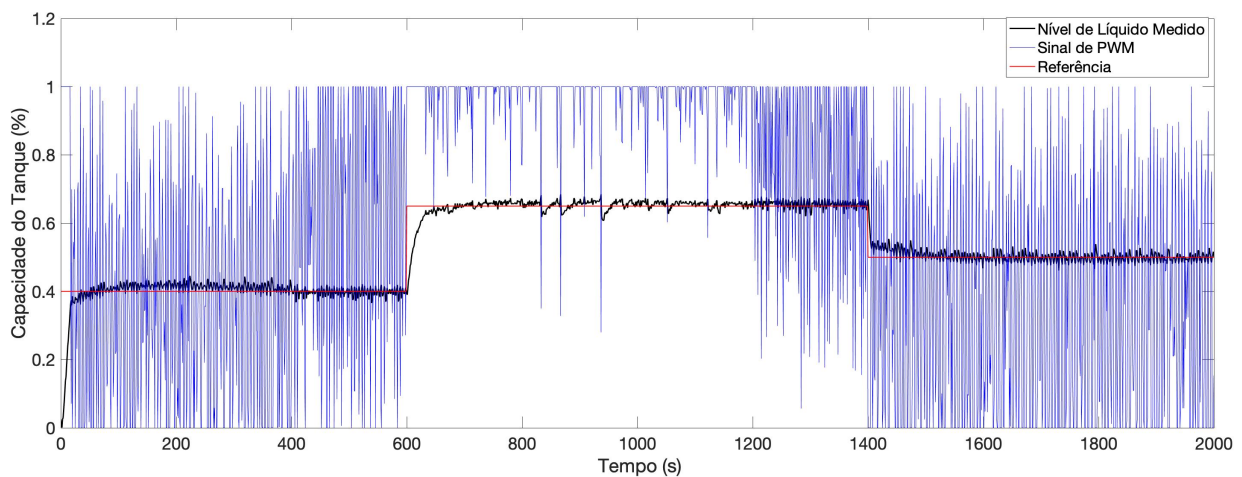
Observando-se a característica de seguimento de referência do processo, todavia, percebe-se que o processo controlado pelo método de Ziegler-Nichols apresenta uma característica muito oscilatória em torno do sinal de referência evidenciando que, de fato, o controle encerrado por esse método não garante seguimento de referência e rejeição de perturbações, como concluído

Figura 52 – Diagrama de Blocos do Sistema de Controle do Duplo-Tanque Acoplado



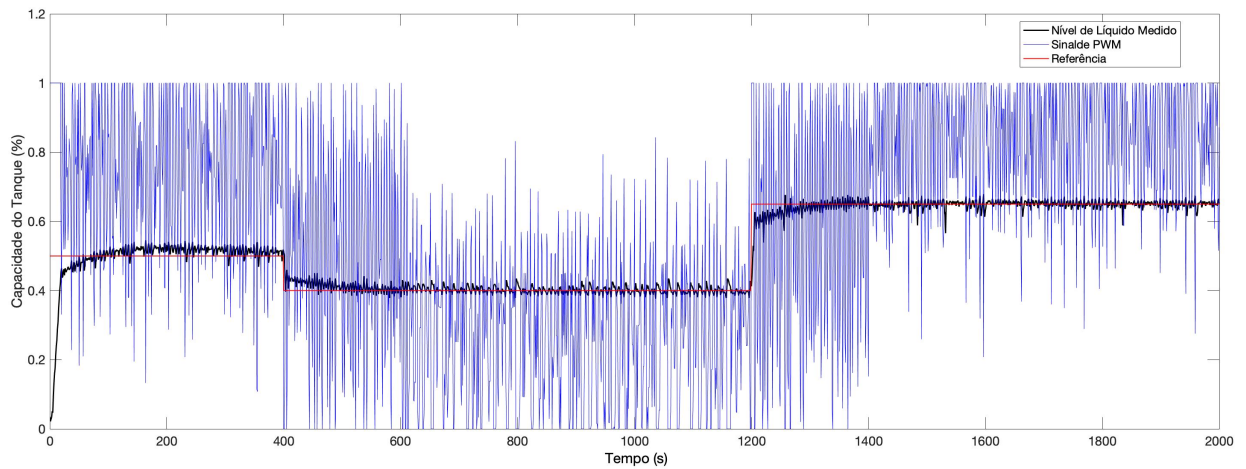
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 53 – Gráfico do tanque 1 com controlador sintonizado pelo método de Ziegler-Nichols



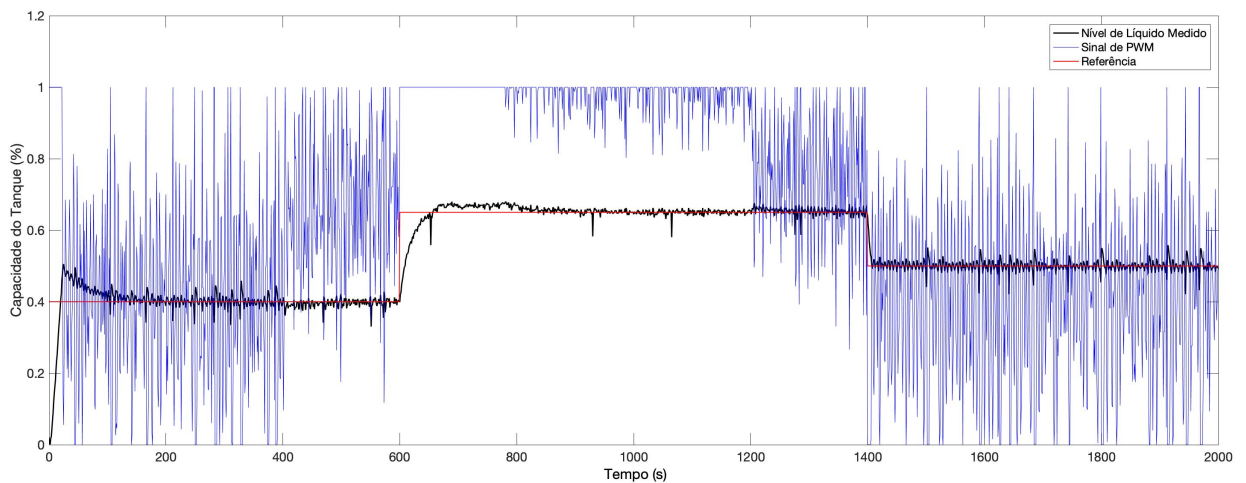
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 54 – Gráfico do tanque 2 com controlador sintonizado pelo método de Ziegler-Nichols



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 55 – Gráfico do tanque 1 com controlador sintonizado pelo método IMC



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

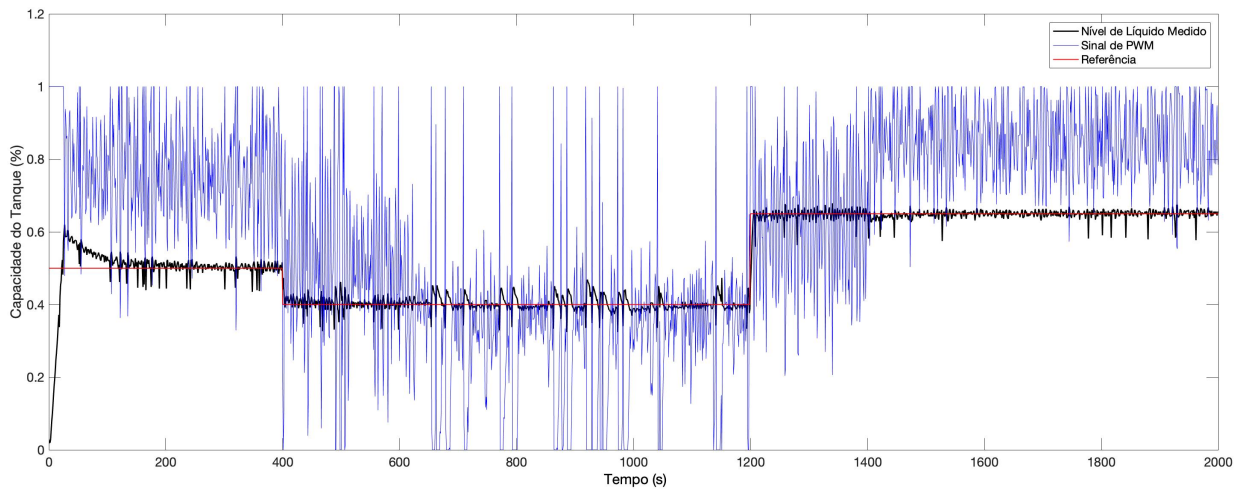
pela análise do critério de máxima sensibilidade para os controladores obtidos por esse método.

