



Universidade Federal do Piauí  
Centro de Ciências da Natureza  
Departamento de Física  
Programa de Pós-Graduação em Física

## **Estudo dos Deslizamentos de um Cilindro Rugoso num Plano Inclinado**

Gil Marcos Pereira Lima

Teresina - PI

2018



# **Estudo dos Deslizamentos de um Cilindro Rugoso num Plano Inclinado**

Gil Marcos Pereira Lima

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal do Piauí, como requisito para a obtenção do Título de Mestre em Física. Área de concentração: Física da Matéria Condensada.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Andrade de Filgueiras Gomes.

Co-orientador: Prof. Dr. José Pimentel de Lima.

Teresina - PI

2018

FICHA CATALOGRÁFICA  
Serviço de Processamento Técnico da Universidade Federal do Piauí  
Biblioteca Setorial de Ciências da Natureza - CCN

L733e     Lima, Gil Marcos Pereira.  
            Estudo dos deslizamentos de um cilindro rugoso num  
            plano inclinado / Gil Marcos Pereira Lima. – Teresina: 2018.  
            51 f.

            Dissertação (mestrado) – Universidade Federal do Piauí,  
            Centro de Ciências da Natureza, Pós-graduação em Física,  
            2018.

            Orientador: Prof. Dr. Marcelo Andrade de Filgueiras  
            Gomes.

            Co-orientador: Prof. Dr. José Pimentel de Lima.

            1. Física. 2. Matéria Condensada. 3. Lei de Escala de  
            Gutenberg-Richter. 4. Expoente de Hurst. Título.

CDD 530.41

Bibliotecária: Caryne Maria da Silva Gomes - CRB3/1461

# Estudo dos Deslizamentos de um Cilindro Rugoso num Plano Inclinado

Gil Marcos Pereira Lima

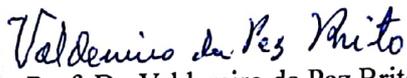
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Física da Universidade Federal do Piauí, como requisito para a obtenção do Título de Mestre em Física. Área de concentração: Física da Matéria Condensada.

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Andrade de Filgueiras Gomes.

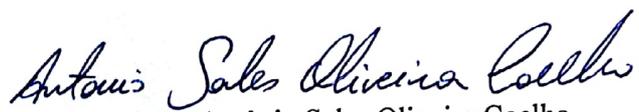
Aprovada em 30 / 07 / 2018

## BANCA EXAMINADORA:

  
Prof. Dr. José Pimentel de Lima  
(Co-Orientador - Universidade Federal do Piauí)

  
Prof. Dr. Valdemiro da Paz Brito  
(Universidade Federal do Piauí)

  
Prof. Dr. Francisco Wellington de Sousa Lima  
(Universidade Federal do Piauí)

  
Prof. Dr. Antônio Sales Oliveira Coelho  
(CT - Engenharia Mecânica - Universidade Federal do Piauí)

*Aos meus pais, Elizalde Lima Pereira e Felisberto Pereira Sobrinho, aos meus grandes amigos da Universidade e amigos de Alto Longá que contribuíram para minha formação.*

# Agradecimentos

Primeiramente, a Deus pelos dons e habilidades confiados a mim por ele.

Ao professor Dr. Marcelo Andrade de Filgueiras Gomes, pela orientação e colaboração em outros trabalhos.

Aos professores Drs. José Pimentel de Lima e Valdemiro da Paz Brito pela Co-orientação e oportunidade fornecida ao participar do seu Grupo de Trabalho.

A todos os professores que contribuíram para a minha formação acadêmica

Aos meus pais, Elizalde Lima Pereira e Felisberto Pereira Sobrinho, pelo apoio, carinho e atenção dedicados a mim.

A todos os meus familiares

A todos os amigos de turma de Graduação, em especial, Laércio Oliveira, José Augusto, Ramon Sampaio, Luiz Paulo, Cleiton Fonseca, David Joseph, Francisco José, Fernando Juliano e Mário Rocha.

A todos os amigos da Pós-Graduação, em especial, Lucas Marinho, Carlos Henrique, Ramon Sampaio, David Joseph, Mário Rocha, Alexandre Silva, Fernando e Francisco Silva.

A todos os amigos de Laboratório, em especial, Jadson Lucas, Ana Rita, Pedro Barreto, e Welberth Kennedy.

À UFPI pela utilização do Laboratório de Fenômenos de Não-Equilíbrio - (LFNE) para a realização da pesquisa desenvolvida.

À CAPES pelo suporte financeiro para o desenvolvimento desta pesquisa, via bolsa de estudos.

# Resumo

Nesta Dissertação, estudamos deslizamentos de cilindros de papel alumínio amassado (com superfície rugosa) num plano inclinado com angulação ajustável à horizontal. Com ajuda de um martelo acoplado na base do arranjo experimental, pôde-se realizar perturbações controladas no sistema fazendo com que o cilindro sofresse deslizamentos efetivos de comprimento  $\lambda \geq 1,0mm$ . Neste estudo, trabalhou-se com ângulo de inclinação relativo  $\theta_r$ , imediatamente abaixo do ângulo crítico entre o cilindro e a calha, sendo realizadas séries temporais com 2000 eventos, para cada  $\theta_r$ . Estes dados apresentaram uma rica física, caracterizada por leis de escala. A partir das séries temporais, apresentamos as leis de escala nos gráficos log-log da distribuição acumulada e normalizada de avalanches,  $[N(\lambda)/N_0]$  versus  $\lambda$ , com deslizamentos de comprimentos maiores ou iguais a  $\lambda$ .  $[N(\lambda)/N_0] \sim \lambda^{-B}$ , com expoente crítico  $B = 0,56 \pm 0,05$ , dentro das barras de erro para todos os ângulos de inclinação relativo  $\theta_r$ . Estes resultados apresentam uma pequena diferença daqueles encontrados com cilindros maciços de alumínio por Brito e Gomes *AJP*, 64 437 (1996). Com esta lei de escala, pôde-se determinar o número de deslizamentos  $n(\lambda)$  com tamanho  $\lambda$ , com  $n(\lambda) \sim \lambda^{-(1+B)} \sim \lambda^{-1,56 \pm 0,05}$ , resultado que corrobora com a lei de escala de Gutenberg-Richter para a frequência de terremotos com momento sísmico  $m$ , sendo que  $n(m) \sim m^{-(1+\gamma)}$ , com  $0,45 < \gamma < 0,6$ . Neste estudo, foi realizada ainda a análise do expoente de Hurst,  $H$ , nas séries temporais. Estes expoentes definem se os eventos das séries temporais apresentam persistência ( $H > 0,5$ ), antipersistência ( $H < 0,5$ ) ou se são eventos totalmente aleatórios ( $H = 0,5$ ). Todas as séries temporais apresentadas neste estudo, para eventos coletados com ângulos  $\theta$  próximo e abaixo do ângulo crítico  $\theta_c$ , exibiram persistência, ou seja, expoente de Hurst  $H > 0,5$ . Estes resultados também foram encontrados para as séries temporais coletadas com ângulos  $\theta$  próximos ao ângulo crítico  $\theta_c$ , por Gomes et al *J.Phys.D*, 32 3223 (1998), utilizando-se cilindros maciços de alumínio.

**Palavra chave :** Avalanches, Lei de escala de Gutenberg-Richter, Expoente de Hurst.

# Abstract

In this work, we studied slides of cylinder of crushed aluminum foil (with rough surface) on an inclined plane with adjustable angulation to the horizontal. With the aid of a hammer coupled to the base of the experimental arrangement, controlled perturbations could be made in the system causing the cylinder to undergo effective sliding of length  $\lambda \geq 1.0mm$ . In this study, we worked with the relative inclination angle  $\theta_r$ , immediately below of the critical angle between the cylinder and the gutter, we performed time series with 2000 events for each  $\theta_r$ . These data presented a rich physical, characterized by laws of scale. From the time series, we present the scale laws in the log-log graphs of the cumulative and normalized avalanche distribution,  $[N(\lambda)/N_0]$  versus  $\lambda$ , with slides of lengths greater than or equal to  $\lambda$ .  $[N(\lambda)/N_0] \sim \lambda^{-B}$ , with critical exponent  $B = 0.56 \pm 0.05$ , within the error bars for all angles of relative slope  $\theta_r$ . These results present a small difference from those found with solid aluminum cylinders by Brito and Gomes AJP, 64 437 (1996). With this scale law, we can determine the number of slides  $n(\lambda)$  with size  $\lambda$ , with  $n(\lambda) \sim \lambda^{-(1+B)} \sim \lambda^{-1.56 \pm 0.05}$ , a result that corroborates the Gutenberg-Richter scale law for the frequency of earthquakes with seismic moment  $m$ , where  $n(m) \sim m^{-(1+\gamma)}$ , with  $0.45 < \gamma < 0.6$ . In this study, the Hurst exponent  $H$  was also analyzed in the time series. These exponents define whether the time-series events have persistence ( $H > 0.5$ ), antipersistence ( $H < 0.5$ ) or are totally random events ( $H = 0.5$ ). All the time series presented in this study, for the events collected with angle  $\theta$  near and bellow of the critical angle  $\theta_c$ , exhibited persistence, ie, Hurst exponent  $H > 0.5$ . These results were also found for the time series collected at angles  $\theta$  near the critical angle  $\theta_c$ , by Gomes et al. J.Phys.D, 32 3223 (1998), using solid aluminum cylinders.

**Keywords:** Avalanches, Gutenberg-Richter scale law, Hurst exponent.

# Sumário

Lista de Símbolos	7
Lista de Figuras	9
Lista de Tabelas	12
<b>1 Introdução</b>	<b>13</b>
<b>2 Materiais e método experimental</b>	<b>17</b>
2.1 Aparato experimental . . . . .	17
2.2 Método experimental . . . . .	19
2.3 Análise do expoente de Hurst . . . . .	20
<b>3 Resultados e Discussão</b>	<b>22</b>
3.1 1º grupo de medidas, ângulo relativo $\theta_r = 0, 10$ . . . . .	22
3.2 2º grupo de medidas, ângulo relativo $\theta_r = 0, 12$ . . . . .	25
3.3 3º grupo de medidas, ângulo relativo $\theta_r = 0, 14$ . . . . .	28
3.4 4º grupo de medidas, ângulo relativo $\theta_r = 0, 16$ . . . . .	30
3.5 5º grupo de medidas, ângulo relativo $\theta_r = 0, 18$ . . . . .	37
3.6 6º grupo de medidas, ângulo relativo $\theta_r = 0, 20$ . . . . .	40
3.7 Comparações dos expoentes críticos obtidos com aqueles já existente na literatura. . . . .	42
3.8 Análise das relações dos ângulos relativos, $\theta_r$ , com $B$ , $H$ e $\langle \lambda \rangle$ . . . . .	43
3.9 Análise de $H$ versus $B$ . . . . .	46
<b>4 Conclusões e perspectivas</b>	<b>48</b>
Referências Bibliográficas	50

# Lista de Símbolos

$\theta_r$  - Ângulo de inclinação relativo

$\theta_c$  - Ângulo crítico

$\theta$  - Ângulo utilizado para as coletas

$\lambda$  - Comprimento de cada deslizamento efetivo

$N(\lambda)$  - Número de avalanches de tamanho  $\lambda$

$N_o$  - Número total de eventos em cada série

$\tau$  - Quantidade de batidas

$B$  - Expoente crítico da lei de escala

$H$  - Expoente de Hurst

# Lista de Figuras

2.1	Arranjo experimental. . . . .	17
2.2	Diagrama esquemático do arranjo experimental montado por Gomes (1994): a calha inclinada (A) tem um sulco em V de 300,0mm de comprimento (a secção reta é mostrada em B), e permite o ajuste do ângulo de inclinação com a horizontal $\theta$ . O cilindro (C) foi feito de papel alumínio amassado e tem comprimento de 20,0mm e diâmetro de 7,0mm. Acoplado ao arranjo, existe um martelo (D) de 100,4g, que pode girar na vertical. O arranjo está isolado de vibrações mecânicas externas. . . . .	18
2.3	(A) Trança de papel alumínio e cavidade cilíndrica. (B) Cilindro produzido com trança de papel alumínio amassado, com comprimento de 20,0mm, diâmetro de 7,0mm e massa $m = 1,92g$ . . . . .	19
3.1	Distribuição normalizada de avalanches com comprimentos maiores ou iguais a $\lambda$ , $[N(\lambda)/N_0] \times \lambda$ , com $N_0 = 2000$ eventos, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha $\theta_r = 0,10$ . . . . .	23
3.2	Série temporal, $\lambda \times \tau$ , com ângulo relativo da calha $\theta_r = 0,10$ . . . . .	24
3.3	Gráfico log-log de $R/S \times \tau$ , resultante da análise de Hurst ( $R/S$ ), como função do intervalo de tempo ( $\tau$ ). Essa série com 2000 eventos, é mostrada na janela, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha $\theta_r = 0,10$ . . . . .	25
3.4	Distribuição normalizada de avalanches com comprimentos maiores ou iguais a $\lambda$ , $[N(\lambda)/N_0] \times \lambda$ , com $N_0 = 2000$ eventos, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha $\theta_r = 0,12$ . . . . .	26
3.5	Série temporal, $\lambda \times \tau$ , com ângulo relativo da calha $\theta_r = 0,12$ . . . . .	27
3.6	Gráfico log-log de $R/S \times \tau$ , resultante da análise de Hurst ( $R/S$ ), como função do intervalo de tempo ( $\tau$ ). Essa série com 2000 eventos, é mostrada na janela, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha $\theta_r = 0,12$ . . . . .	27
3.7	Distribuição normalizada de avalanches com comprimentos maiores ou iguais a $\lambda$ , $[N(\lambda)/N_0] \times \lambda$ , com $N_0 = 2000$ eventos, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha $\theta_r = 0,14$ . . . . .	28

3.8	Série temporal, $\lambda$ x $\tau$ , com ângulo relativo da calha $\theta_r = 0, 14$ . . . . .	29
3.9	Gráfico log-log de $R/S$ x $\tau$ , resultante da análise de Hurst ( $R/S$ ), como função do intervalo de tempo ( $\tau$ ). Essa série com 2000 eventos, é mostrada na janela, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha $\theta_r = 0, 14$ . . . . .	30
3.10	Distribuição normalizada de avalanches com comprimentos maiores ou iguais a $\lambda$ , $[N(\lambda)/N_0]$ x $\lambda$ , com $N_0 = 2000$ eventos, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha $\theta_r = 0, 16$ . . . . .	31
3.11	Série temporal, $\lambda$ x $\tau$ , com ângulo relativo da calha $\theta_r = 0, 16$ . . . . .	32
3.12	Gráfico log-log de $R/S$ x $\tau$ , resultante da análise de Hurst ( $R/S$ ), como função do intervalo de tempo ( $\tau$ ). Essa série com 2000 eventos, é mostrada na janela, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha $\theta_r = 0, 16$ . . . . .	33
3.13	Distribuição normalizada de avalanches com comprimentos maiores ou iguais a $\lambda$ , $[N(\lambda)/N_0]$ x $\lambda$ , com $N_0 = 1000$ eventos coletados durante a noite e $N_0 = 1000$ eventos coletados durante o dia, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha $\theta_r = 0, 16$ . . . . .	34
3.14	Série temporal, $\lambda$ x $\tau$ , com ângulo relativo da calha $\theta_r = 0, 16$ , na coleta diurna. . . . .	35
3.15	Gráfico log-log de $R/S$ x $\tau$ , resultante da análise de Hurst ( $R/S$ ), como função do intervalo de tempo ( $\tau$ ). Essa série com 2000 eventos, é mostrada na janela, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha $\theta_r = 0, 16$ , na coleta diurna. . . . .	35
3.16	Série temporal, $\lambda$ x $\tau$ , com ângulo relativo da calha $\theta_r = 0, 16$ , na coleta noturna. . . . .	36
3.17	Log-log de $R/S$ x $\tau$ , resultante da análise de Hurst ( $R/S$ ), como função do intervalo de tempo ( $\tau$ ). Essa série com 2000 eventos, é mostrada na janela, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha $\theta_r = 0, 16$ , na coleta noturna. . . . .	37
3.18	Distribuição normalizada de avalanches com comprimentos maiores ou iguais a $\lambda$ , $[N(\lambda)/N_0]$ x $\lambda$ , com $N_0 = 2000$ eventos, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha $\theta_r = 0, 18$ . . . . .	38
3.19	Série temporal, $\lambda$ x $\tau$ , com ângulo relativo da calha $\theta_r = 0, 18$ . . . . .	39
3.20	Gráfico log-log de $R/S$ x $\tau$ , resultante da análise de Hurst ( $R/S$ ), como função do intervalo de tempo ( $\tau$ ). Essa série com 2000 eventos, é mostrada na janela, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha $\theta_r = 0, 18$ . . . . .	39