Uma característica comum a todos os controladores adotados é a grande variância presente no sinal de controle, evidenciando o fato de que todos os controladores obtidos possuem uma característica agressiva. Isso deve-se ao fato de que, na formulação do problema de controle, não foi adotado nenhum critério de suavização do sinal de controle, os únicos critérios avaliados foram seguimento de referência e rejeição de perturbações, de tal modo que os controladores obtidos apresentam uma característica agressiva necessária para a garantia de tais critérios.

Para quantificar a qualidade dos controladores obtidos, foram aplicados calculados os índices de desempenho observados para cada controlador. O resultados obtidos estão mostrados na tabela 8.

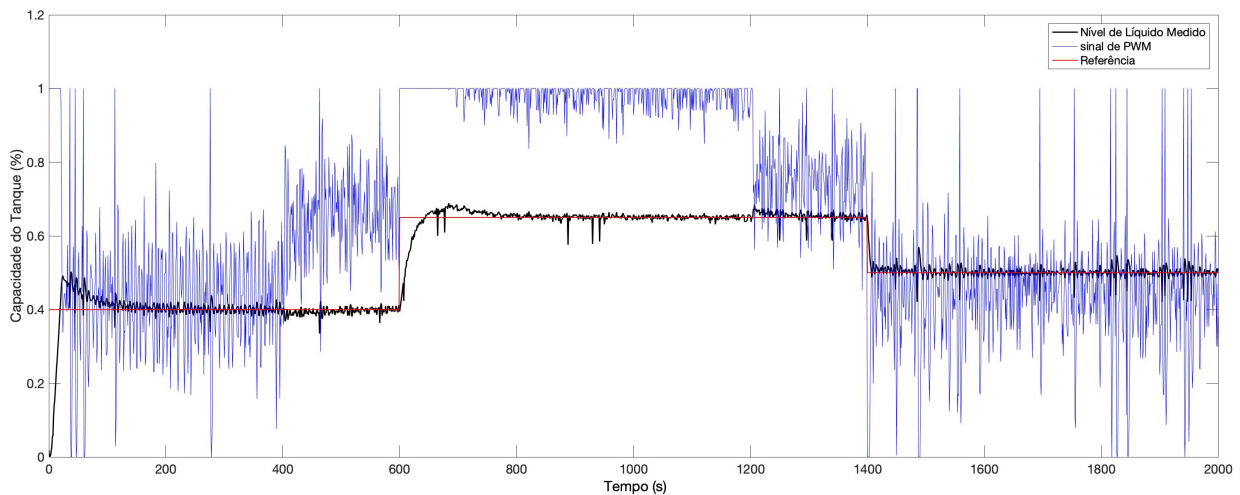
Pela análise dos índices de desempenho, é possível ver que o método de Ziegler-Nichols

Figura 56 – Gráfico do tanque 2 com controlador sintonizado pelo método IMC



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 57 – Gráfico do tanque 1 com controlador sintonizado pelo método Skogestad



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

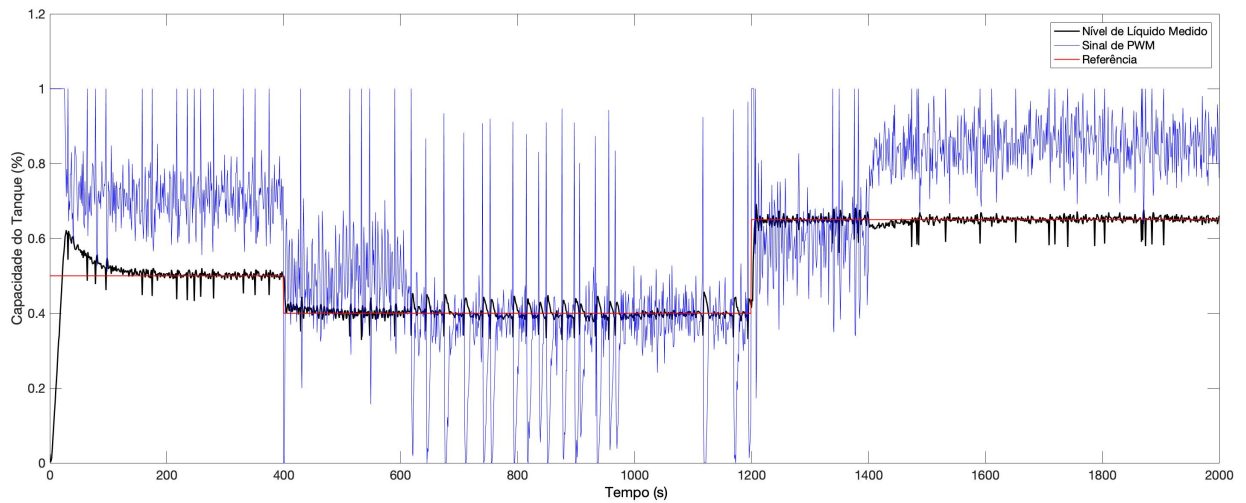
apresenta, de fato, um desempenho inferior aos demais métodos, tendo apresentado para os índices IAE e ITAE valores que chegam a ser o dobro dos produzidos pelos outros métodos, evidenciando a sua inviabilidade para o controle do processo com forte acoplamento.

Os demais métodos apresentaram índices de desempenho bastante semelhantes, esse resultado concorda com as previsões sobre a característica de rejeição de perturbações e seguimento de referência feitas no capítulo anterior, onde foi calculado que, pela análise dos índices de máxima sensibilidade, os controladores devem ser de fato capazes de promover o controle multivariável descentralizado na presença de um forte acoplamento de malhas.

Dentre os métodos bem-sucedidos no controle descentralizado, o método AMIGO teve leve destaque, pois produziu os menores valores do índice ITAE, evidenciando que, em regime permanente, esse método de sintonia é capaz de promover seguimento de referência com os

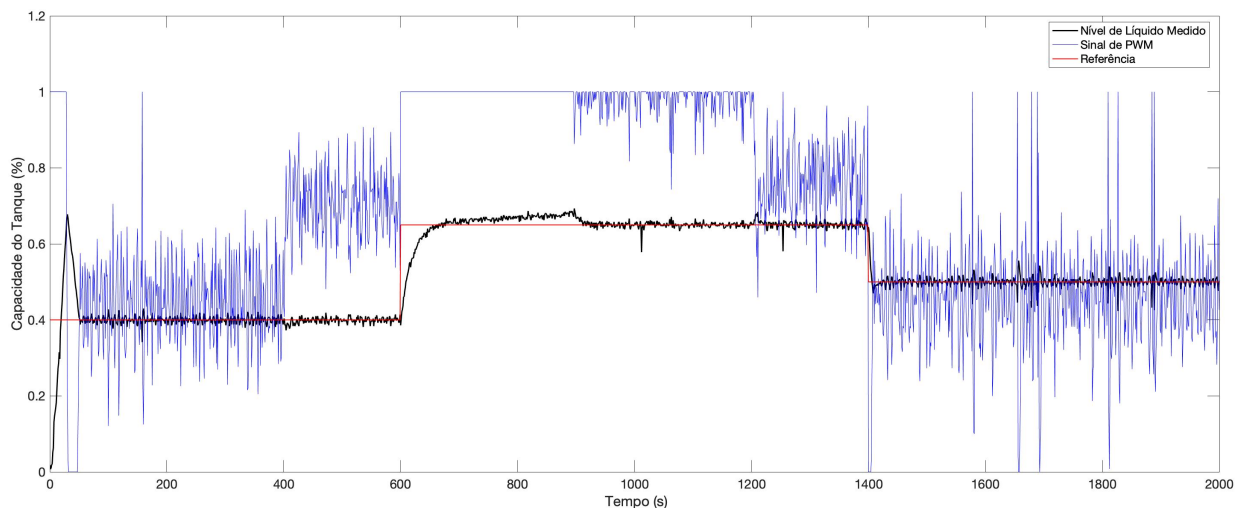


Figura 58 – Gráfico do tanque 2 com controlador sintonizado pelo método Skogestad