3.21	Distribuição normalizada de avalanches com comprimentos maiores ou iguais a $\lambda$ , $[N(\lambda)/N_0] \times \lambda$ , com $N_0 = 2000$ eventos, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha $\theta_r = 0,20$ . . . . .	40
3.22	Série temporal, $\lambda \times \tau$ , com ângulo relativo da calha $\theta_r = 0,20$ . . . . .	41
3.23	Gráfico log-log de $R/S \times \tau$ , resultante da análise de Hurst ( $R/S$ ), como função do intervalo de tempo ( $\tau$ ). Essa série com 2000 eventos, é mostrada na janela, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha $\theta_r = 0,20$ . . . . .	42
3.24	Gráfico dos expoentes críticos, $B \times \theta_r$ , para todos os experimentos realizados. . . . .	44
3.25	Gráfico dos expoentes de Hurst, $H \times \theta_r$ , para todos os experimentos realizados. . . . .	44
3.26	Gráfico da média dos deslizamentos <i>versus</i> ângulo relativo, $\langle \lambda \rangle \times \theta_r$ , para todos os experimentos realizados. . . . .	45
3.27	Gráfico dos expoentes, $H \times B$ , para todos os experimentos realizados. . . . .	46
3.28	Histograma dos $B$ e $H$ obtidos. . . . .	47
3.29	Gráfico do ângulo crítico <i>versus</i> temperatura, $\theta_c \text{ versus } T$ , obtidos. . . . .	47

# Lista de Tabelas

3.1	Ângulo relativo para $\theta_r = 0,10$ . . . . .	23
3.2	Ângulo relativo para $\theta_r = 0,12$ . . . . .	25
3.3	Ângulo relativo para $\theta_r = 0,14$ . . . . .	28
3.4	Ângulo relativo para $\theta_r = 0,16$ , coletas realizadas em duas etapas: Dia e Noite . . . . .	31
3.5	Ângulo relativo para $\theta_r = 0,18$ . . . . .	37
3.6	Ângulo relativo para $\theta_r = 0,20$ . . . . .	40
3.7	Comparações dos expoentes críticos $B$ obtidos neste trabalho com aqueles obtidos com banco de dados pessoais de V. P. Brito e M. A. Gomes [9]. . .	43

# Capítulo 1

## Introdução

Nos últimos anos um grande esforço na área da Física tem sido dedicado ao estudo das leis de escala espacial e temporal que são robustas, ou seja, independem dos detalhes dos sistemas particulares [1]. Leis de escala se manifestam em numerosos fenômenos da natureza, frequentemente fractais, onde uma grande quantidade de elementos interage entre si para produzir uma estrutura mais complexa. Esses sistemas evoluem longe do equilíbrio e, com frequência, são altamente dissipativos. Eles são descritos mediante expressões matemáticas do tipo,

$$Y \sim X^\alpha, \tag{1.1}$$

onde  $X$  e  $Y$  são duas variáveis, quantidades ou observações e  $\alpha$  é o expoente crítico de escala. Uma expressão desse tipo apresenta uma propriedade muito importante, conhecida como invariância em escala. Observando os fenômenos naturais através da mecânica estatística, temos que as leis de escala são fundamentais para a sua compreensão, pois para a maioria dos fenômenos o comportamento é não-linear. Essas leis servem para demonstrar os comportamentos universais de escala. Um exemplo bastante conhecido de lei de escala na Física é a 3ª lei de Kepler, "os quadrados dos períodos de translação dos planetas são proporcionais aos cubos dos semieixos maiores de suas órbitas", ou seja,  $T \sim r^\alpha$ , onde  $T$ , é o período e  $r$ , é o raio da órbita. Nesse caso, para a lei de Kepler,  $\alpha = 3/2$  e dizemos que  $\alpha$  é um expoente trivial, o qual, pode ser um número inteiro ou a razão de dois números inteiros. Em 1956, os sismógrafos Charles Francis Richter e Beno Gutenberg encontraram uma lei de escala para os terremotos, fenômeno da natureza que acontece por movimento das placas tectônicas, hoje conhecida como lei de Gutenberg e Richter [2]. Na época, usando um sismógrafo, eles mediam a energia liberada no foco dos terremotos, e essa energia recebeu o nome de magnitude sísmica. Como a magnitude dos terremotos varia muito, Gutenberg e Richter decidiram criar uma escala com o logaritmo

---

dos números apresentados pelo sismógrafo, assim eles puderam representar grandes variações de magnitudes sísmicas em uma escala reduzida. Com o referido estudo, feito por Gutenberg e Richter, a distribuição de grandes tremores sísmicos é analisada como uma lei de escala, onde o número de terremotos,  $n$ , escala com a magnitude sísmica,  $m$ , da forma

$$n(m) \sim m^{-(1+\gamma)}, \quad (1.2)$$

sendo  $\gamma$  o expoente crítico, e está no intervalo  $0,5 < \gamma < 0,6$ . A magnitude sísmica é dada por  $m = \mu A \delta$ , onde  $\delta$  é o deslocamento médio através da falha durante o terremoto,  $\mu$  é o módulo de cisalhamento da rocha e  $A$  é área da falha.

Estes estudos sobre leis de escala atualmente envolvem uma série de sistemas complexos de grande interesse, tanto do ponto de vista básico quanto do aplicado. Exemplos envolvendo esses conceitos são os trabalhos da dinâmica de interface com materiais granulares [3, 5] ou líquidos [5] em superfícies inclinadas, e industrialmente, como na redução de perdas por atrito e danos nas superfícies, na adesão de sólidos elásticos, dentre outros que se utilizam dessa mesma problemática [6, 7].

O primeiro estudo que envolve movimento de objeto em superfície inclinada, sob a ação da gravidade, que é bastante conhecido por alunos de física básica, é o experimento de Galileu Galilei, que teve início no século XVI [8]. O experimento consistiu em um objeto de perfil circular rolando em uma superfície inclinada. Desse experimento, Galileu concluiu que se um objeto é solto do repouso e ganha velocidade a uma razão constante, então a distância total,  $s$ , viajada pelo objeto, é proporcional ao quadrado do tempo,  $t$ , necessário para essa viagem. Ou seja  $s \sim t^2$ , apresenta uma lei de escala com expoente trivial. E mais tarde, no século XVIII, Coulomb estudou sobre atrito entre superfícies.

Novos estudos, envolvendo superfície inclinada, ressurgiram em 1987, com Bak, Tang e Wiesenfeld (BTW) [4], nos quais estudaram avalanches de uma pilha de areia numa superfície inclinada, sendo o sistema perturbado com a adição de grãos no topo da pilha. Eles queriam mostrar que sistemas de muitas partículas, sob a influência de pequenas perturbações, ilustravam o surgimento de um *estado crítico auto-organizado*, para sistemas complexos. Nesse estado crítico, o sistema é altamente susceptível a pequenas mudanças ou ruídos, que podem provocar respostas totalmente imprevisíveis. A criticalidade auto-organizada é um fenômeno que aparece em sistemas que evoluem naturalmente para um estado crítico sem qualquer ajuste de parâmetros ou disposições da configuração inicial. Para esse modelo da pilha de areia, Bak e colaboradores encontraram que o tamanho da flutuação da avalanche  $s$  e a duração  $\Delta t$ , apresentaram leis de escala do número de duração da avalanche,  $n(\Delta t)$  e do número da flutuação,  $n(s)$ , do tipo:  $n(\Delta t) \sim (\Delta t)^{-\alpha}$  e  $n(s) \sim s^{-\beta}$ , respectivamente, com  $\alpha = 0,42$  e  $\beta = 0,98$  em 2D, e  $\alpha = 0,90$  e  $\beta = 1,35$

---

em 3D.

Depois do trabalho de (BTW), surgiram vários outros estudos envolvendo superfície inclinada com materiais granulares. Dentre estes estudos, temos a experiência feita por Plourde, Nori e Bretz em 1993 [5], na qual esses autores estudaram avalanches líquidas, através de borrifadas de um número variável de gotas de água em uma superfície interna de um hemisfério plástico, encontrando uma lei de escala do número de avalanches,  $n(s)$ , com a massa da água,  $s$ ,  $n(s) \sim s^\gamma$ , com  $\gamma = 2,66$  para baixa viscosidade e  $\gamma = 1,77$  para alta viscosidade.

Estudos computacionais envolvendo superfícies inclinadas com materiais granulares ou líquidos podem originar leis de escala não-triviais, para as quais os expoentes são números não-inteiros de difícil explicação. Essa é uma área que vem sendo muito investigada nos últimos tempos por apresentar um desafio em caracterizá-la de forma completa. A fim de estudar deslizamentos de materiais sólidos de forma bem definida em superfície inclinada, Brito e Gomes realizaram um estudo em 1995 [9], o qual consistia em analisar estatisticamente os resultados dos deslizamentos de cilindros de materiais diferentes, (Alumínio, Latão, PVC e Teflon), sobre um plano inclinado com angulação ajustável com a horizontal, como mostra a Figura 2.1. Com a ajuda de um martelo acoplado na base do arranjo, o sistema sofria pequenas perturbações externas, fazendo com que o cilindro, posto no topo da calha, sofresse um deslizamento  $\lambda \geq 1,0\text{mm}$ . Para cada cilindro, foram realizadas séries de 1000 deslizamentos. Estes dados que foram distribuídos em caixas com comprimento  $\lambda$  definidos, [1, 2), [2, 4), [4, 8),...[128, 256), visando a construção de gráficos  $\log x \log$  da distribuição normalizada de avalanches com comprimentos maiores ou iguais a  $\lambda$ ,  $N(\lambda)$  versus  $\lambda$ , que apresentou uma lei de escala do tipo,  $N(\lambda) \sim \lambda^{-\beta}$ , com  $\beta = 0,55 \pm 0,05$  para o alumínio,  $\beta = 0,55 \pm 0,05$  para o latão,  $\beta = 0,45 \pm 0,05$  para o teflon e  $\beta = 0,50 \pm 0,05$  para o PVC. Dentro da incerteza estatística, os expoentes da lei de escala encontrado por Brito e Gomes para deslizamentos de cilindros maciços em uma superfície inclinada, corroboram com o expoente crítico da lei de Gutenberg-Richter para terremotos.

Os resultados mostrados no trabalho com um único bloco maciço motivaram vários outros estudos correlacionando as leis de escala para outras análises, como a persistência ou antipersistência dos deslizamentos com cilindros maciços [10]. Gomes e colaboradores [10], analisaram o expoente de Hurst ( $H$ ), para verificar se as séries temporais dos deslizamentos de cilindro maciço em superfície inclinada apresentam acúmulo de memória ou não. No qual, obtiveram como resultados: persistência ( $H > 0,5$ , indica que apresenta acúmulo de memória) para as séries realizadas com ângulo  $\theta$  em relação a horizontal, próximo ao ângulo crítico  $\theta_c$  e intermitência ( $H = 0,5 \pm 0,05$ , dentro das barras de erro, indica à ausência de memória) para as séries com ângulo  $\theta$  em relação a horizontal, distante do ângulo crítico  $\theta_c$ .

A partir desses estudos de deslizamentos de cilindro maciço em superfície inclinada,

---

veio o nosso interesse posterior em estudar o comportamento físico dos deslizamentos de cilindros feitos com papel alumínio amassado (com superfície rugosa) em uma calha inclinada, com ângulo  $\theta$  abaixo do ângulo crítico, buscando comparar os novos expoentes críticos com aqueles já existentes na literatura para cilindros maciços [9]. Superfície rugosa, indica que a superfície do cilindro tem dimensão não inteira, ou seja, apresenta característica fractal [11]. Um exemplo em que a fractalidade se manifesta nas propriedades físicas do sistema, é o estudo realizado com fios metálicos injetados em cavidades planas circulares, até o limite máximo de empacotamento [12]. Sistemas com estruturas de empacotamentos como esta apresentam uma rica física caracterizada por leis de escala robustas, transições de fase e fenômenos de correlação espacial. O processo de empacotamento apresenta uma distribuição hierárquica de laços caracterizada por uma baixa fração de empacotamento e por uma dimensão fractal  $D = 1,9 \pm 0,1$  e um expoente de difusão anômala  $d_w = 3,03 \pm 0,05$  [12].

No presente trabalho, houve interesse em estudar deslizamentos de cilindros rugosos num plano inclinado com angulação ajustável com a horizontal. Neste, obtivemos resultados que corroboram com os já existentes na literatura para cilindros maciços [9, 10].

O presente trabalho ficou dividido da seguinte forma: no Capítulo 2 apresentamos os materiais utilizados para as realizações dos experimentos e métodos para encontrar o expoente de Hurst  $H$  e o comprimento dos deslizamentos,  $\lambda$ , provocado por cada perturbação; no Capítulo 3 apresentamos o comportamento do número de avalanches acumuladas e normalizadas,  $N(\lambda)/N_0$ , em função do comprimento  $\lambda$ , onde se apresenta uma lei de potência com expoente crítico  $B = 0,56 \pm 0,05$ , resultado este que apresenta uma pequena diferença com os dados encontrados por Brito e Gomes em [9]. Após isso, mostramos o comportamento das séries temporais e a análise do expoente de Hurst, sendo que os resultados indicam persistência para as séries estudadas, resultado este, que corrobora com os já existentes na literatura [10]; no Capítulo 4 apresentamos as conclusões gerais e perspectivas de um futuro trabalho sobre o tema.

# Capítulo 2

## Materiais e método experimental

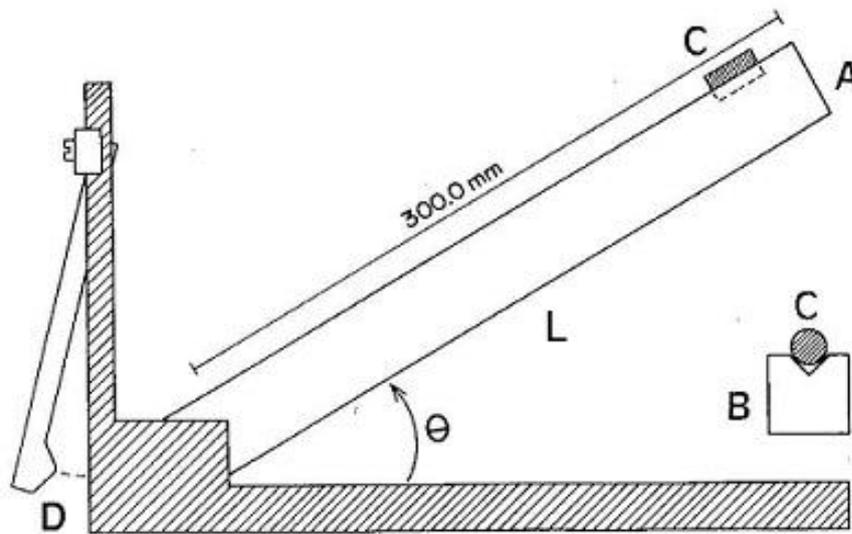
Neste capítulo mostraremos detalhadamente o aparato utilizado em nosso estudo, os procedimentos experimentais para realização das coletas de dados, bem como a metodologia utilizada para análise dos mesmos.

### 2.1 Aparato experimental

Para realização deste estudo de avalanches, foi utilizado um aparato experimental mostrado na Figura 2.1. É composto por uma barra rígida que pode girar em torno de uma extremidade e um martelo que se movimentar num plano vertical e tem o objetivo de perturbar o sistema. A Figura 2.2 mostra detalhadamente cada parte do arranjo.