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 59 – Gráfico do tanque 1 com controlador sintonizado pelo método AMIGO



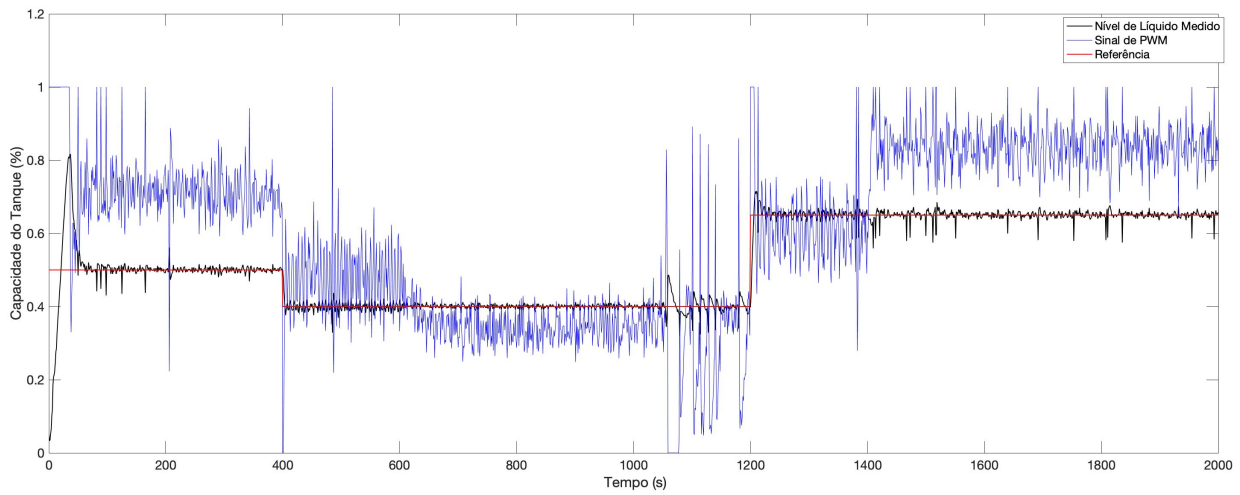
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

menores valores de erro dentre os métodos analisados.

## 6.2 RESULTADOS SIMULADOS PARA A INCUBADORA NEONATAL

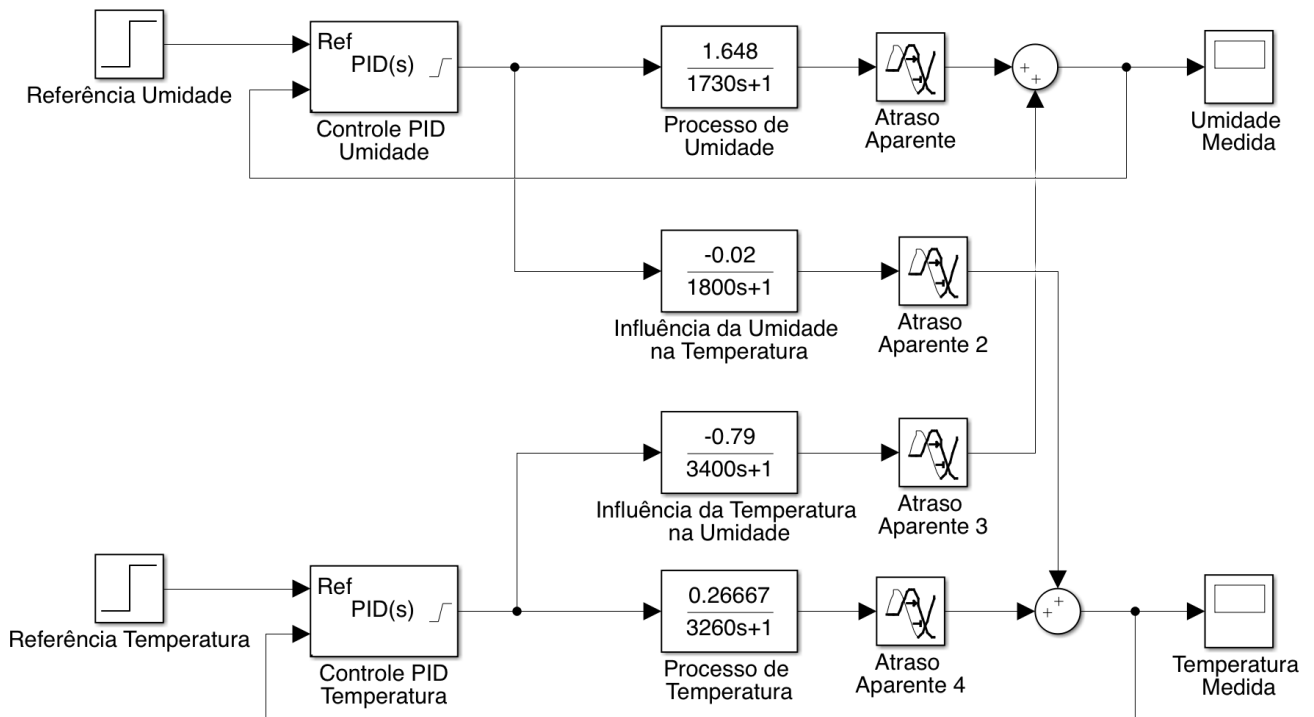
Implementou-se um sistema de controle em malha fechada cujo diagrama de blocos está mostrado na figura 61, para a incubadora neonatal, realizou-se experimentos simulados de 10000 segundos de duração, aproximadamente 2 horas e 40 minutos. Como predito pela análise do critério de estabilidade robusta, os controladores obtidos pelo método de Ziegler-Nichols são insuficientes para garantir a estabilidade do processo. Os resultados obtidos pela simulação

Figura 60 – Gráfico do tanque 2 com controlador sintonizado pelo método AMIGO



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 61 – Diagrama de Blocos do Sistema de Controle da Incubadora Neonatal



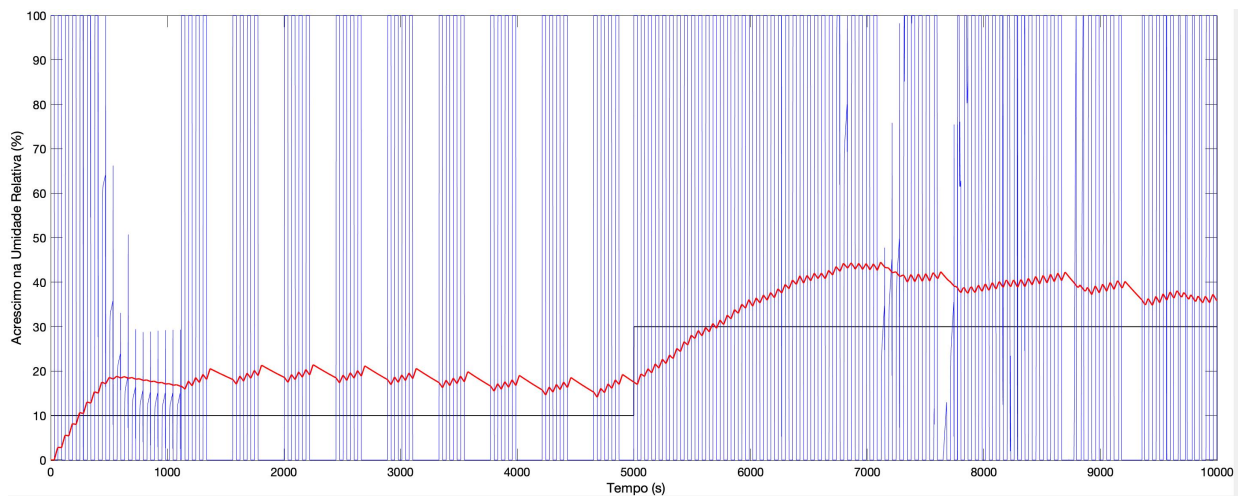
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Tabela 8 – Índices de Desempenho para o Duplo-Tanque Acoplado

Malha de Controle	Método de Sintonia	ISE	IAE	ITSE	ITAE	$\delta_u$
Tanque 1	Ziegler-Nichols	3.7093	40.5487	12021	32202	2056.3
Tanque 2		3.4599	40.8163	10962	32441	1249.3
Tanque 1	IMC	2.1678	25.2912	636.0847	17666	651.9426
Tanque 2		1.9019	26.3467	666.4950	20610	394.7753
Tanque 1	Skogestad	2.2939	26.2319	683.8745	17769	645.5039
Tanque 2		1.9602	25.5033	667.5462	18887	398.3584
Tanque 1	AMIGO	2.9762	27.6818	711.5839	17456	719.2978
Tanque 2		2.5440	25.2684	537.4549	16305	486.0358

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 62 – Gráfico da umidade com controlador sintonizado pelo método de Ziegler-Nichols

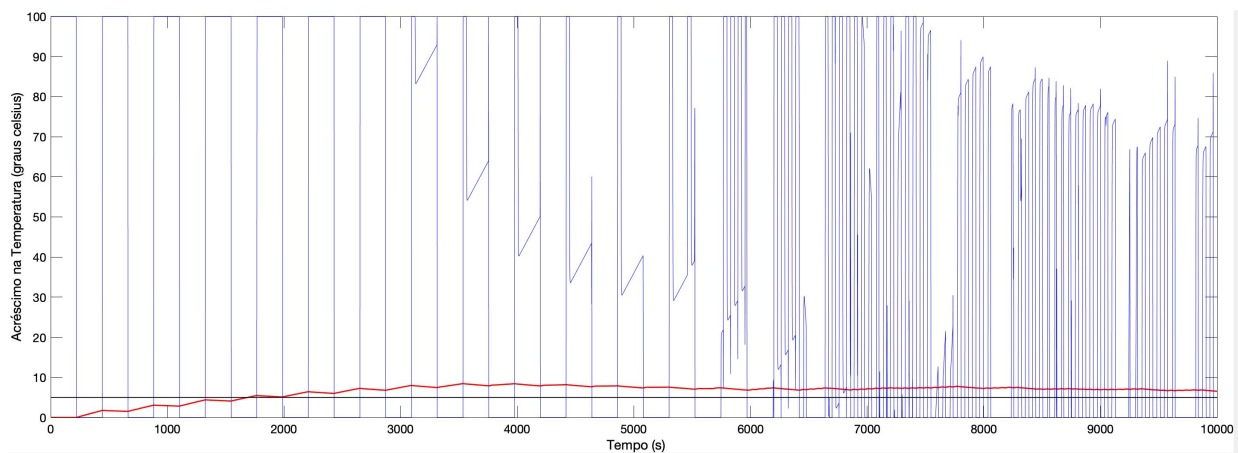


Fonte: Elaborado pelo próprio autor

confirmam essa previsão, como ilustrado nas figuras 62 e 63. Em função da instabilidade do processo quando aplicado esse método de sintonia, não foram avaliados os índices de desempenho para esses controladores.

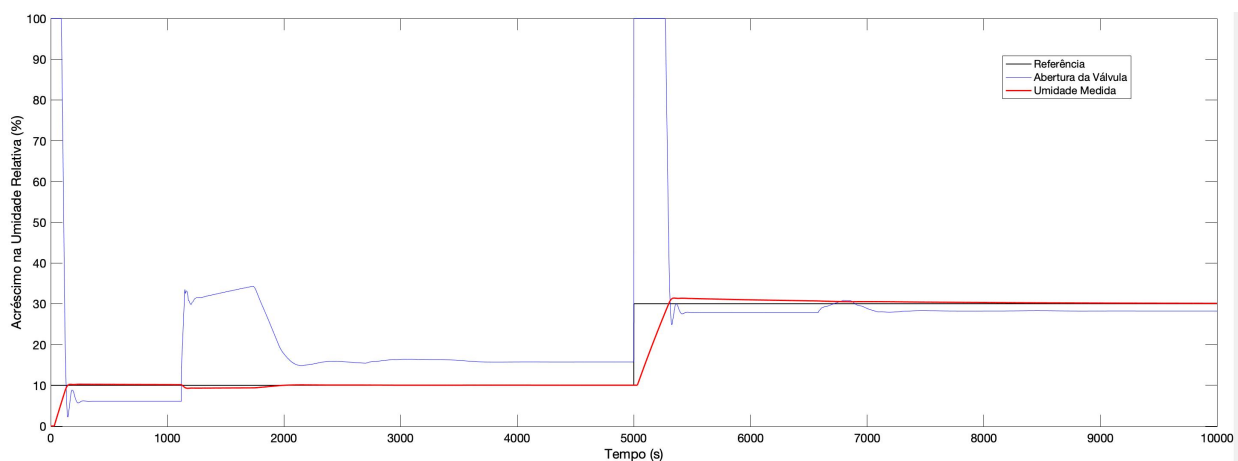
Os resultados simulados obtidos na aplicação dos demais controladores propostos na incubadora neonatal estão mostrados nas figuras 64 a 69.

Figura 63 – Gráfico da temperatura com controlador sintonizado pelo método de Ziegler-Nichols



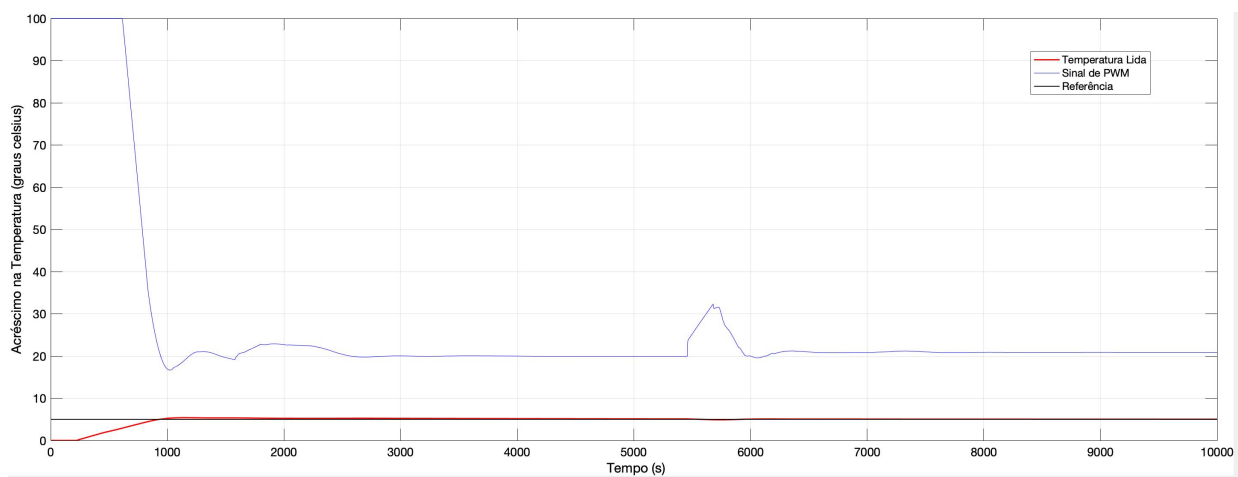
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 64 – Gráfico da umidade com controlador sintonizado pelo método IMC