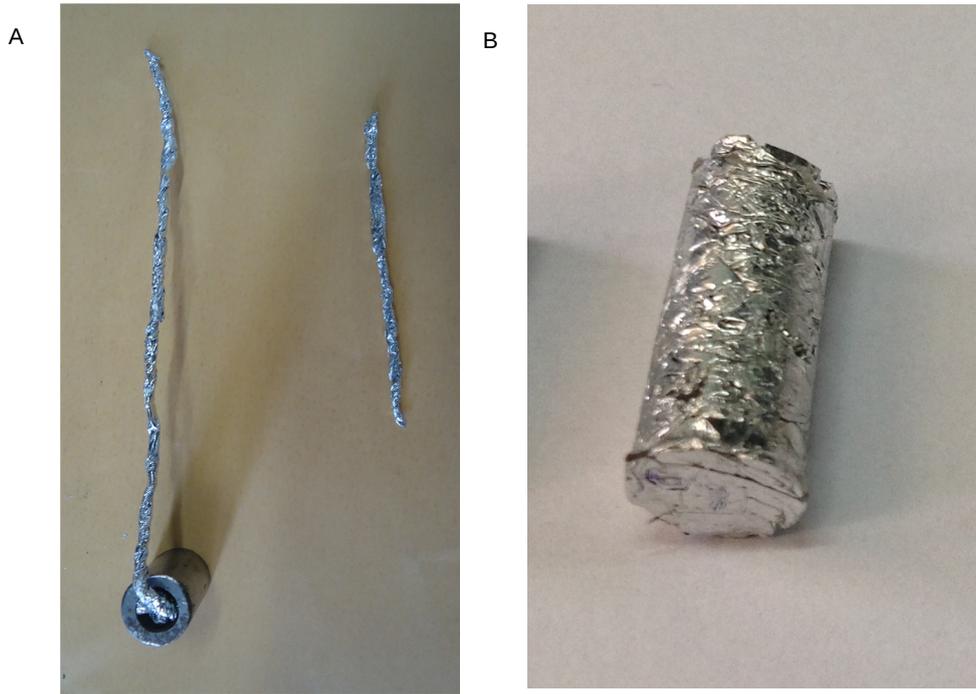
**Figura 2.1:** Arranjo experimental.



**Figura 2.2:** Diagrama esquemático do arranjo experimental montado por Gomes (1994): a calha inclinada (A) tem um sulco em V de 300,0mm de comprimento (a seção reta é mostrada em B), e permite o ajuste do ângulo de inclinação com a horizontal  $\theta$ . O cilindro (C) foi feito de papel alumínio amassado e tem comprimento de 20,0mm e diâmetro de 7,0mm. Acoplado ao arranjo, existe um martelo (D) de 100,4g, que pode girar na vertical. O arranjo está isolado de vibrações mecânicas externas.

Ele consiste em uma calha com 320,0mm de comprimento, a qual permite uma angulação ajustável de  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ , com a horizontal, o ângulo  $\theta$  podendo ser medido com uma precisão de  $0,1^\circ$ . A calha apresenta um sulco em forma de V, com 300,0mm de comprimento, permitindo deslizamento de objeto em forma cilíndrica, sem rolar de até 280mm. Esses deslizamentos são causados por pequenas perturbações controladas por um martelo de 100,4 g, acoplado na base do arranjo. O arranjo foi colocado sobre uma folha de isopor com 3cm de espessura, 40cm de largura e 60cm de comprimento, e esta localizada sobre uma mesa fixa de aproximadamente 200kg, com objetivo de diminuir ao máximo, vibrações mecânicas provocadas pelo ambiente do Laboratório.

O cilindro utilizado para a coleta de dados foi construído a partir de tranças de papel alumínio, injetados com cola em uma cavidade cilíndrica de paredes metálicas, com diâmetro de 7,0mm e comprimento de 20,0mm até atingir seu empacotamento máximo, como mostra na Figura 2.3 (A). Trabalhou-se apenas com um cilindro de massa  $m = 1,92\text{g}$ . A Figura 2.4 (B) mostra este cilindro obtido.



**Figura 2.3:** (A) Trança de papel alumínio e cavidade cilíndrica. (B) Cilindro produzido com trança de papel alumínio amassado, com comprimento de  $20,0\text{mm}$ , diâmetro de  $7,0\text{mm}$  e massa  $m = 1,92\text{g}$ .

## 2.2 Método experimental

Para a coleta de dados, inicialmente medimos o ângulo crítico,  $\theta_c$ , da calha com o cilindro de papel alumínio amassado, sendo este ângulo definido de forma que o cilindro ficava muito próximo, em média, da condição crítica de deslizamento medida do coeficiente de atrito estático. Este ângulo foi medido usando o comprimento da calha ( $L$ ) e a altura ( $A$ ) em que o cilindro era posto inicialmente, ou seja  $\theta_c = \text{sen}^{-1}(\frac{A}{L})$ . O ângulo de inclinação relativo à horizontal,  $\theta_r$ , foi definido como

$$\theta_r = \frac{\theta_c - \theta}{\theta_c}. \quad (2.1)$$

Trabalhou-se com ângulos relativos de inclinação  $\theta_r$ , pois o ângulo crítico depende do material do cilindro e da calha. Além disso ele depende da mudança de temperatura e umidade no Laboratório. Essas mudanças causavam variações frequentes nos ângulos críticos. Todos os dados coletados foram feitos com ângulos de inclinação relativos obedecendo um intervalo de  $0,10 < (\theta_c - \theta)/\theta_c < 0,20$ . Usamos somente esse intervalo, pela possibilidade de comparações com os dados já existente na literatura [9].

Para iniciar a coleta de dados em cada experimento, o cilindro era posto no topo da

calha, como mostrado na parte (C) da Figura 2.1. Um martelo que se encontra acoplado na base do arranjo era solto a uma distância fixa, adquirindo no momento do impacto uma velocidade estimada de  $50 \text{ cms}^{-1}$ , provocando uma perturbação no sistema, fazendo com que o cilindro sofresse um deslizamento não nulo, de comprimento mínimo  $\lambda_{min} = 1,0\text{mm}$ . Esse deslizamento era medido com uma fita milimetrada, colocada na calha, e a precisão em cada medida era de  $0,5\text{mm}$ . A seguir, perturbava-se novamente o sistema, sem interferir na posição anterior do cilindro e media-se o novo comprimento  $\lambda$ . Esse processo se repetia até o cilindro atingir a base da calha, sendo que o último deslizamento era desprezado, após isso a calha passava por um processo de limpeza utilizando-se algodão e álcool para manter sempre limpa, para assim continuar com uma nova sequência de avalanches, com o bloco retornando ao topo da calha. Para cada ângulo de inclinação relativo,  $\theta_r$ , obtinha-se uma sequência de 2000 eventos,  $\lambda(t)$ . Neste estudo, o tempo  $t$ , é medido em batidas pelo martelo, isto é, cada batida está associada a uma unidade de tempo  $t = 1, 2, \dots, T$ . Os ângulos de inclinação relativos à horizontal usados neste estudo foram  $\theta_r : 0,10; 0,12; 0,14; 0,16; 0,18$  e  $0,20$ . Para cada ângulo de inclinação relativo, obtivemos uma série com 2000 eventos. Estas séries foram estudadas usando a análise do expoente de Hurst, com o intuito de verificar se os eventos estudados apresentavam acúmulo de memória.

## 2.3 Análise do expoente de Hurst

A análise da estatística  $R/S$  foi formulada por Harold Edwin Hurst (1951), onde  $R$  é a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo do desvio acumulativo e  $S$  é o desvio padrão da série analisada. Essa estatística foi desenvolvida em um trabalho para a determinação da capacidade de longo prazo de armazenagem de água por represas. A partir de sua experiência na construção de uma represa no Rio Nilo, consolidou-se um método de investigar memória de longo e de curto prazo [14]. Para realizar a estatística de Hurst neste estudo, foi desenvolvido um algoritmo que consistia do seguinte: Primeiro considerávamos a série de 2000 eventos com uma janela de tamanho  $\tau$ , essa janela é definida de acordo com a quantidade de eventos compõem a série temporal. Nessa primeira janela, calculava-se a média  $\langle \lambda \rangle$ , o desvio acumulativo em relação à média  $X(t)$  e o desvio padrão  $S$ . Após isso, dividia-se essa janela ao meio e se realizava o mesmo cálculo da janela anterior. Esse procedimento se repetia nove vezes em cada série. A seguir, mostramos as equações do desvio acumulativo em relação à média e do desvio padrão:

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} \lambda(t), \quad (2.2)$$

o desvio acumulativo em relação a média:

$$X(t, \tau) = \sum_{u=1}^t \{\lambda(u) - \langle \lambda \rangle_{\tau}\}, \quad (2.3)$$

e o desvio padrão:

$$S = \left( \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^t \{\lambda(t) - \langle \lambda \rangle_{\tau}\}^2 \right)^{1/2}, \quad (2.4)$$

calculando-se a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo do desvio acumulativo, podemos encontrar  $R(\tau)$  de cada janela, como.

$$R(\tau) = \max_{1 \leq t \leq \tau} X(t, \tau) - \min_{1 \leq t \leq \tau} X(t, \tau). \quad (2.5)$$

Com os cálculos estatísticos  $R/S$  para as séries temporais [15], podemos obter o expoente de Hurst,  $H$ , através de uma lei de escala, dada por

$$R/S \sim \tau^H, \quad (2.6)$$

onde  $H$  é o coeficiente angular da reta obtida por regressão linear do  $\text{Log}(R/S)$  x  $\text{Log}(\tau)$ . Dependendo do comportamento dos eventos ao longo do tempo, o valor desse expoente pode variar entre  $0 < H < 1$  [15]. Para  $H = 0,5$  o sinal ou processo é totalmente aleatório. Se o expoente de Hurst estiver na faixa entre  $0,5 < H < 1$ , o processo será caracterizado pela memória de longo prazo, isto significa que, dentro de um certo período, a série temporal é persistente, ou seja, os eventos apresentam acúmulo de memória. Se o expoente de Hurst estiver na faixa entre  $0 < H < 0,5$ , caracteriza-se uma série temporal antipersistente, ou seja, existe a probabilidade de uma sequência de pequenos eventos dentro de um certo período, podendo ser seguido de uma sequência de grandes eventos. Os resultados experimentais obtidos com deslizamentos de cilindros de papel alumínio amassado, numa superfície inclinada, serão apresentados no capítulo seguinte.

# Capítulo 3

## Resultados e Discussão

Neste estudo são analisados 12 mil eventos de deslizamentos com cilindro de papel alumínio amassado, divididos em seis grupos, com ângulos de inclinação relativos  $\theta_r$ , definido na Eq. 2.1, assumindo os valores  $\theta_r$ : 0,10; 0,12; 0,14; 0,16; 0,18 e 0,20. Cada grupo consiste em uma série temporal de 2 mil eventos, divididos em oito grupos de caixas com intervalos de valores de  $\lambda$  em (mm): [1, 2), [2, 4), [4, 8), [8, 16), [16, 32), [32, 64), [64, 128) e [128, 256), visando a construção de gráficos log-log da distribuição acumulada e normalizada de avalanches com comprimentos maiores ou iguais a  $\lambda$ ,  $[N(\lambda)/N_0]$  *versus*  $\lambda$ . Pôde-se observar que,  $N(\lambda)/N_0$  escala com  $\lambda$  seguindo uma lei do tipo,  $[N(\lambda)/N_0] \sim \lambda^{-B}$ , na qual  $N(\lambda)$  é o número de avalanches de comprimento  $\lambda$ ,  $N_0$  é o número total de eventos e  $B$  é um expoente de escala não trivial. Também analisou-se em cada grupo a série temporal  $\lambda$  *versus*  $\tau$  e obteve-se o expoente de Hurst ( $R/S$ ), para verificar se as séries estudadas com cilindro de papel alumínio amassado apresentavam persistência, anti-persistência ou eventos totalmente descorrelacionados.

### 3.1 1º grupo de medidas, ângulo relativo $\theta_r = 0,10$

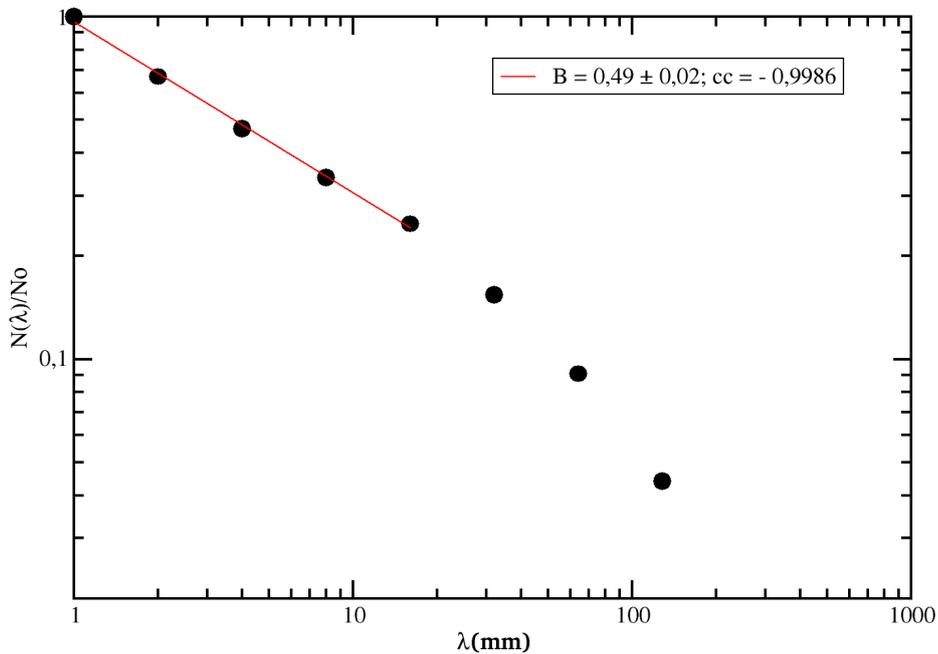
Os experimentos deste grupo foram realizados em seis etapas onde coletamos os seguintes dados: temperatura de bulbo seco (Tbs) e temperatura de bulbo úmido (Tbu). Essas temperaturas foram coletadas para estimar a umidade relativa e a umidade absoluta do ar no ambiente do Laboratório. Determinamos o ângulo crítico  $\theta_c$  e os ângulos  $\theta$  usados para as realizações das coletas de dados, como mostra a Tabela 3.1.