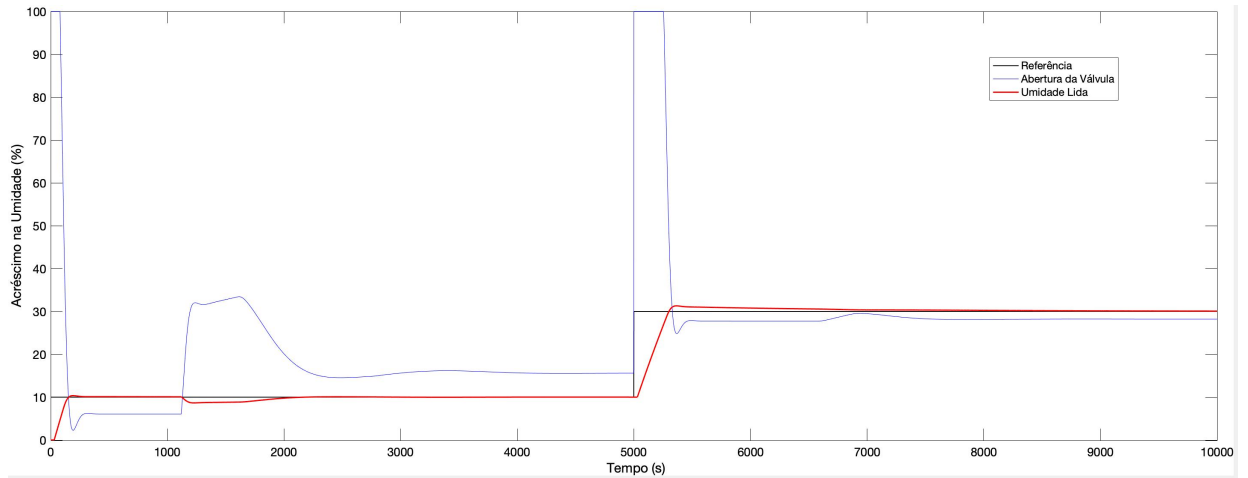
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 65 – Gráfico da temperatura com controlador sintonizado pelo método IMC



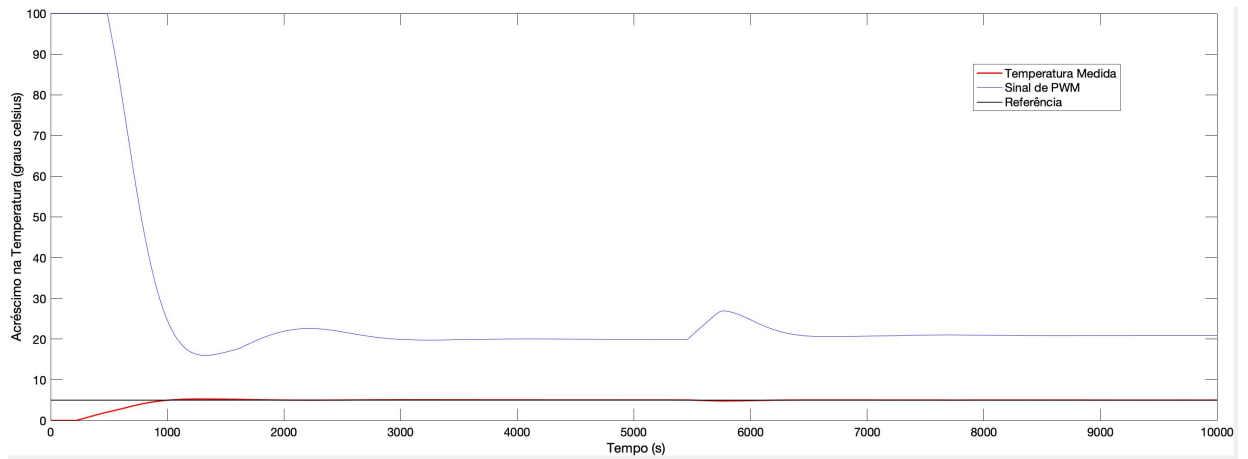
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 66 – Gráfico da umidade com controlador sintonizado pelo método Skogestad



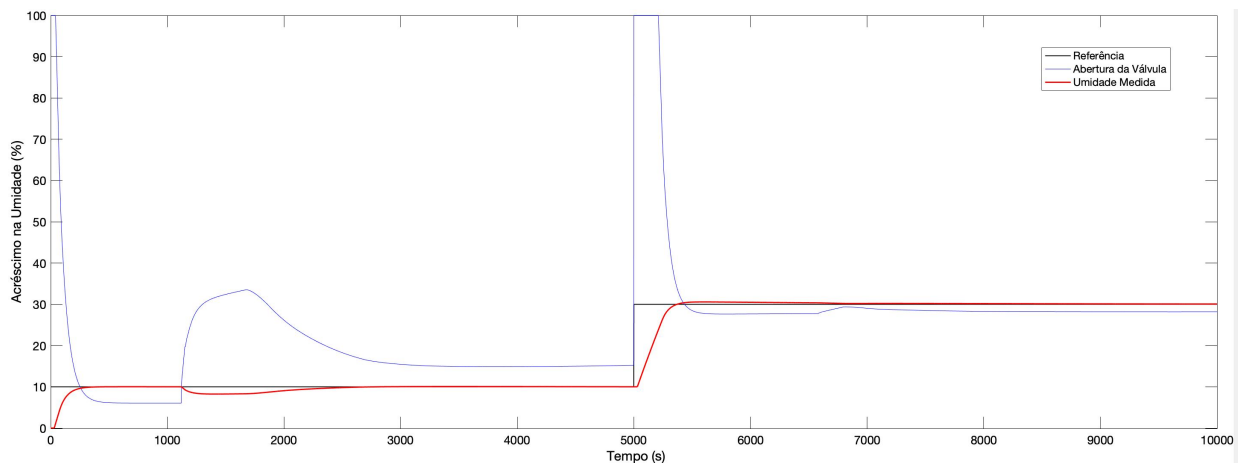
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 67 – Gráfico da temperatura com controlador sintonizado pelo método Skogestad



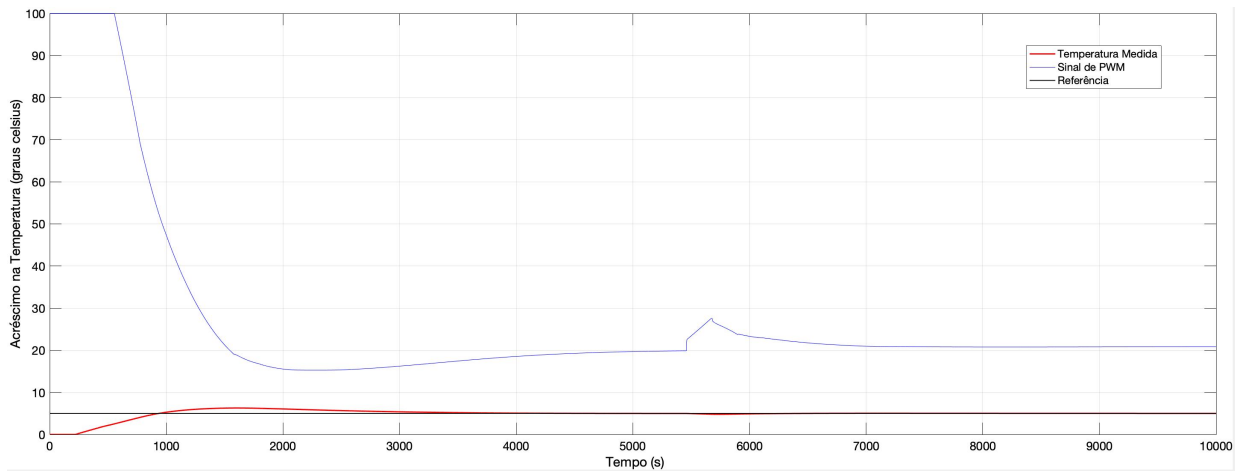
Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 68 – Gráfico da umidade com controlador sintonizado pelo método AMIGO



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Figura 69 – Gráfico da temperatura com controlador sintonizado pelo método AMIGO



Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Observa-se que todos os controladores, exceto os de Ziegler-Nichols, foram eficientes em promover a estabilidade do processo em malha fechada, confirmando o resultado obtido no capítulo anterior, onde concluiu-se que os controladores IMC, Skogestad e AMIGO garantiam a estabilidade robusta de ambas as malhas presentes na incubadora neonatal.

Observando-se a característica de seguimento de referência dos processos, percebe-se que os controladores IMC, Skogestad e AMIGO são eficientes em garantir seguimento de referência e rejeição de perturbações nas malhas de controle em questão, confirmando sua aplicabilidade para o controle multivariável descentralizado. Todos os controladores em questão também apresentam pouca variância no sinal de controle, endossando mais ainda a sua aplicabilidade no controle conduzido.

Para quantificar a qualidade dos controladores obtidos, foram aplicados cálculos dos índices de desempenho encerrados por cada controlador. O resultados obtidos estão mostrados na tabela 9.