**Tabela 3.1:** Ângulo relativo para  $\theta_r = 0,10$

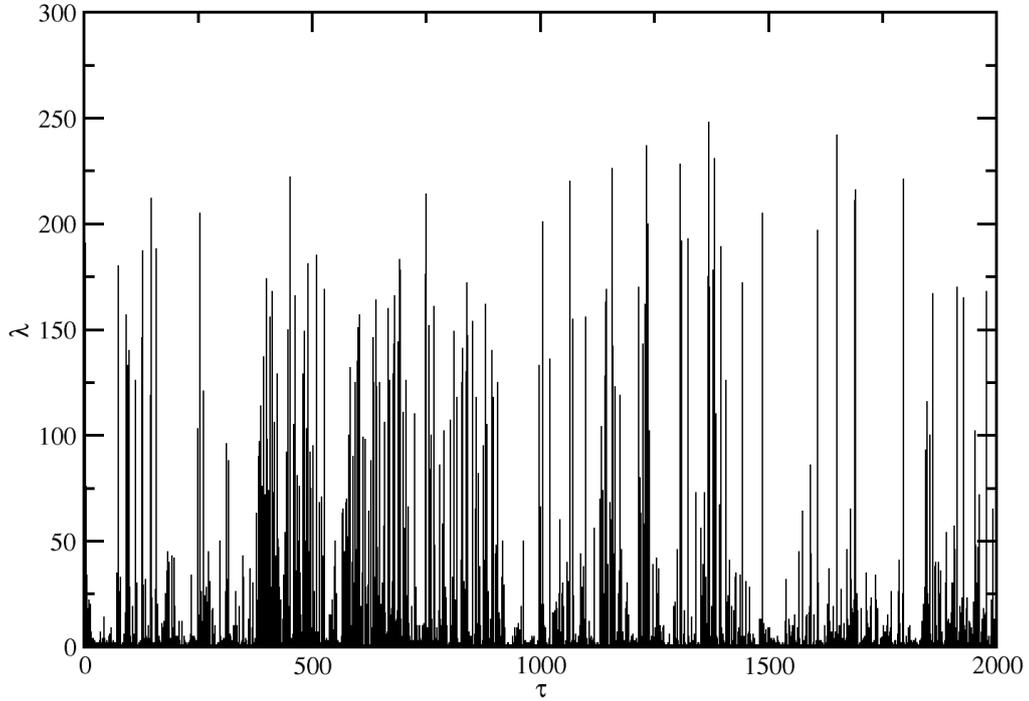
	Tbs (°C)	Tbu (°C)	U. R (%)	$\theta_c$ (°)	$\theta$ (°)	U. A (g/kg)
1º	30,0	23,0	55,4	34,0	30,6	14,8
2º	27,0	20,0	52,7	34,3	30,9	11,8
3º	25,5	17,5	45,5	35,5	31,9	9,2
4º	24,3	16,8	46,9	34,5	31,1	8,9
5º	25,3	17,6	46,8	34,4	30,9	9,4
6º	27,0	18,8	45,8	34,0	30,6	10,2

Para obter a umidade relativa do ar (U. R) e a umidade absoluta (U. A), utilizou-se dois termômetros: um termômetro com o bulbo seco, medindo a temperatura ambiente; e outro termômetro com o bulbo umedecido com água. Quando determinamos o ângulo crítico  $\theta_c$ , essas duas temperaturas eram coletadas, para assim estimar a umidade do ar no momento em que se realizava as coletas de dados. Com essas temperaturas podemos estimar a umidade relativa e a umidade absoluta do ar no ambiente, usando uma *carta psicrométrica* [16].

Apresentamos nas figuras a seguir a análise do 1º grupo de eventos coletados:

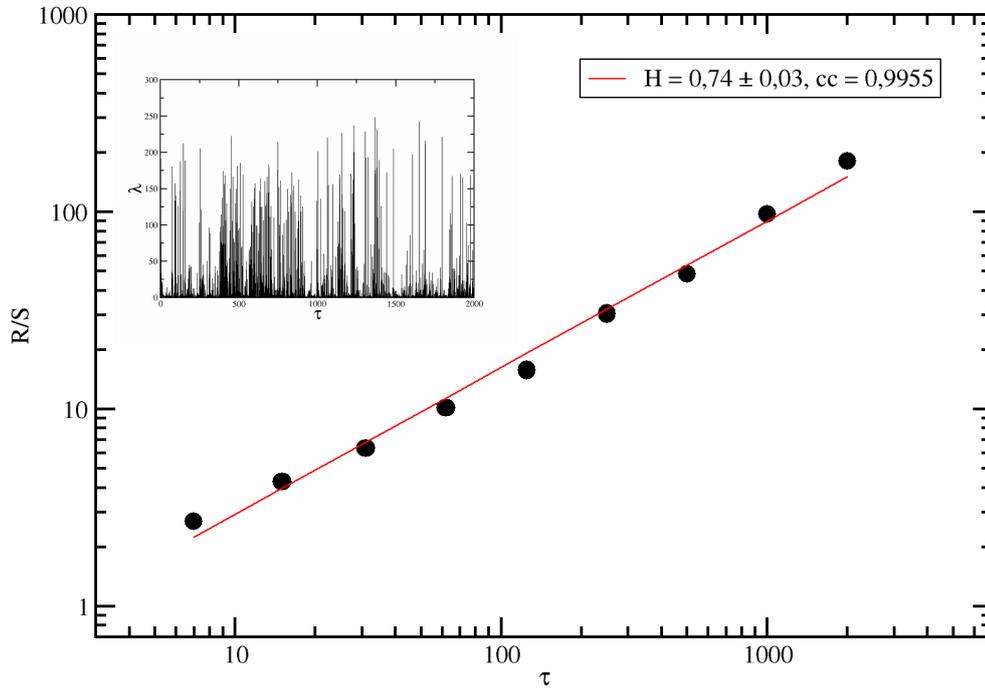


**Figura 3.1:** Distribuição normalizada de avalanches com comprimentos maiores ou iguais a  $\lambda$ ,  $[N(\lambda)/N_0] \times \lambda$ , com  $N_0 = 2000$  eventos, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha  $\theta_r = 0,10$ .



**Figura 3.2:** Série temporal,  $\lambda \times \tau$ , com ângulo relativo da calha  $\theta_r = 0,10$ .

Na Figura 3.1 podemos verificar que o comportamento dos deslizamentos distribuídos em caixas com comprimentos  $\lambda$  definidos, apresentam uma lei de potência,  $[N(\lambda)/N_0] \sim \lambda^{-B}$ , com expoente crítico  $B = 0,49 \pm 0,02$ , para os cinco primeiros pontos. Podemos observar ainda que, para as caixas com comprimentos  $\lambda$  grandes, existe uma tendência para decrescimento mais rápido em  $N(\lambda)/N_0$ , isso é devido a pequenas quantidades de grandes eventos  $\lambda$ , consequência do tamanho finito da calha, 300mm. Na Figura 3.2 a série temporal apresenta várias sequências de grandes eventos, com um  $\lambda_{máx} = 247,0\text{mm}$ , percorrendo grande parte da calha em um só deslizamento e obtivemos um  $\lambda$  médio de todos os eventos da série temporal de  $\langle \lambda \rangle = 19,1\text{mm}$ . Na Figura 3.3 determinamos o expoente de Hurst, onde  $R/S \sim \tau^H$  com  $H = 0,74 \pm 0,03$ . Isso indica que a série temporal analisada apresenta persistência nos deslizamentos, como podemos observar esse efeito de memória na Figura 3.2 com algumas sequências de grandes deslizamentos.



**Figura 3.3:** Gráfico log-log de  $R/S$  x  $\tau$ , resultante da análise de Hurst ( $R/S$ ), como função do intervalo de tempo ( $\tau$ ). Essa série com 2000 eventos, é mostrada na janela, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha  $\theta_r = 0,10$ .

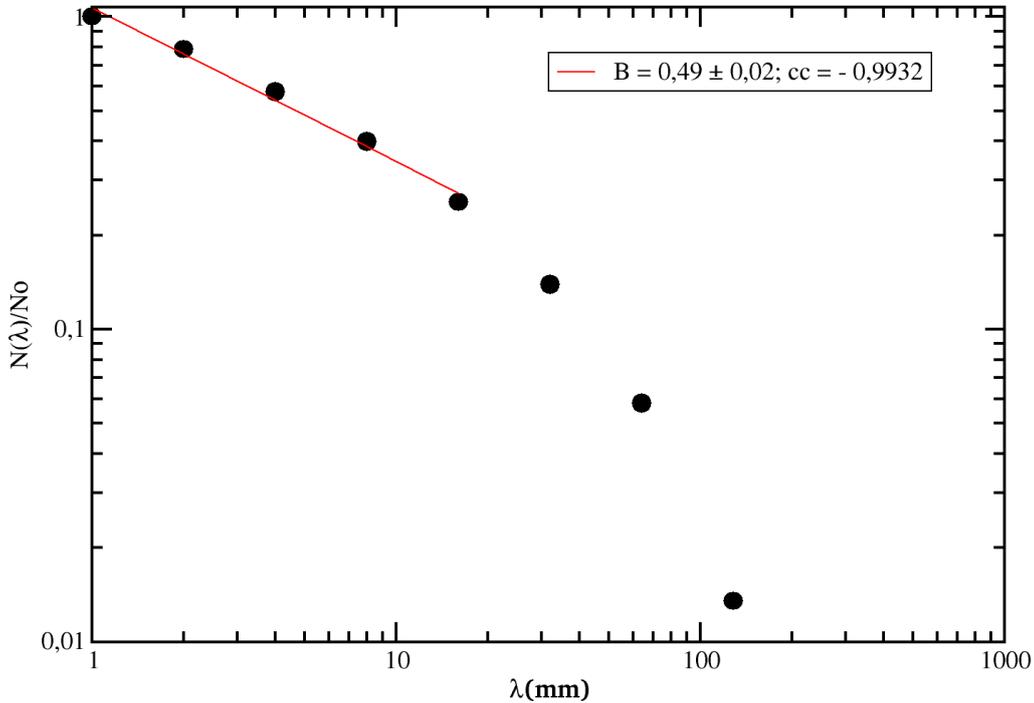
### 3.2 2º grupo de medidas, ângulo relativo $\theta_r = 0,12$

Os experimentos deste grupo foram realizados em três etapas nas quais coletamos os seguintes dados: temperatura de bulbo seco (Tbs) e temperatura de bulbo úmido (Tbu). Essas temperaturas foram coletadas para estimar a umidade relativa e a umidade absoluta do ar no ambiente. Determinamos o ângulo crítico  $\theta_c$  e os ângulos  $\theta$  usados para as realizações das coletas de dados, como mostra a Tabela 3.2.

**Tabela 3.2:** Ângulo relativo para  $\theta_r = 0,12$

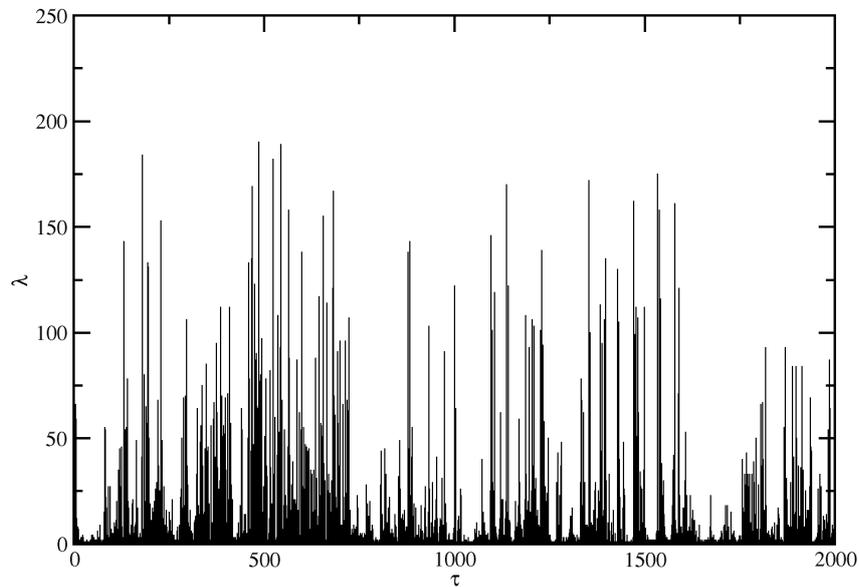
	Tbs (°C)	Tbu (°C)	U. R (%)	$\theta_c$ (°)	$\theta$ (°)	U. A (g/kg)
1º	25,8	18,4	49,1	24,0	21,1	10,2
2º	25,2	19,5	59,1	23,0	20,2	11,9
3º	24,2	18,0	54,9	22,2	19,5	10,4

Apresentamos nas figuras a seguir a análise do 2º grupo de eventos coletados:

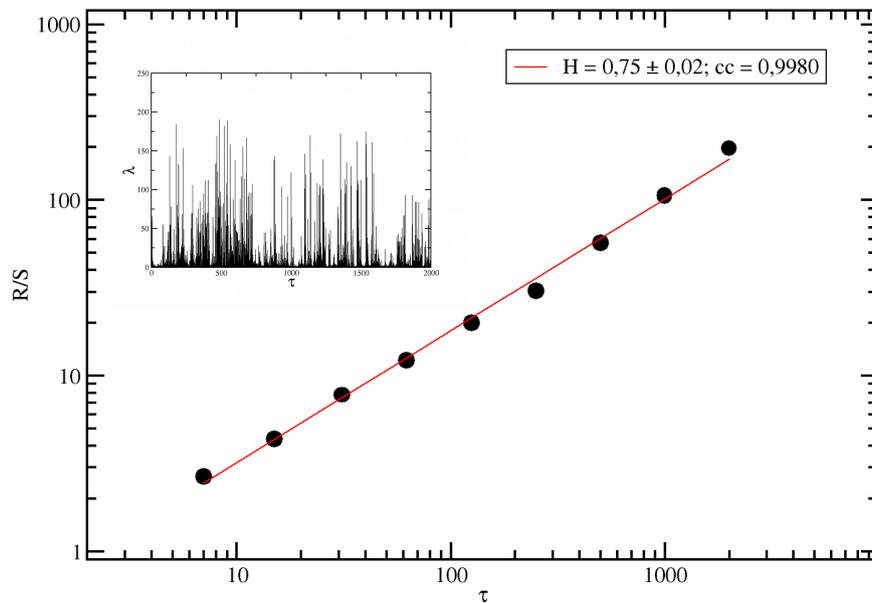


**Figura 3.4:** Distribuição normalizada de avalanches com comprimentos maiores ou iguais a  $\lambda$ ,  $[N(\lambda)/N_0] \times \lambda$ , com  $N_0 = 2000$  eventos, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha  $\theta_r = 0,12$ .

Na Figura 3.4 podemos verificar que o comportamento dos deslizamentos distribuídos em caixas com comprimentos  $\lambda$  definidos, apresentam uma lei de potência,  $[N(\lambda)/N_0] \sim \lambda^{-B}$ , com expoente crítico  $B = 0,49 \pm 0,02$ , para os cinco primeiros pontos. Podemos observar ainda que, para as caixas com comprimentos  $\lambda$  grandes, existe uma tendência para decrescimento mais rápido em  $N(\lambda)/N_0$ , isso é devido a pequenas quantidades de grandes eventos  $\lambda$ , consequência do tamanho finito da calha, 300mm. Na Figura 3.5 a série temporal apresenta algumas sequências de grandes e pequenos eventos, com um  $\lambda_{m\acute{a}x} = 189,0\text{mm}$ , percorrendo grande parte da calha em um só evento, e obtivemos um  $\lambda$  médio de todos os eventos da série temporal de  $\langle \lambda \rangle = 15,4\text{mm}$ . Na Figura 3.6 determinamos o expoente de Hurst, onde  $R/S \sim \tau^H$  com  $H = 0,74 \pm 0,03$ . Isso indica que a série temporal analisada apresenta persistência nos deslizamentos, como podemos ver esse efeito de memória na Figura 3.5 com algumas sequências de grandes deslizamentos.



**Figura 3.5:** Série temporal,  $\lambda \times \tau$ , com ângulo relativo da calha  $\theta_r = 0,12$ .



**Figura 3.6:** Gráfico log-log de  $R/S \times \tau$ , resultante da análise de Hurst ( $R/S$ ), como função do intervalo de tempo ( $\tau$ ). Essa série com 2000 eventos, é mostrada na janela, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha  $\theta_r = 0,12$ .