Tabela 9 – Índices de Desempenho para a Incubadora Neonatal

Malha de Controle	Método de Sintonia	ISE	IAE	ITSE	ITAE	$\delta_u$
Umidade	IMC	55205	7161.9	245720000	3312800	287.0418
Temperatura		11238	3393.5	2937400	5362900	409.0241
Umidade	Skogestad	55254	6960.5	244910000	30400000	280.6649
Temperatura		11069	3308.2	2837400	2830600	374.3262
Umidade	AMIGO	55943	7104.6	241730000	27469000	239.2175
Temperatura		12731	4911.6	6046600	5966400	447.2705

Fonte: Elaborado pelo próprio autor

Todos os métodos analisados apresentaram índices de desempenho semelhantes, esse resultado concorda com as previsões sobre a característica de rejeição de perturbações e seguimento de referência feitas no capítulo anterior, onde foi calculado que, pela análise dos índices de máxima sensibilidade, os controladores devem ser de fato capazes de promover o controle multivariável descentralizado na presença de um forte acoplamento de malhas.

Dentre os métodos bem-sucedidos no controle da incubadora neonatal, o método de Skogestad teve leve destaque, pois produziu os menores valores do índice ITAE, em especial para a malha de temperatura, evidenciando que, em regime permanente, esse método de sintonia é capaz de promover seguimento de referência com os menores valores de erro dentre os métodos analisados.





## 7 CONCLUSÕES

Neste trabalho foi apresentado uma abordagem para o desenvolvimento de controladores PID aplicáveis para grande número de processos industriais com interação entre malhas, nessa metodologia, não é necessária a inclusão de uma matriz de desacoplamento ou a realização de um método sequencial, mas a interação entre as malhas é tratada como uma perturbação, e sua rejeição é garantida através da adoção de métodos baseados em controle robusto. Os métodos de sintonia de controladores PID robustos IMC, Skogestad e AMIGO foram abordados. Todas as técnicas foram formuladas para aplicações monovariáveis, porém foi verificado que elas que apresentam bom desempenho no controle descentralizado de processos MIMO. Para efeitos de comparação, foi abordado um método clássico de sintonia de controladores SISO, o método de Ziegler-Nichols em Malha Aberta, e verificou-se que esse método não apresentava bons resultados no controle de sistemas MIMO com interação entre as malhas.

Com a finalidade de avaliar a eficácia das técnicas de controle de sistemas multivariáveis estudadas neste trabalho, foram utilizados dois processos, sendo um deles simulado (incubadora neonatal) e o outro uma planta real de tanques duplos acoplados, situada no Laboratório de Controle e Automação da Universidade Federal do Piauí. Foram calculados os controladores para cada um dos métodos de sintonia propostos e foi implementado um controle PID descentralizado para ambas as plantas. Foram conduzidos estudos de estabilidade robusta, de garantia do seguimento de referência e de rejeição de perturbações para cada um dos controladores.

Observou-se que os controladores projetados pelo método de Ziegler-Nichols não apresentaram bons resultados no controle descentralizado, não apresentando uma característica de seguimento de referência satisfatória no duplo-tanque acoplado e não garantindo a estabilidade na incubadora neonatal.

Os controladores calculados pelos métodos IMC, Skogestad e AMIGO foram capazes de garantir a estabilidade robusta, seguimento de referência e rejeição de perturbação para ambas as plantas estudadas, sendo que o método AMIGO apresentou os melhores índices de desempenho para o duplo-tanque e o método de Skogestad apresentou os melhores índices de desempenho para a incubadora neonatal, todavia, no controle do duplo-tanque, observou-se que os controladores apresentavam uma característica muito agressiva, possuindo grande variância no sinal de controle. Essa característica deve-se ao fato de não ter sido adotado nenhum critério de minimização da variância do sinal de controle. No controle da incubadora neonatal, a característica agressiva não esteve presente.

A hipótese de que os métodos baseados em controle robusto são eficientes em promover o controle descentralizado de sistemas multivariáveis sem a necessidade da aplicação de um método sequencial ou de uma matriz de desacopladores foi confirmada, tanto para o duplo-tanque

quando para a incubadora, os controladores IMC, Skogestad e AMIGO foram eficientes na tarefa de controle das malhas, ainda que sob a influência da perturbação advinda do acoplamento entre as malhas. Os métodos baseados em robustez apresentaram desempenho satisfatório, e, quando comparados a um método tradicional (Ziegler-Nichols em malha aberta), foram capazes de garantir estabilidade, seguimento de referência e rejeição de perturbações, critérios que o método tradicional não foi capaz de atender na totalidade para ambas as plantas analisadas.

Os métodos de sintonia de controladores PID robustos e o tratamento do acoplamento de malhas como uma perturbação abordados nesse trabalho são interessantes para a indústria por sua simplicidade, rapidez de aplicação e efetividade no controle de processos, especialmente em relação ao método sequencial, pois dispensa a realização de seguidos experimentos até a convergência dos controladores para um valor final, tarefa que, por vezes, é custosa em termos de tempo, especialmente em plantas com elevadas constantes de tempo, como é o exemplo da incubadora neonatal abordada nesse trabalho.

## 7.1 TRABALHOS FUTUROS

Algumas sugestões para trabalhos futuros nessa linha de pesquisa são:

- Aplicação de técnicas inteligentes (como, por exemplo, inteligência de enxame) para minimização de um critério de robustez (como, por exemplo, a máxima sensibilidade), de forma a obter um controlador robusto otimizado;
- Substituição das válvulas de fluxo de líquido do duplo-tanque por válvulas comandadas eletronicamente, permitindo variação na interação entre as malhas durante a operação do sistema de controle;
- Estudo de controladores não-lineares para o processo da incubadora;

# REFERÊNCIAS

- AGOSTINI, N. Sistema Computadorizado para Verificação de Funcionalidade em Incubadoras Neonatais. 2003. Dissertação — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- AGUIAR, A. P. V.; JÚNIOR, G. A.; BARROS, P. R. A new methodology for the redesign of simplified decoupler for TITO process using relay-based experiment. XXII Congresso Brasileiro de Automática (CBA), João Pessoa. 2018.
- AGUIRRE, L. A. Introdução à Identificação de Sistemas. Editora UFMG, 3. ed. 2007.
- ALBUQUERQUE, A.A.M. Sistema de Controle de uma incubadora neonatal segundo a norma NBR IEC 60.601-2/19: aspectos de avaliação, identificação dinâmica e novas propostas. 2012. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Ceará. Fortaleza.
- ALMEIDA, O. M.; COELHO, A. A. R. Projeto de desacoplamento em sistemas MIMO: abordagens convencional e nebulosa. In proceedings of XIV Congresso Brasileiro de Automática. 2002.
- ARAÚJO, M. S.; DUTRA, B. G.; PINHEIRO, T. C. F.; CUNHA, L. B.; SILVEIRA, A. S. Projeto de controladores digitais PID e I-PD via RST: Uma análise de desempenho. In Proceedings of the XIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI), Porto Alegre. 2017.
- ÄSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. The future of PID control, Control Engineering Practice 9: 1163-1175, 2001.
- ÄSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. Revisiting the Ziegler-Nichols step response method for PID control. J Process Control 2004;14(6):635–50.
- ÄSTRÖM, K. J.; HÄGGLUND, T. Advanced PID control, Research Triangle Park, USA: ISA Press. 2006.
- ÄSTRÖM, K. J., HÄGGLUND, T., HANG, C. C., & HO, W. K. Automatic tuning and adaptation for PID controllers – a survey. Control Engineering Practice, 1, 699–714. 1993.
- BERNER, J., SOLTESZ, K., HÄGGLUND, T. & ÄSTRÖM, K. J. An experimental comparison of PID autotuners. Control Engineering Practice, 73, 124-133. 2018.
- CAMPOS, M. C. M. M.; TEIXEIRA, H. C. G. Controles Típicos de Equipamentos e Processos Industriais. Editora Bluncher, 1. ed. 2006.
- CAMPESTRINI, L. Sintonia de Controladores PID Descentralizados Baseada no Método do Ponto Crítico. 2006. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre.

- CHEN, P; ZHANG, W. Improvement on a inverted decoupling technique for a class of stable linear multivariable processos. In: ISA Transactions. [S.l.: s.n.], v. 46, p. 199-210. 2006.
- COELHO, A. A. R.; COELHO, L. S. Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares. Editora da UFSC, Santa Catarina. 2004.
- COELHO, S. S. Aplicação de controladores PID multivariáveis em sistemas com acoplamento entre as malhas. 2017. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Piauí. Teresina.
- COELHO, S. S.; SANTANA, H. G.; ALMEIDA, O. M. Multivariable PID Control of a Coupled Tank System: A comparative study. CLCA 2018 - Latin American Conference on Automatic Control, Quito, Equador. 2018.
- COELHO, S. S.; SANTANA, H. G.; ALMEIDA, O. M. Application of Multivariable PID Controllers in a Coupled Tank System. 13a Conferência Internacional sobre Aplicações Industriais do IEEE/IAS (INDUSCON), São Paulo, Brasil. 2018.
- CRUZ, J. J. Controle Robusto Multivariável. EdUSP, Brasil: 1996
- DESBOROUGH, L; MILLER, R; Increasing customer value of industrial control performance monitoring - honeywell's experience. Chemical Process Control - CPC VI, CACHE, Tuscon, Arizona (2002), pp. 169-189.
- DORF, Richard C.; BISHOP, Robert H. Sistemas de Controle Modernos. 12. ed. LTC, 2013
- ECONOMOU, C. G.; MORARI M. "Internal Model Control 6: Multiloop Design". Ind. Eng. Chem. Proc. Des. Dev., 25, 411 (1986).
- GAGNON, E., POMERLEAU, A., & DESBIENS, A. Simplified, ideal or inverted decoupling? ISA Transactions, 37, 265-276. 1998.
- HAJARE, Vikas; KHANDEKAR, A.; PATRE, B.M. Discrete sliding mode controller with reaching phase elimination for TITO systems. ISA Transactions. 66. 2016.
- JÚNIOR, G. A.; BARROS, P. R. Estudo comparativo de técnicas de projeto de desacoplador para sistemas multivariáveis. Revista Pincipia, 28, 130-143. 2015.
- KAYA, I., NALBANTOGLU, M., 2016, "Simultaneous tuning of cascaded controller design using genetic algorithm", Electrical Engineering, v. 98, n. 3, pp. 299–305.
- Kennedy, J. and Eberhart, R. (1995) Particle Swarm Optimization. IEEE International Conference on Neural Networks, 4, 1942-1948
- LEE, M.; LEE, K.; KIM, C.; LEE, J. Analytical design of multiloop PID controllers for desired closed-loop responses. AIChE Journal, 50(7), 1631–1635. 2004.
- LEE, Y.; PARK, S.; LEE, M.; BROSILOW, C. PID controller tuning for desired closed-loop responses for SI/SO systems. AIChE Journal, 44, 106–115. 1998.

- LI, S.-Y.; CAI, W.-J.; MEI, H.; XIONG, Q. Effective decentralized TITO process identification from closed-loop step responses. *Asian Journal of Control*, 7(2), 154–162. 2005.
- LIU, T.; WANG, Q.-G.; HUANG, H.-P. A tutorial review on process identification from step or relay feedback test. *Journal of Process Control*, 23(10), 1597–1623. 2013.
- LIU, T.; Zhang, W. D.; GU, D. Y. Analytical multiloop PI/PID controller design for two-by-two processes with time delays. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 44, 1832–1841. 2005.
- LIU, T.; ZHANG, W. D.; GU, D. Y. Analytical design of decoupling internal model control (IMC) scheme for two-input–two-output (TITO) processes with time delays. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 45, 3149–3160. 2006.
- LJUNG, L. *System Identification: Theory of the user*. Prentice Hall Ptr, Englewood Cliffs, New Jersey, 1987.
- MAGHADE, D. K.; PATRE, B. M. Decentralized PI/PID controllers based on gain and phase margin specifications for TITO processes. *ISA Transactions*, 51, 550-558. 2012.
- OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. 3. ed. Rio de Janeiro, RJ: Prentice-Hall do Brasil, 1998.
- PAULO, T. F. *Controle Adaptativo com Desacoplamento Aplicado a um Sistema de Tanques Acoplados MIMO*. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica e de Computação) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Natal.
- PARVAT, B.J.; PATRE, B.M. Design of SMC with Decoupler for Multi-Variable Coupled tank process. In *proceedings of 2014 Annual IEEE India Conference (INDICON)*. 2014.
- PEREIRA, R. D. O.; TORRICO, B. C. New automatic tuning of multivariable pid controller applied to a neonatal incubator. In *Proceedings of the 8th international conference on biomedical engineering and informatics (BMEI)*, Shenyang. 2015.
- PEREIRA, R. D. O.; VERONESI, M.; VISOLI, A.; NORMEY-RICO, J.E. Implementation and test of a new autotuning method for PID controllers of TITO processes. *Control Engineering Practice*, 58, 171–185. 2017.
- PINHEIRO, M. S.; VASCONCELLOS, B. S.; JUNIOR, A. G.C. Aplicação de algoritmos genéticos para a sintonia fina de controlador PID aplicado a um pêndulo físico amortecido. In *Proceedings of the XIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI)*, Porto Alegre. 2017.
- ROY, A.; IQBAL, K. PID controller tuning for the first-order-plus-dead-time process model via Hermite-Biehler theorem. *ISA transactions*, 44, 363-378. 2005.
- RIVERA, D. E.; MORARI, M.; SKOGESTAD, S. “Internal Model Control: Design of PID Controller”. *1nd. Eng. Chem. Proc. Des. Dev.*, 25(1), 252-256. (1986).

- SAXENA, N.; CHIDAMBARAM, M., Auto tuning of decentralised PID controllers for TITO system. Trends in Industrial Measurement and Automation (TIMA), Chennai. 2017.
- SEBORG, D. E., EDGAR, T. F. e MELLICHAMP, D. A. (1989): Process Dynamics and Control. John Wiley & Sons.
- SHIU, S.J.; HWANG, S.H. Sequential design method for multivariable decoupling and multiloop PID controllers. Industrial and Engineering Chemistry Research, 37, 107–119. 1998.
- SINGH, A.; LONDHE, P. S. Design of signed distance method based fuzzy logic controller for TITO process. Recent Developments in Control, Automation & Power Engineering (RDCAPE), Noida, pp. 13-17. 2017.
- SKOGESTAD, S. Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning. Journal of Process Control.13, 291–309. 2003.
- SKOGESTAD, S.; GRIMHOLT, C. The SIMC method for smooth PID controller tuning. Springer London; 2012, p. 147–75.
- SUJATHA, V.; PANDA, R. C. Relay feedback based time domain modelling of off -Diagonal elements of linear 2 by 2 MIMO systems. The Canadian Journal of Chemical Engineering, 91, 271-278. 2013.
- TOGNETTI, E.S; Digital control and sampling period assignment of multiple plants in networked control systems. IET Control Theory and Applications, Submitted, 2016.
- VENINI, P. Robust control of uncertain structures. Computers & Structures, 165-174, 1998.
- WANG, Q.-G.; HUANG, B.; Guo, X. Auto-tuning of TITO decoupling controllers from step tests. ISA Transactions, 39, 2000.
- WANG, Q.-G.; NIE, Z.-Y. Pid control for MIMO processes. , in: Vilanova, R., & Visioli, A. (Eds.). PID control in the third millennium . London, UK: Springer, 2012.
- WANG, Q.-G.; YE, Z.; CAI, W.-J.; HANG, C.-C. PID control for multivariable processes. Berlin: Springer, 2008.
- WOLOVICH, W. A. Automatic Control Systems: Basic Analysis and Design. Oxford, UK: The Oxford Series in Electrical and Computer Engineering. 1994.
- YU, Cheng-Ching. Autotuning of PID Controllers: A Relay Feedback Approach. 2. ed. Londres: Springer, 2006.
- ZHU, Yucai. Multivariable System Identification for Process Control. Elsevier Science Inc. NY, EUA. 2001.
- ZIEGLER, G. J., NICHOLS, B. N., 1942, “Optimum settings for automatic controller”, trans. ASME, v. 64, n. 11.