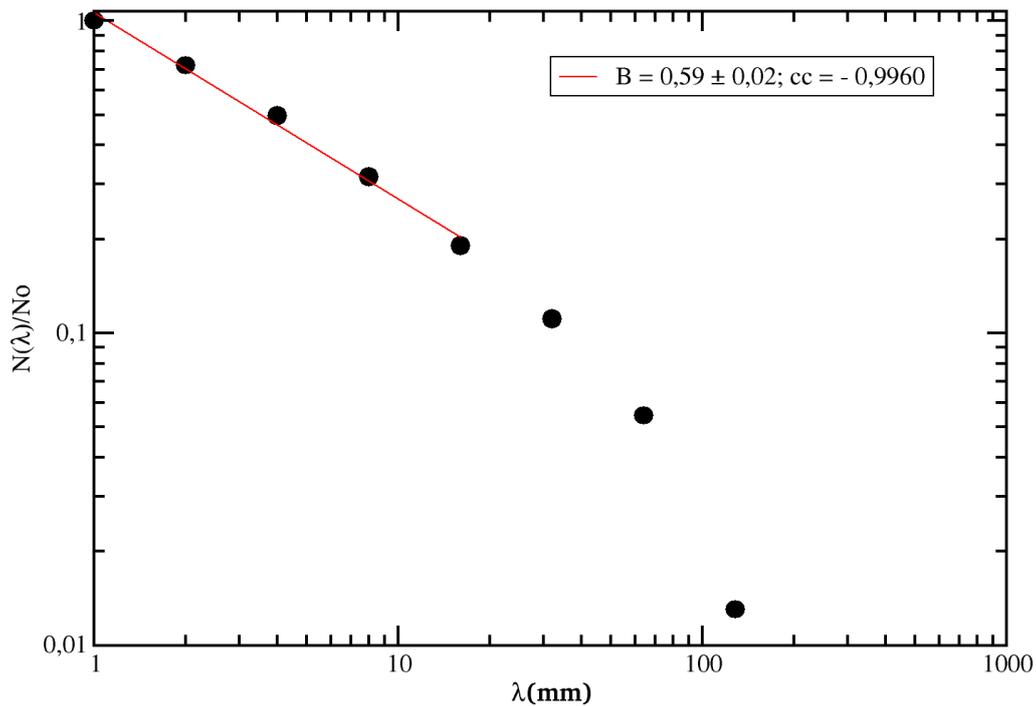
### 3.3 3º grupo de medidas, ângulo relativo $\theta_r = 0,14$

Os experimentos deste grupo foram realizados em duas etapas nas quais coletamos os seguintes dados: temperatura de bulbo seco (Tbs) e temperatura de bulbo úmido (Tbu). Essas temperaturas foram coletadas para estimar a umidade relativa e a umidade absoluta do ar no ambiente. Determinamos o ângulo crítico  $\theta_c$  e os ângulos  $\theta$  usados para as realizações das coletas de dados, como mostra a Tabela 3.3.

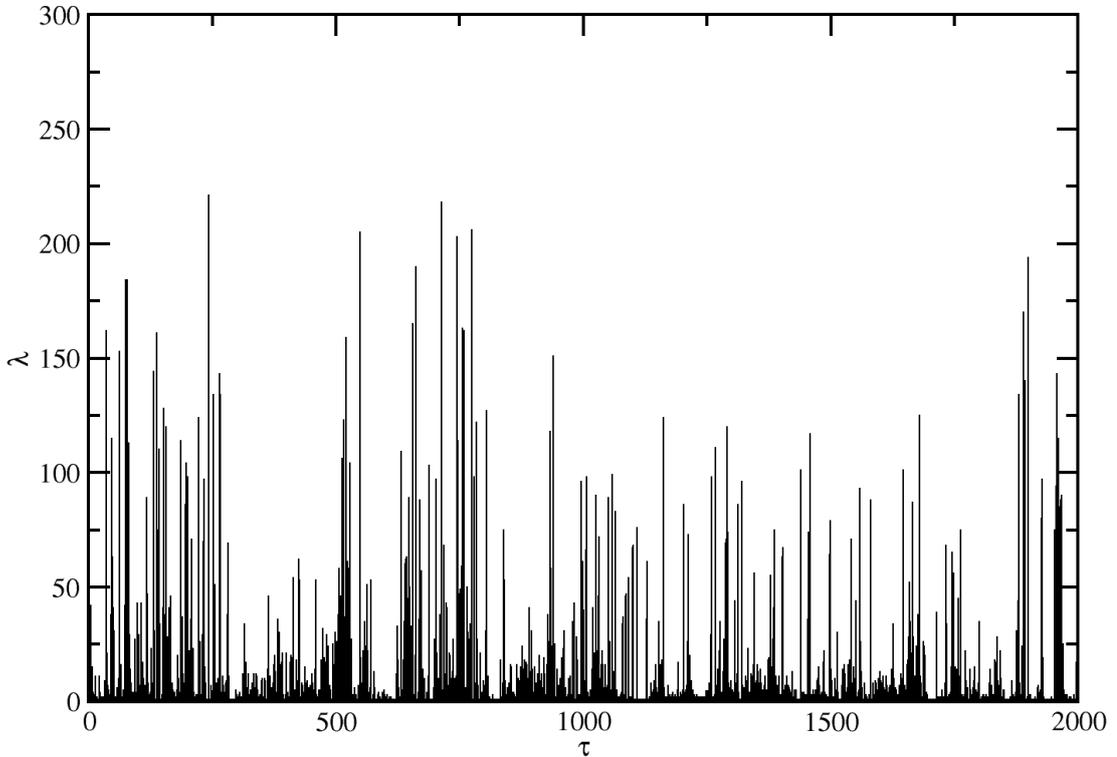
**Tabela 3.3:** Ângulo relativo para  $\theta_r = 0,14$

	Tbs (°C)	Tbu (°C)	U. R (%)	$\theta_c$ (°)	$\theta$ (°)	U. A (g/kg)
1º	27,5	20,2	51,5	25,0	21,50	11,8
2º	25,5	18,5	51,2	21,7	18,60	10,4

Apresentamos nas figuras a seguir a análise do 3º grupo de eventos coletados:

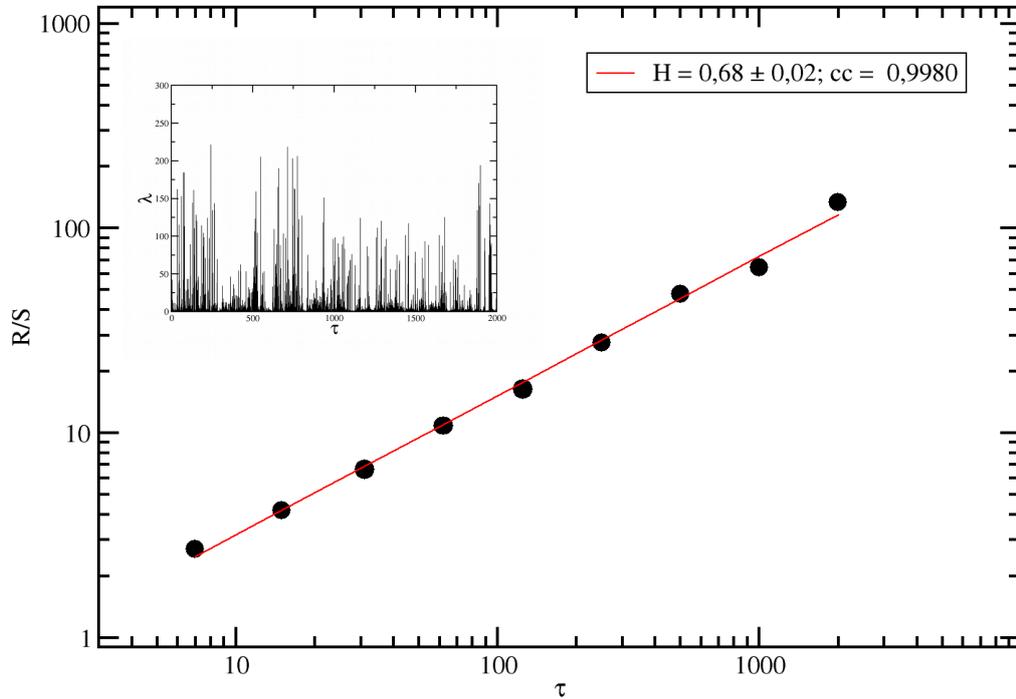


**Figura 3.7:** Distribuição normalizada de avalanches com comprimentos maiores ou iguais a  $\lambda$ ,  $[N(\lambda)/N_0] \times \lambda$ , com  $N_0 = 2000$  eventos, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha  $\theta_r = 0,14$ .



**Figura 3.8:** Série temporal,  $\lambda \times \tau$ , com ângulo relativo da calha  $\theta_r = 0,14$ .

Na Figura 3.7 podemos verificar que o comportamento dos deslizamentos distribuídos em caixas com comprimentos  $\lambda$  definidos, apresentam uma lei de potência,  $[N(\lambda)/N_0] \sim \lambda^{-B}$ , com expoente crítico  $B = 0,59 \pm 0,02$ , para os cinco primeiros pontos. Podemos observar que, para  $\lambda$  grande, existe uma tendência para decrescimento mais rápido em  $N(\lambda)/N_0$ , o que pode ser interpretado como uma consequência do tamanho finito da calha. Na Figura 3.8 a série temporal apresenta algumas sequências de grandes e pequenos eventos, com um  $\lambda_{máx} = 220,0\text{mm}$ , percorrendo grande parte da calha em um só evento, e obtivemos um  $\lambda$  médio de todos os eventos da série temporal de  $\langle \lambda \rangle = 13,3\text{mm}$ . Na Figura 3.9 determinamos o expoente de Hurst, onde  $R/S \sim \tau^H$  com  $H = 0,68 \pm 0,03$ , isso indica que a série temporal analisada apresenta persistência nos deslizamentos, como podemos ver esse efeito de memória na Figura 3.8 com algumas sequências de grandes deslizamentos.



**Figura 3.9:** Gráfico log-log de  $R/S$  x  $\tau$ , resultante da análise de Hurst ( $R/S$ ), como função do intervalo de tempo ( $\tau$ ). Essa série com 2000 eventos, é mostrada na janela, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha  $\theta_r = 0,14$ .

### 3.4 4º grupo de medidas, ângulo relativo $\theta_r = 0,16$

Com o objetivo de observar a influência de vibrações as medidas coletadas nesse grupo foram realizadas em duas etapas: a primeira sendo realizada somente durante o dia, permitindo-se movimentos de pessoas entrando e saindo no ambiente de coletas, com condicionadores de ar ligados, vibrações do prédio, que contém vários outros laboratórios e a segunda, à noite, onde não era permitida a entrada de pessoas no Laboratório, com condicionadores de ar desligados e com pouca movimentação de pessoas no prédio. Em cada etapa foram coletados 1000 eventos, sendo que nas análises destes dados observou-se que existe uma pequena diferenças nos expoentes críticos.

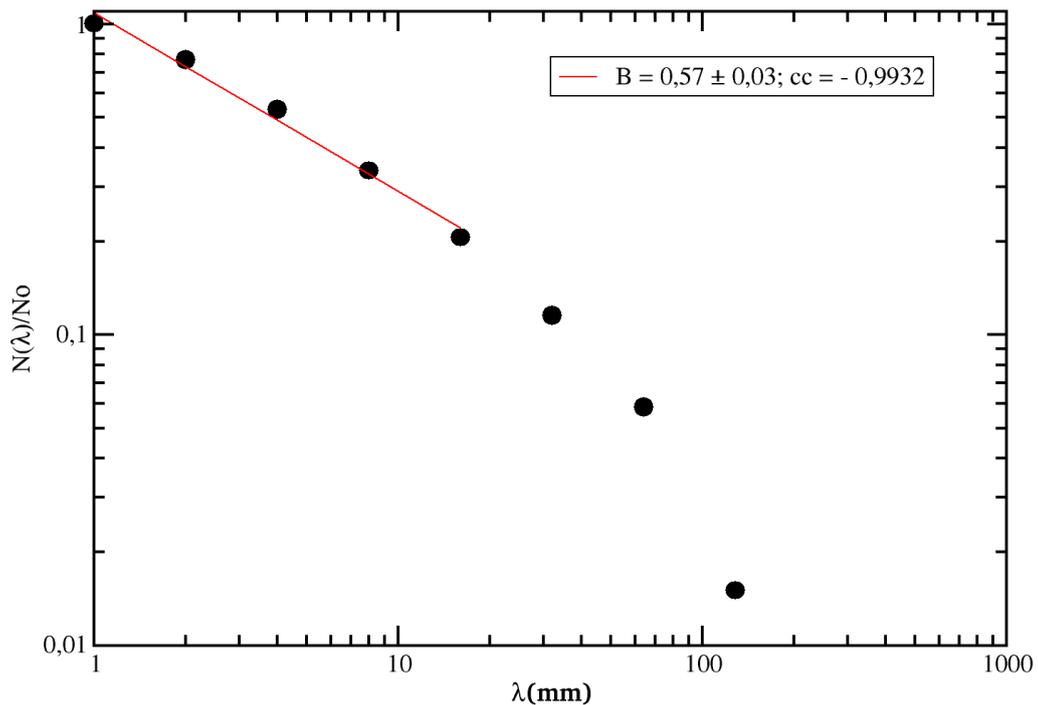
Os experimentos deste grupo foram realizados em cinco coletas: três durante o dia e duas durante a noite nas quais, levantamos os seguintes dados: temperatura de bulbo seco (Tbs) e temperatura de bulbo úmido (Tbu). Essas temperaturas foram coletadas para estimar a umidade relativa e a umidade absoluta do ar no ambiente. Determinamos o ângulo crítico  $\theta_c$  e os ângulos  $\theta$  usados para as realizações das coletas de dados, como

mostra a Tabela 3.4.

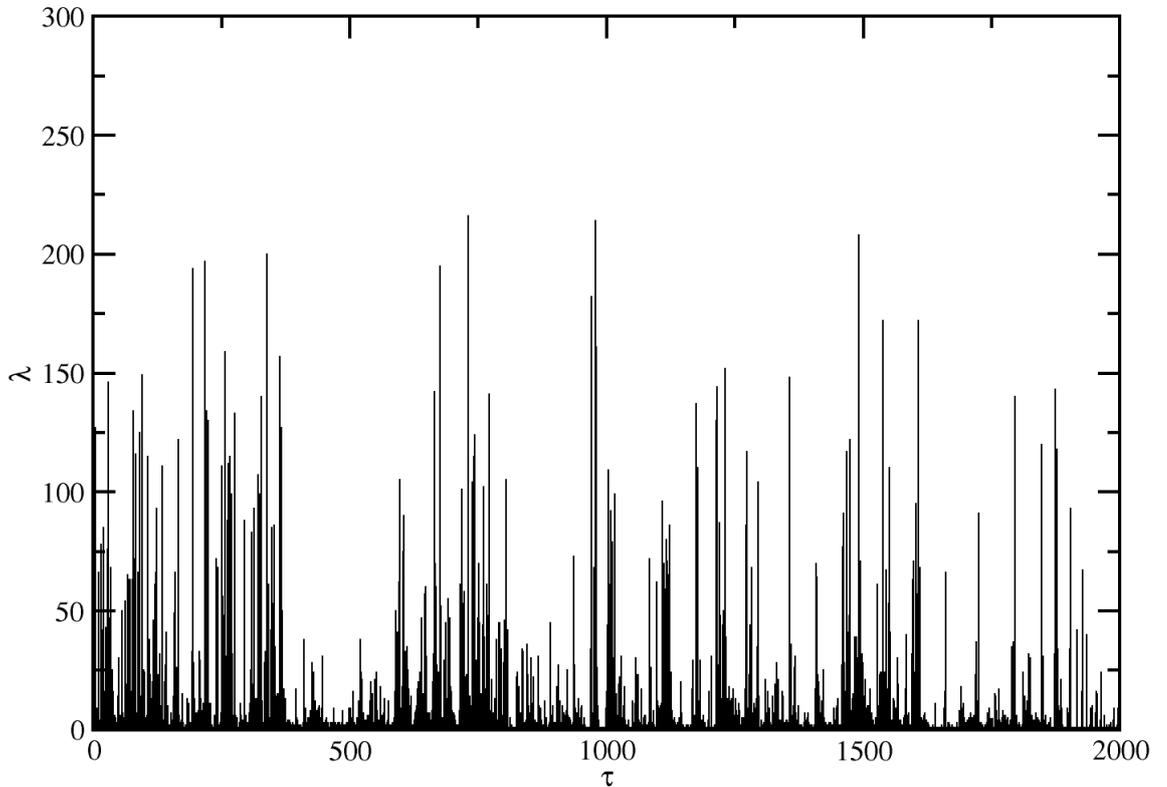
**Tabela 3.4:** Ângulo relativo para  $\theta_r = 0,16$ , coletas realizadas em duas etapas: Dia e Noite

	Tbs (°C)	Tbu (°C)	U. R (%)	$\theta_c$ (°)	$\theta$ (°)	U. A (g/kg)
<b>Dia</b>						
1º	25,0	18,0	50,7	26,2	22,0	10,0
2º	25,5	18,5	51,2	23,2	19,5	10,4
3º	25,0	17,5	47,7	24,3	20,4	9,4
<b>Noite</b>						
1º	27,0	18,5	44,2	24,1	20,2	9,8
2º	27,5	19,5	47,5	25,5	21,4	10,9

Apresentamos nas figuras a seguir a análise dos dados do 4º grupo de eventos coletados:

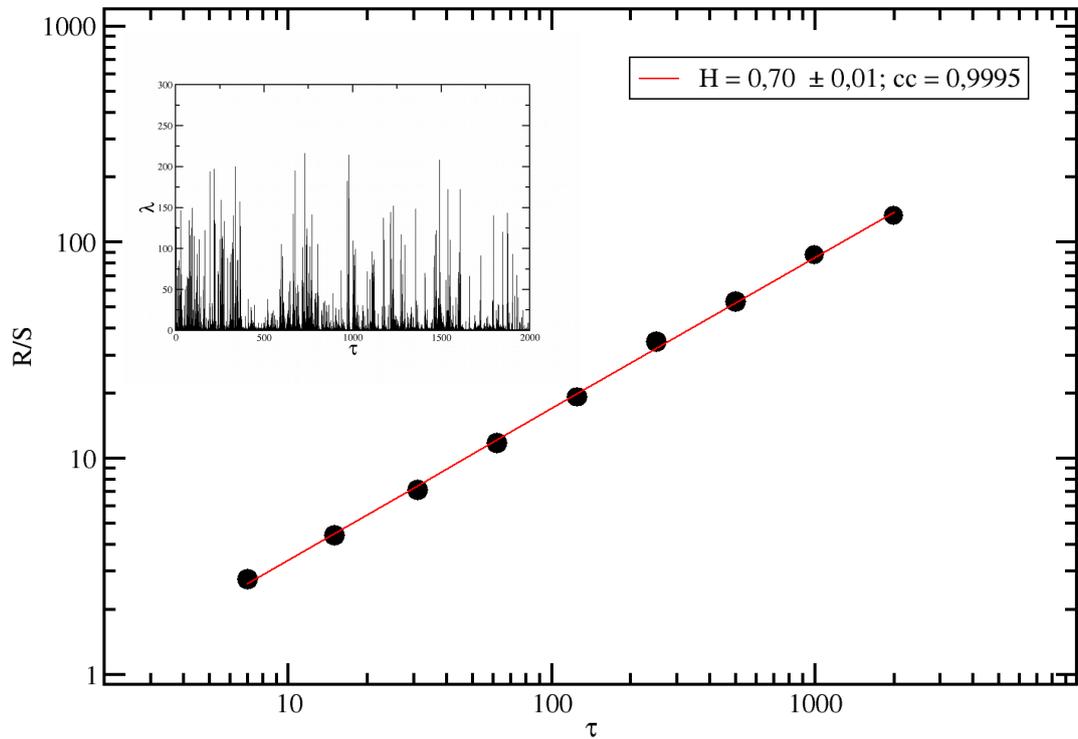


**Figura 3.10:** Distribuição normalizada de avalanches com comprimentos maiores ou iguais a  $\lambda$ ,  $[N(\lambda)/N_0] \times \lambda$ , com  $N_0 = 2000$  eventos, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha  $\theta_r = 0,16$ .



**Figura 3.11:** Série temporal,  $\lambda$  x  $\tau$ , com ângulo relativo da calha  $\theta_r = 0,16$ .

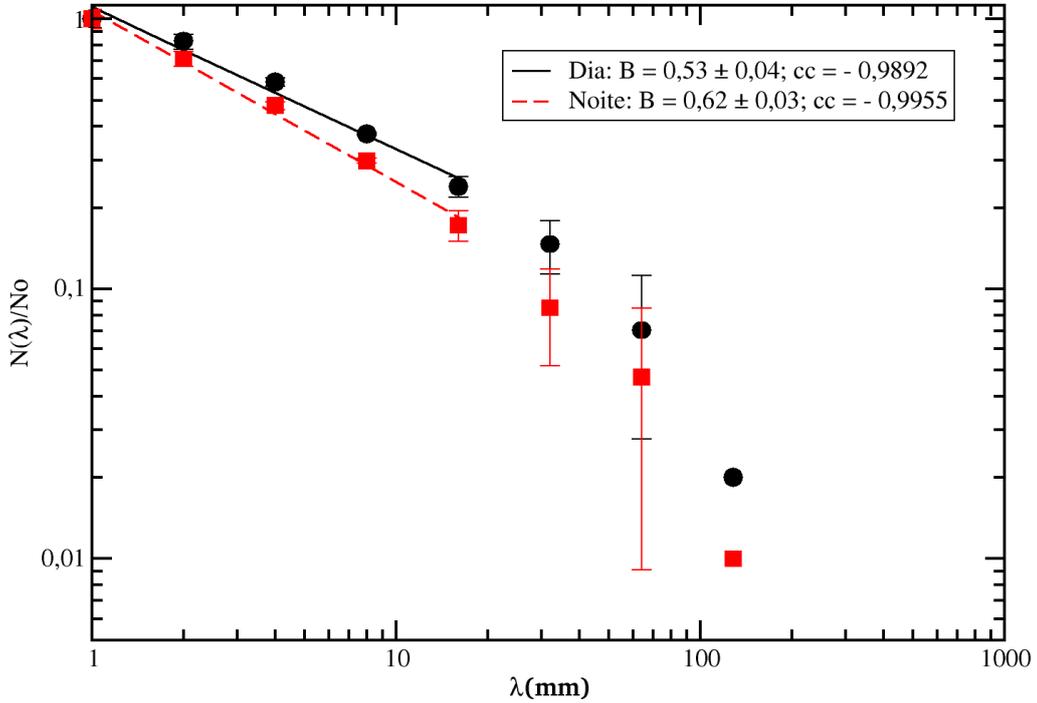
As análises deste grupo foram realizadas com a junção dos dois métodos usados para a coleta de dados. Na Figura 3.10 podemos verificar que o comportamento dos deslizamentos distribuídos em caixas, com comprimentos  $\lambda$  definidos, apresentam uma lei de potência,  $[N(\lambda)/N_0] \sim \lambda^{-B}$ , com expoente crítico  $B = 0,57 \pm 0,03$ , para os cinco primeiros pontos. Podemos observar ainda que, para as caixas com comprimentos  $\lambda$  grandes, existe uma tendência para decrescimento mais rápido em  $N(\lambda)/N_0$ , isso é devido a poucas quantidades de grandes eventos  $\lambda$ , consequência do tamanho finito da calha, 300mm. Na Figura 3.11 a série temporal apresenta algumas seqüências de grandes e pequenos eventos, com um  $\lambda_{m\acute{a}x} = 215,0\text{mm}$ , percorrendo grande parte da calha em um só evento, e obtivemos um  $\lambda$  médio de todos os eventos da série temporal de  $\langle \lambda \rangle = 14,1\text{mm}$ . Na Figura 3.12 determinamos o expoente de Hurst, onde  $R/S \sim \tau^H$ , com  $H = 0,70 \pm 0,01$ . Isso indica que a série temporal analisada apresenta persistência nos deslizamentos, como podemos ver esse efeito de memória na Figura 3.11 com algumas seqüências de grandes deslizamentos.



**Figura 3.12:** Gráfico log-log de  $R/S$  x  $\tau$ , resultante da análise de Hurst ( $R/S$ ), como função do intervalo de tempo ( $\tau$ ). Essa série com 2000 eventos, é mostrada na janela, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha  $\theta_r = 0,16$ .

Apresentamos nos gráficos a seguir as análises de 2000 mil eventos, sendo 1000 eventos coletados durante o dia, com a movimentação frequente de pessoas no Laboratório e os outros 1000 eventos coletados durante a madrugada, sem essa movimentação.

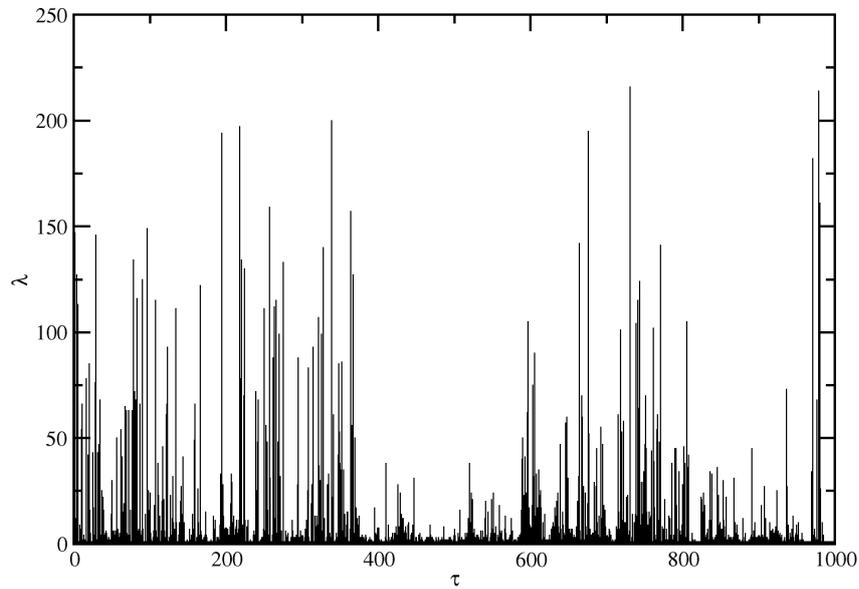
Apresentamos nas figuras a seguir a distribuição normalizada de avalanches dos dados coletados nos dois turnos:



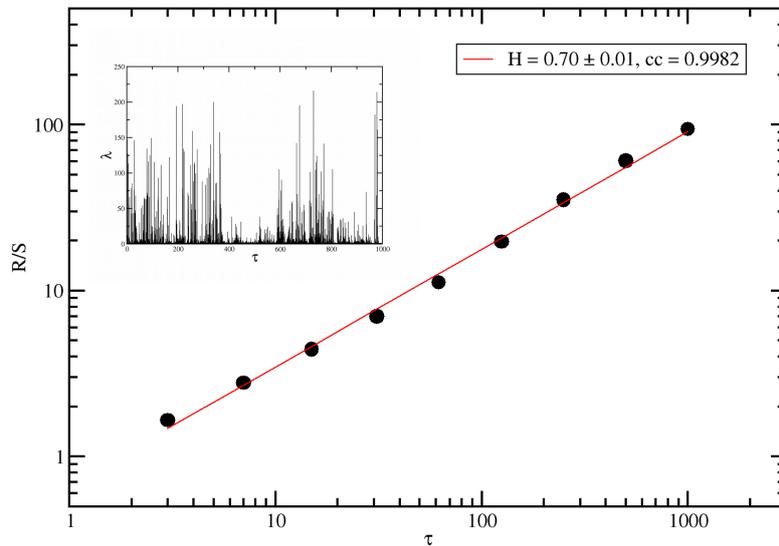
**Figura 3.13:** Distribuição normalizada de avalanches com comprimentos maiores ou iguais a  $\lambda$ ,  $[N(\lambda)/N_0] \times \lambda$ , com  $N_0 = 1000$  eventos coletados durante a noite e  $N_0 = 1000$  eventos coletados durante o dia, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha  $\theta_r = 0,16$ .

Na Figura 3.13 percebemos uma ligeira diferença no expoente crítico da lei de potência,  $N(\lambda)/N_0 \sim \lambda^{-B}$ , com  $B = 0,53 \pm 0,05$ , para os cinco primeiros pontos dos eventos coletados durante o dia e com  $B = 0,62 \pm 0,03$  para os cinco primeiros pontos dos eventos coletados durante a noite. Essa diferença indica que o contexto do ambiente do Laboratório deve ser considerado como relevante.

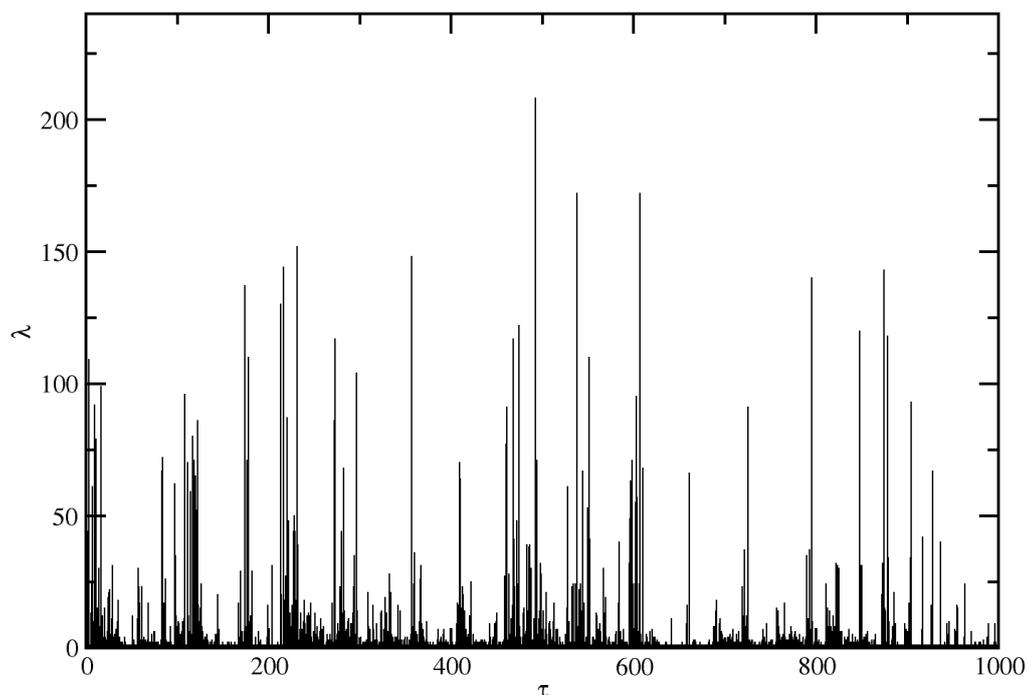
Apresentamos nas figuras a seguir a análise da série temporal e do expoente de Hurst ( $R/S$ ), para os dois turnos (dia e noite) de coleta, respectivamente:



**Figura 3.14:** Série temporal,  $\lambda \times \tau$ , com ângulo relativo da calha  $\theta_r = 0,16$ , na coleta diurna.

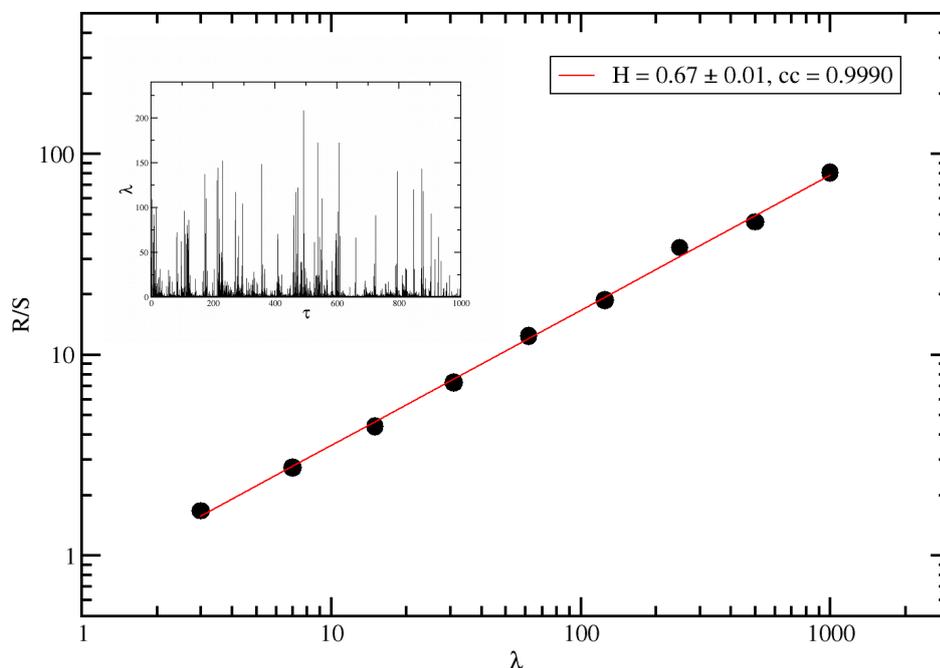


**Figura 3.15:** Gráfico log-log de  $R/S \times \tau$ , resultante da análise de Hurst ( $R/S$ ), como função do intervalo de tempo ( $\tau$ ). Essa série com 2000 eventos, é mostrada na janela, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha  $\theta_r = 0,16$ , na coleta diurna.