# Apêndices





# APÊNDICE A – ESTIMAÇÃO DE PROCESSOS PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS

O entendimento da estimação dos parâmetros de um modelo dinâmico passa pela montagem e solução de sistemas de equações. Consideremos um sistema de equações definido pela aplicação de uma função escalar do tipo  $y = f(x)$  várias vezes sobre um conjunto de regressores medidos ( $x$ ), ou seja:

$$y_n = f(x_n) \quad (\text{A.1})$$

Vetorialmente,  $f(x)$  depende de  $n$  parâmetros  $\theta$ . A função  $f(x)$ , portanto, é representada da seguinte forma:

$$y = f(x, \theta) \quad (\text{A.2})$$

Escrevendo (A.2) para várias observações da variável dependente ( $y$ ) e do vetor de regressores ( $x$ ), tem-se:

$$y_1 = f(x_1, \theta)$$

$$y_2 = f(x_2, \theta)$$

...

$$y_n = f(x_n, \theta) \quad (\text{A.3})$$

sendo  $y_i$  a  $i$ -ésima observação de  $y$  e  $x_i = \{x_i^1, x_i^2, \dots, x_i^n\}$  são as  $i$ -ésimas observações dos  $n$  elementos do vetor  $x = [x^1 x^2 \dots x^n]^T$ .

Sendo conhecidos os conjuntos de  $\{y_1, \dots, y_n\}$  e  $\{x_1, \dots, x_n\}$  é possível determinar  $f$  e  $\theta$ , considerando que o sistema é linear e invariável no tempo.

Aplicando a equação (A.2)  $n$  vezes, pode-se agrupar as equações na forma matricial da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1^1 & x_1^2 & \dots & x_1^n \\ x_2^1 & x_2^2 & \dots & x_2^n \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_n^1 & x_n^2 & \dots & x_n^n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix}$$

$$y = X\theta \quad (\text{A.4})$$

$Y$  é a variável dependente, pois depende dos regressores  $x^1, \dots, x^n$  e  $\theta$  é o vetor de parâmetros a serem determinados.

Considerando  $X$  uma matriz não singular, o vetor de parâmetros  $\theta$  pode ser calculado a partir de:

$$\theta = X^{-1}y \quad (\text{A.5})$$

Para o caso de aplicações na qual o número de observações seja maior que o número de parâmetros, a matriz  $X$  não é quadrada, impossibilitando o cálculo de sua inversa. Para solucionar este caso, pode-se multiplicar os dois lados da equação (A.4) pela matriz transposta de  $X$  ( $X^T$ ), obtendo-se:

$$X^T y = X^T X \theta \quad (\text{A.6})$$

Sendo o resultado de  $X^T X$  uma matriz não singular, tem-se:

$$\theta = [X^T X]^{-1} X^T y \quad (\text{A.7})$$

Assumindo-se que se conhece o valor estimado do vetor de parâmetros ( $\hat{\theta}$ ) e que se comete erros – acumulados no vetor de resíduos ( $\xi$ ) – ao tentar explicar os valores observados ( $y$ ) a partir do vetor de regressores  $X$  medido e de  $\hat{\theta}$ , pode-se formular a seguinte relação:

$$y = X\hat{\theta} + \xi \quad (\text{A.8})$$

$$\xi = X\hat{\theta} - y \quad (\text{A.9})$$

A solução da equação (A.8) é encontrada a medida que se minimiza o valor absoluto de  $\xi$ . Para uma maior precisão, é definida a função custo como a norma euclidiana do vetor de resíduos. O somatório do quadrado do erro ao longo do conjunto de dados ( $Z^N$ ) observados pode ser expresso por:

$$J_{MQ}(\hat{\theta}, Z^N) = \sum_{i=1}^N \xi(i)^2 = \xi^T \xi = \|\xi\|^2 \quad (\text{A.10})$$

Substituindo a equação (A.9) em (A.10) o critério de otimização  $J_{MQ}$  resulta em:

$$J_{MQ} = (y - X\hat{\theta})^T (y - X\hat{\theta}) \quad (\text{A.11})$$

Para minimizar o critério  $J_{MQ}$  deriva-se a equação (A.11) em relação a  $\theta$  e iguala-se a zero, obtendo-se os parâmetros que se deseja estimar, calculados por:

$$\theta_{MQ} = [X^T X]^{-1} X^T y \quad (\text{A.12})$$

O resultado de  $[X^T X]^{-1} X^T$  é denominado pseudo-inversa da matriz  $X$  (AGUIRRE, 2015; COELHO, 2004).

### A.1) Aplicação para o caso multivariável

Dado um processo multivariável linear invariante no tempo com *psaídas* e *rentradas*, um modelo do tipo vetor auto regressivo com entradas externas - VARX (do inglês *vector autoregressive with exogenous inputs*) pode ser obtido através da seguinte representação discreta:

$$y(k) = A_1 y(k-1) \dots + A_{n_y} y(k-n_y) + B_1 u(k-1) + B_{n_u} y(k-n_u) + e(k) \quad (\text{A.13})$$

tal que  $A_i \in R^{p \times p}$ ,  $B_i \in R^{p \times r}$  e

$$y(k) = [y_1(k) \ y_2(k) \ y_3(k) \ \dots \ y_p(k)]^T \quad (\text{A.14})$$

$$u(k) = [u_1(k) \ u_2(k) \ u_3(k) \ \dots \ u_r(k)]^T \quad (\text{A.15})$$

$$e(k) = [e_1(k) e_2(k) e_3(k) \dots e_p(k)]^T \quad (\text{A.16})$$

Em analogia ao caso monovariável, onde  $A(q)$  e  $B(q)$  são representações polinomiais, no caso multivariável em questão  $A(q)$  e  $B(q)$  podem ser definidas como matrizes de polinômios, ou seja, cada elemento  $(A_1, A_2 \dots A_{n_y} e B_1, B_2 \dots B_{n_u})$  é um polinômio, de modo que:

$$A(q) = I - A_1 q^{-1} - \dots - A_{n_y} q^{-n_y} \quad (\text{A.17})$$

$$B(q) = B_1 q^{-1} + \dots + B_{n_u} q^{-n_u} \quad (\text{A.18})$$

Uma representação alternativa à equação (A.13) pode ser escrita como

$$y(k) = \Theta^T \psi(k-1) + e(k) \quad (\text{A.19})$$

de maneira que  $\Theta \in R^{(pn_y + rn_u) \times p}$ ,  $\psi(k-1) \in R^{pn_y + rn_u}$  e  $y(k) \in R^p$ , sendo

$$\Theta = [A_1 A_2 \dots A_{n_y} B_1 B_2 \dots B_{n_u}]^T \quad (\text{A.20})$$

$$\psi(k-1) = [y^T(k-1) y^T(k-n_y) u^T(k-1) u^T(k-n_u)]^T \quad (\text{A.21})$$

A função custo e o estimador MQ, portanto, são:

$$J_{MQ} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \|y(k) - \Theta^T \psi(k-1)\|^2 \quad (\text{A.22})$$

$$\hat{\Theta}_{MQ} = \left[ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \psi(k-1) \psi^T(k-1) \right]^{-1} \left[ \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \psi(k-1) y^T(k) \right] \quad (\text{A.23})$$

## A.2) Estimação do modelo do processo

Considerando o modelo com função de transferência discreta na forma linear dada por

---

$$A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t) \quad (\text{A.24})$$

sendo  $A(z^{-1})$  e  $B(z^{-1})$  definidos conforme as equações (A.17) e (A.18), respectivamente. Uma vez que o modelo de representação do processo tenha sido escolhido através das características apresentadas pela resposta ao degrau do sistema, seu equacionamento através de equações de diferenças é obtido substituindo-se o vetor de parâmetros estimados encontrados pela equação (A.23) na equação (A.19) para cada conjunto de dados observados.

A matriz de transferência do processo, portanto, é obtida isolando  $\frac{y(t)}{u(t)}$  na equação (A.24), resultando em uma matriz onde os termos da diagonal principal são correspondentes às funções de transferência diretas das malhas do processo multivariável e os termos fora da diagonal são referentes à modelagem das interações entre as malhas (funções de transferência cruzadas).