**Figura 3.16:** Série temporal,  $\lambda \times \tau$ , com ângulo relativo da calha  $\theta_r = 0,16$ , na coleta noturna.

Da análise dos dois métodos de coleta de dados verificamos uma diferença no comportamento dos deslizamentos ao longo da série. A Figura 3.14 mostra as medidas experimentais coletadas durante o dia. A Figura 3.16 mostra as medidas experimentais coletadas durante a noite e observa-se que as coletas diurnas, apresentam uma quantidade maior de grandes eventos  $\lambda$ , com uma média de  $\langle \lambda \rangle = 16,7\text{mm}$  para a série. Já para medidas coletadas à noite, apresenta uma quantidade menor de grandes eventos  $\lambda$ , com uma média de  $\langle \lambda \rangle = 11,7\text{mm}$  para a série. Essa diferença pode ter ocorrido devido as vibrações mecânicas no ambiente do Laboratório serem maiores durante o dia. A análise do expoente de Hurst, Figura 3.15 e Figura 3.17 apresentou um expoente  $H > 0,5$ . Isso indica que a série apresenta persistência, nos dois métodos de coletas de dados.



**Figura 3.17:** Log-log de  $R/S$  x  $\tau$ , resultante da análise de Hurst ( $R/S$ ), como função do intervalo de tempo ( $\tau$ ). Essa série com 2000 eventos, é mostrada na janela, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha  $\theta_r = 0,16$ , na coleta noturna.

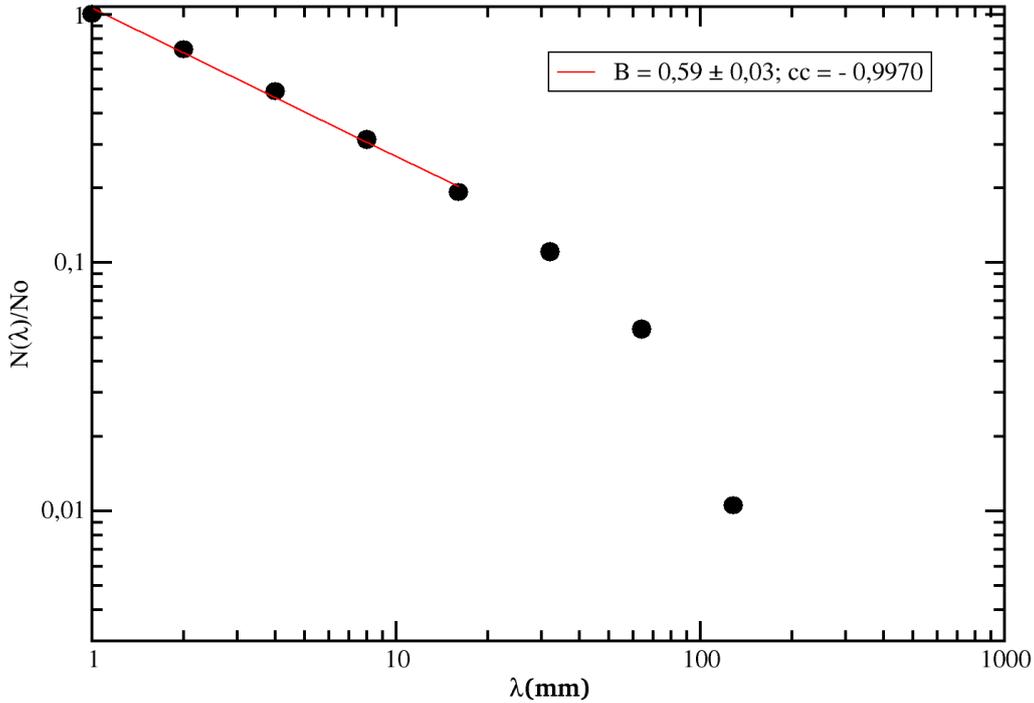
### 3.5 5º grupo de medidas, ângulo relativo $\theta_r = 0,18$

Os experimentos deste grupo foram realizados em três coletas nas quais levantamos os seguintes dados, temperatura de bulbo seco (Tbs) e temperatura de bulbo úmido (Tbu). Essas temperaturas foram coletadas para estimar a umidade relativa e a umidade absoluta do ar no ambiente. Determinamos o ângulo crítico  $\theta_c$  e os ângulos  $\theta$  usados para as realizações das coletas de dados, como mostra a Tabela 3.5.

**Tabela 3.5:** Ângulo relativo para  $\theta_r = 0,18$

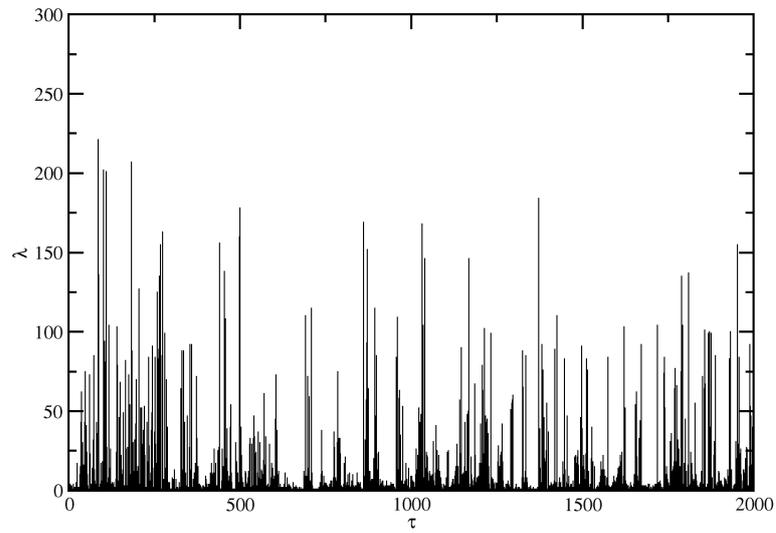
	Tbs (°C)	Tbu (°C)	U. R (%)	$\theta_c$ (°)	$\theta$ (°)	U. A (g/kg)
1º	24,0	17,0	49,6	28,0	22,9	9,2
2º	26,5	18,0	43,6	24,5	20,1	9,4
3º	25,8	19,0	52,8	23,6	19,4	11,0

Apresentamos nas figuras a seguir a análise do 5º grupo de eventos coletados:

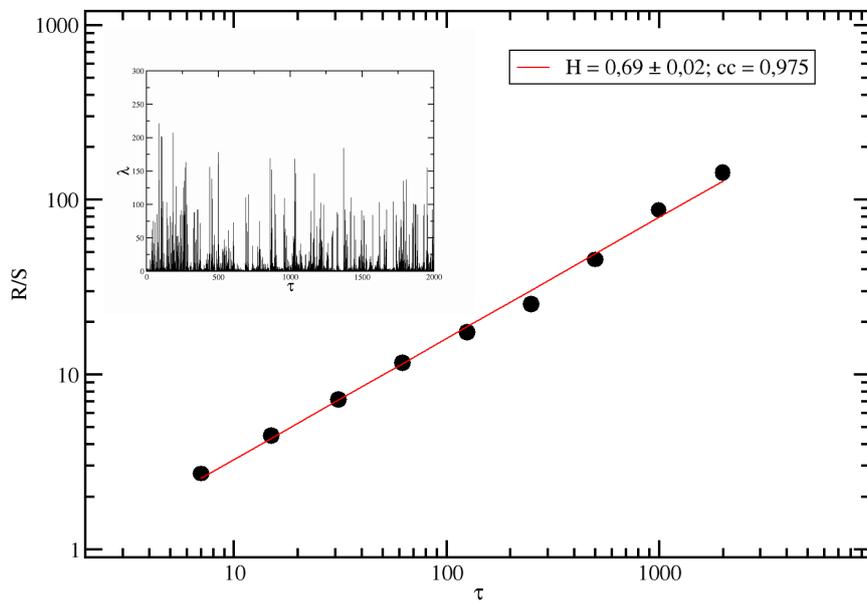


**Figura 3.18:** Distribuição normalizada de avalanches com comprimentos maiores ou iguais a  $\lambda$ ,  $[N(\lambda)/N_0] \times \lambda$ , com  $N_0 = 2000$  eventos, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha  $\theta_r = 0,18$ .

Na Figura 3.18 podemos verificar que o comportamento dos deslizamentos distribuídos em caixas com comprimentos  $\lambda$  definidos, apresentam uma lei de potência,  $[N(\lambda)/N_0] \sim \lambda^{-B}$ , com expoente crítico  $B = 0,59 \pm 0,03$ , para os cinco primeiros pontos. Podemos observar ainda que, para as caixas com comprimentos  $\lambda$  grandes, existe uma tendência para decréscimo mais rápido em  $N(\lambda)/N_0$ , isso é devido a poucas quantidades de grandes eventos  $\lambda$ , consequência do tamanho finito da calha, 300mm. Na Figura 3.19 a série temporal apresenta algumas sequências de grandes e pequenos eventos, com um  $\lambda_{m\acute{a}x} = 219,0\text{mm}$ , percorrendo grande parte da calha em um só evento, e obtivemos um  $\lambda$  médio de todos os eventos da série temporal de  $\langle \lambda \rangle = 12,8\text{mm}$ . Na Figura 3.20 determinamos o expoente de Hurst, onde  $R/S \sim \tau^H$ , com  $H = 0,69 \pm 0,03$ . Isso indica que a série temporal analisada apresenta persistência nos deslizamentos, como podemos ver esse efeito de memória na Figura 3.19 com algumas sequências de grandes deslizamentos.



**Figura 3.19:** Série temporal,  $\lambda \times \tau$ , com ângulo relativo da calha  $\theta_r = 0,18$ .



**Figura 3.20:** Gráfico log-log de  $R/S \times \tau$ , resultante da análise de Hurst ( $R/S$ ), como função do intervalo de tempo ( $\tau$ ). Essa série com 2000 eventos, é mostrada na janela, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha  $\theta_r = 0,18$ .

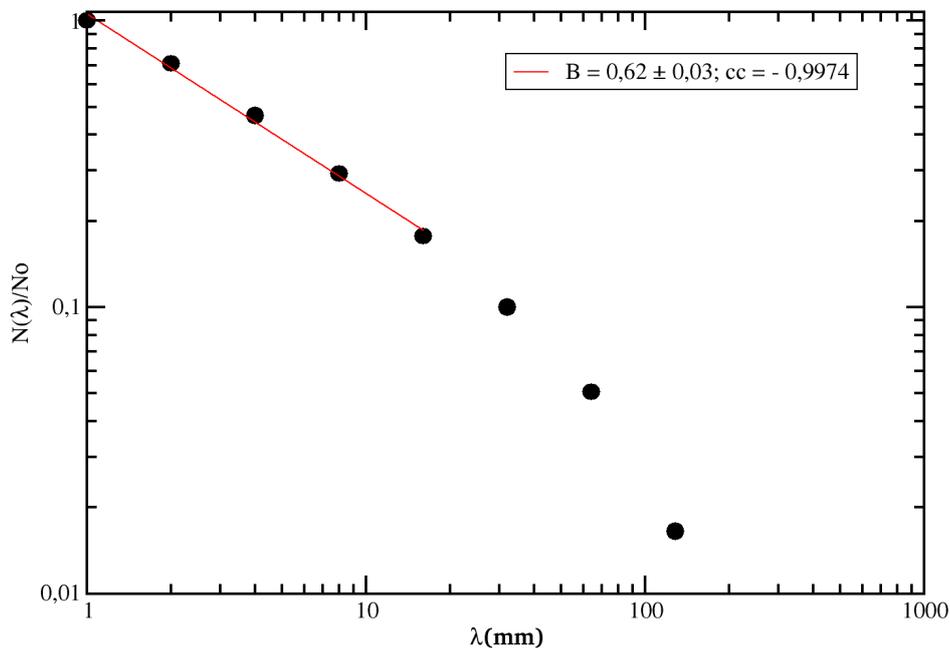
### 3.6 6º grupo de medidas, ângulo relativo $\theta_r = 0, 20$

Os experimentos deste grupo foram realizados em duas coletas nas quais levantamos os seguintes dados: temperatura de bulbo seco (Tbs) e temperatura de bulbo úmido (Tbu). Essas temperaturas foram coletadas para estimar a umidade relativa e a umidade absoluta do ar no ambiente. Determinamos o ângulo crítico  $\theta_c$  e os ângulos  $\theta$  usados para as realizações das coletas de dados, como mostra a Tabela 3.6.

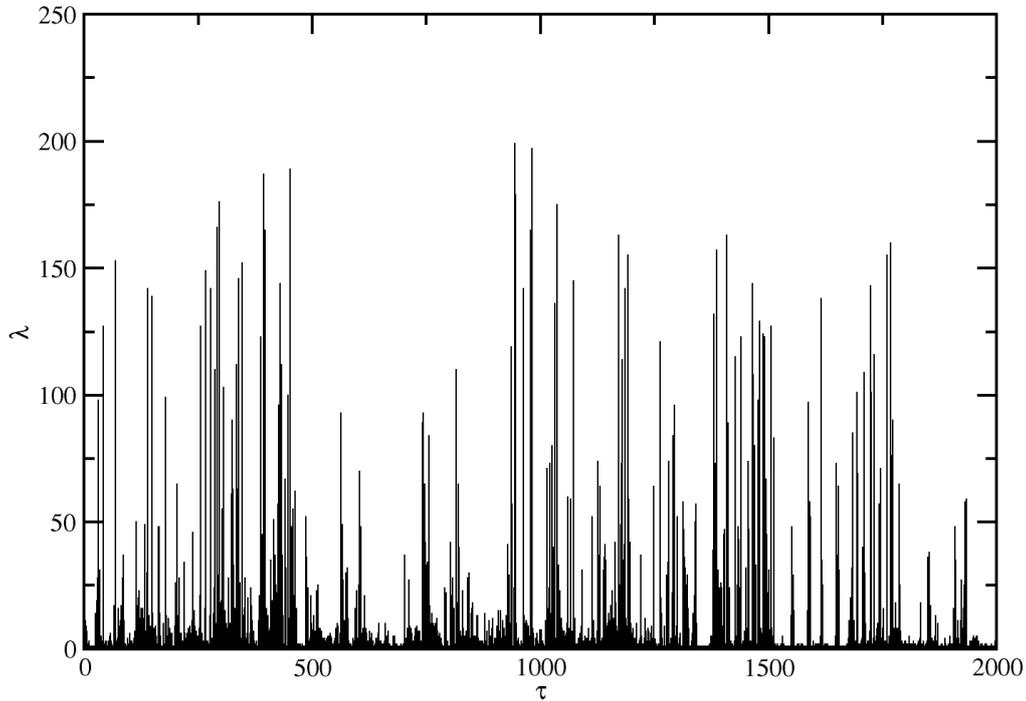
**Tabela 3.6:** Ângulo relativo para  $\theta_r = 0, 20$

	Tbs (°C)	Tbu (°C)	U. R (%)	$\theta_c$ (°)	$\theta$ (°)	U. A (g/kg)
1º	24,8	20,0	64,7	24,0	19,2	12,7
1º	24,5	19,2	59,4	23,5	18,8	11,6

Apresentamos nas figuras a seguir a análise dos dados do 6º grupo de eventos coletados:



**Figura 3.21:** Distribuição normalizada de avalanches com comprimentos maiores ou iguais a  $\lambda$ ,  $[N(\lambda)/N_0] \times \lambda$ , com  $N_0 = 2000$  eventos, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha  $\theta_r = 0, 20$ .

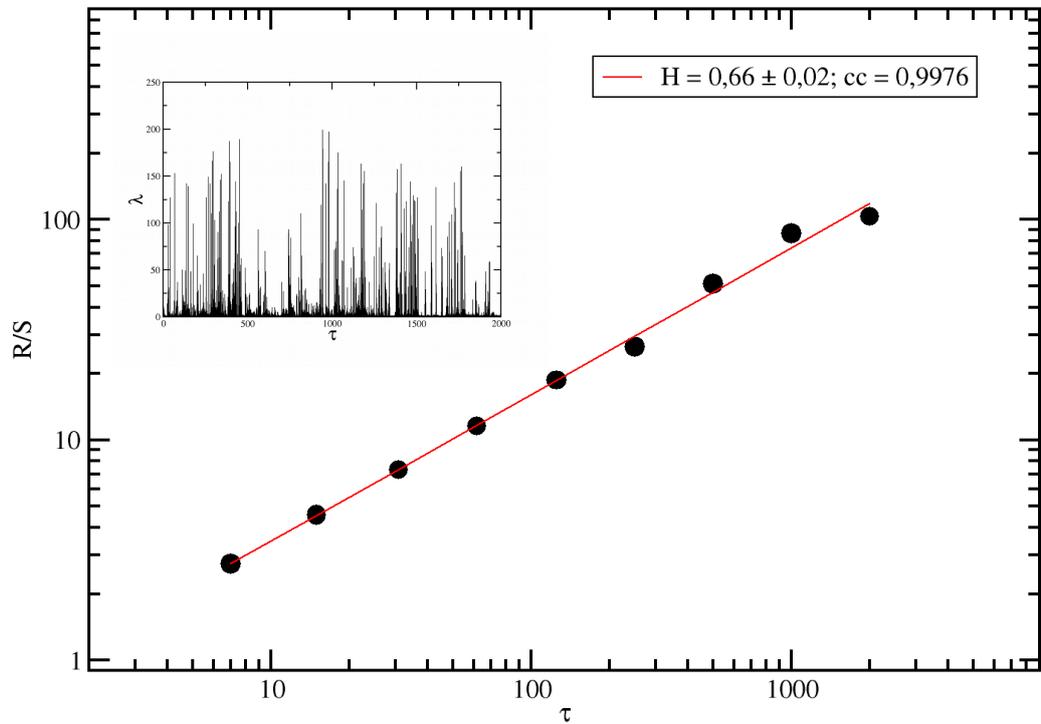


**Figura 3.22:** Série temporal,  $\lambda \times \tau$ , com ângulo relativo da calha  $\theta_r = 0,20$ .

Na Figura 3.21 podemos verificar que o comportamento dos deslizamentos distribuídos em caixas com comprimentos  $\lambda$  definidos, apresentam uma lei de potência,  $[N(\lambda)/N_0] \sim \lambda^{-B}$ , com expoente crítico  $B = 0,62 \pm 0,03$ , para os cinco primeiros pontos. Podemos observar ainda que, para as caixas com comprimentos  $\lambda$  grandes, existe uma tendência para decréscimo mais rápido em  $N(\lambda)/N_0$ , isso é devido a poucas quantidades de grandes eventos  $\lambda$ , consequência do tamanho finito da calha, 300mm. Na Figura 3.22 a série temporal apresenta algumas sequências de grandes e pequenos eventos, com um  $\lambda_{máx} = 189,0\text{mm}$ , percorrendo grande parte da calha em um só evento, e obtivemos um  $\lambda$  médio de todos os eventos da série temporal de  $\langle \lambda \rangle = 12,5\text{mm}$ . Na Figura 3.23 determinamos o expoente de Hurst, onde  $R/S \sim \tau^H$ , com  $H = 0,66 \pm 0,02$ . Isso indica que a série temporal analisada apresenta persistência nos deslizamentos, como podemos ver esse efeito de memória na Figura 3.22 com algumas sequências de grandes deslizamentos.

### 3.7. COMPARAÇÕES DOS EXPOENTES CRÍTICOS OBTIDOS COM AQUELES JÁ EXISTENTES NA LITERATURA.

---



**Figura 3.23:** Gráfico log-log de  $R/S$  x  $\tau$ , resultante da análise de Hurst ( $R/S$ ), como função do intervalo de tempo ( $\tau$ ). Essa série com 2000 eventos, é mostrada na janela, para um cilindro de papel alumínio amassado, com ângulo relativo da calha  $\theta_r = 0,20$ .

### 3.7 Comparações dos expoentes críticos obtidos com aqueles já existentes na literatura.

A seguir mostramos na Tabela 3.7 os dados experimentais coletados com cilindros maciços realizados em 1995 e os dados experimentais coletados com cilindros rugosos realizados em 2018. Ambos os cilindros foram feitos de alumínio.

**Tabela 3.7:** Comparações dos expoentes críticos  $B$  obtidos neste trabalho com aqueles obtidos com banco de dados pessoais de V. P. Brito e M. A. F. Gomes [9].

$\theta_r(^{\circ})$	$B's$ (Deste estudo)	$\theta_r(^{\circ})$	$B's$ (Da Ref. [9])
0,10	$0,49 \pm 0,02$	0,10	$0,54 \pm 0,02$
0,12	$0,49 \pm 0,02$	0,20	$0,37 \pm 0,02$
0,14	$0,59 \pm 0,02$	0,20	$0,50 \pm 0,04$
0,16	$0,57 \pm 0,03$		
0,18	$0,59 \pm 0,03$		
0,20	$0,62 \pm 0,03$		

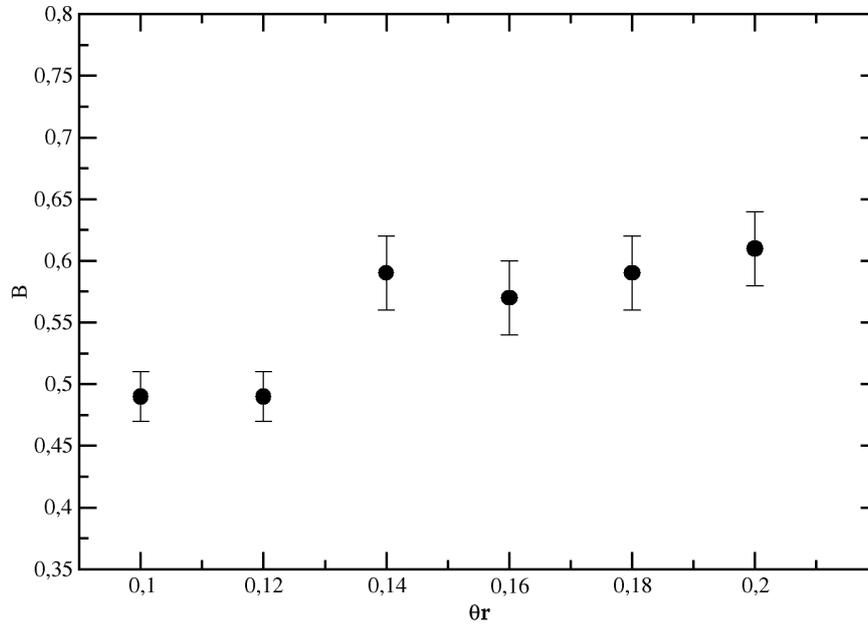
Podemos observar que neste estudo do número de avalanches com comprimentos maiores ou iguais a  $\lambda$ ,  $[N(\lambda)/N_0]$  versus  $\lambda$ , existe uma lei do tipo,  $[N(\lambda)/N_0] \sim \lambda^{-B}$ . Nela obtivemos uma média dos expoentes críticos de  $B = 0,56 \pm 0,05$ . Para o expoente encontrado por Brito e Gomes em 1995, onde trabalhou-se com cilindros maciços, foi obtido uma média de  $\beta = 0,47 \pm 0,03$ , sendo que dentro das barras de erro, o novo resultado apresenta uma pequena diferença entre os expoentes críticos. As condições impostas para os dois experimentos foram semelhantes, com a mudança apenas da textura da superfície do cilindro. Com a lei de escala apresentada neste estudo, podemos determinar o número de deslizamentos,  $n(\lambda)$ , com tamanho  $\lambda$ , como  $n(\lambda) \equiv \left| \frac{d}{d\lambda} [N(\lambda)/N_0] \right| \sim \lambda^{-(1+B)} \sim \lambda^{-1,56 \pm 0,05}$ . Resultados que corroboram com o esperado para a lei de Gutenberg-Richter para a frequência de terremotos sobre a superfície terrestre, sendo que, os mesmos não correspondem com os resultados obtidos com cilindros maciços. Da análise do expoente de Hurst, obtivemos expoentes  $H > 0,5$ , para todas as séries analisadas, ou seja, as séries temporais apresentam acúmulo de memória, que indica que os eventos exibem persistência.

### 3.8 Análise das relações dos ângulos relativos, $\theta_r$ , com $B$ , $H$ e $\langle \lambda \rangle$

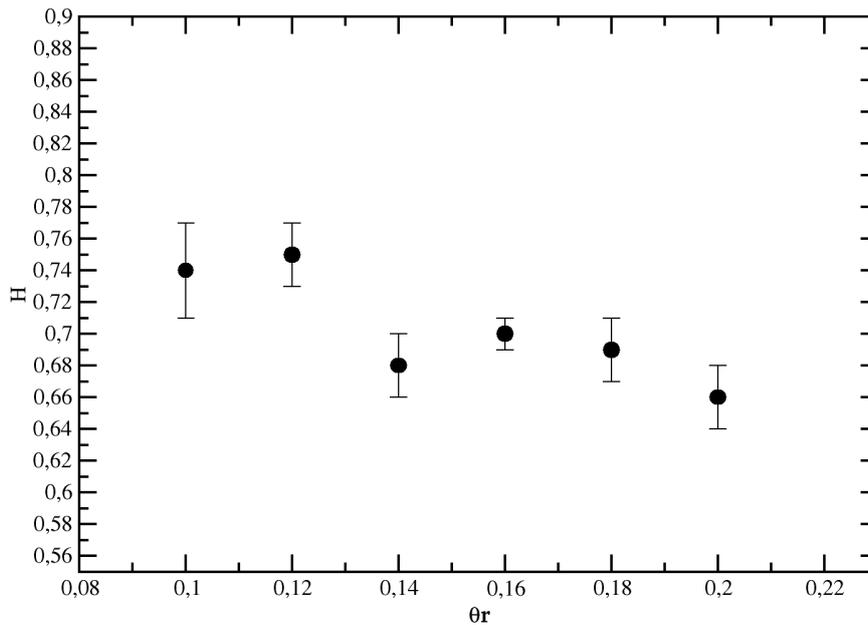
A seguir veremos como se comportam os expoentes críticos ( $B$ ) e os expoentes de Hurst ( $H$ ), quando variamos os ângulos relativos  $\theta_r$ .

3.8. ANÁLISE DAS RELAÇÕES DOS ÂNGULOS RELATIVOS,  $\theta_R$ , COM  $B$ ,  $H$  E  $\langle \lambda \rangle$

---



**Figura 3.24:** Gráfico dos expoentes críticos,  $B$  x  $\theta_r$ , para todos os experimentos realizados.

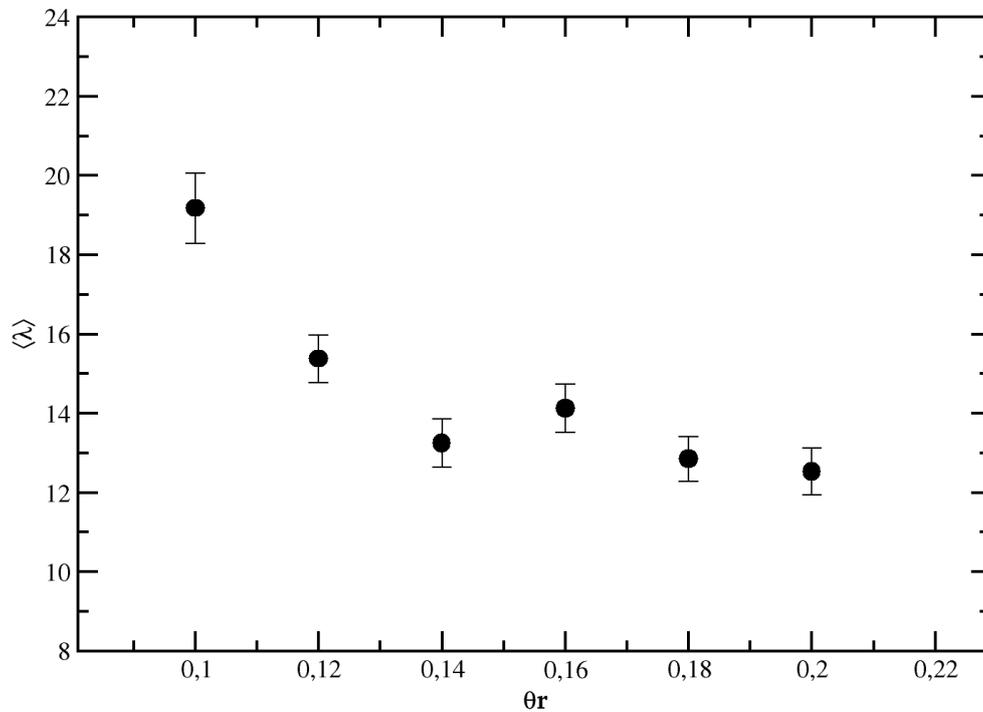


**Figura 3.25:** Gráfico dos expoentes de Hurst,  $H$  x  $\theta_r$ , para todos os experimentos realizados.

### 3.8. ANÁLISE DAS RELAÇÕES DOS ÂNGULOS RELATIVOS, $\theta_R$ , COM $B$ , $H$ E $\langle \lambda \rangle$

---

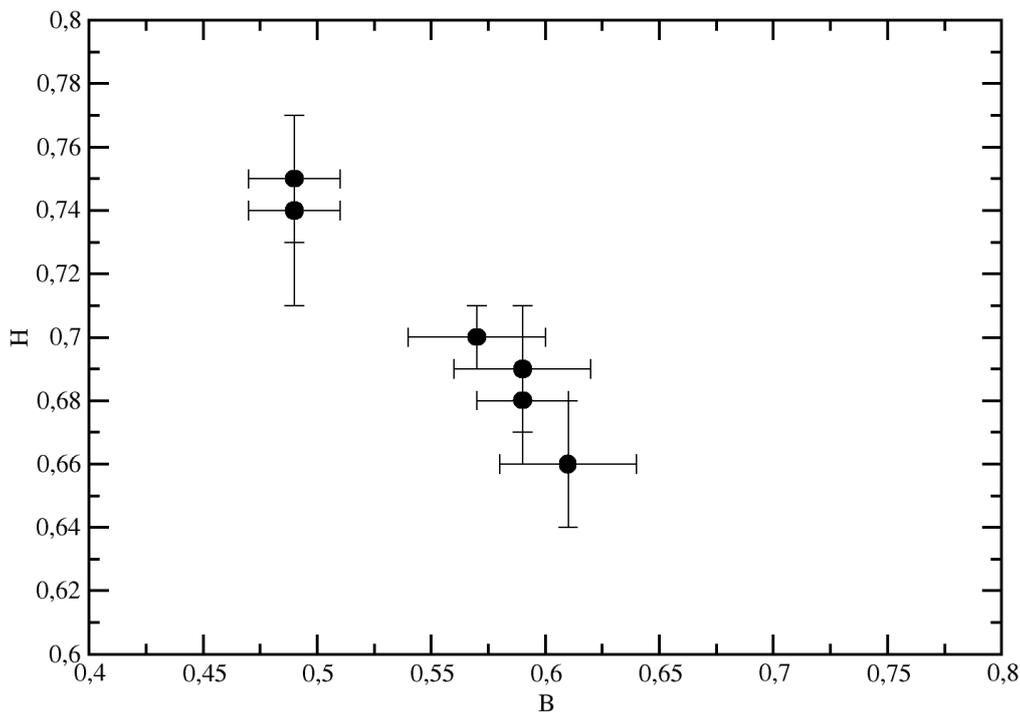
Da análise da Figura 3.24 observamos que o expoente  $B$ , na região de ângulos mais confiáveis (os maiores ângulos relativos) sugerem uma certa estabilidade em torno de 0,58. Na Figura 3.25 observamos que o expoente Hurst  $H$ , na região de ângulos mais confiáveis (os maiores ângulos relativos) sugerem também uma certa estabilidade em torno de 0,68. Apresentamos na Figura 3.26 a média dos deslizamentos  $\langle \lambda \rangle$  *versus*  $\theta_r$  para uma série temporal de  $t = 2000$  eventos. Observando-se que na região de ângulos mais confiáveis (os maiores ângulos relativos) o  $\langle \lambda \rangle$  também apresenta uma certa estabilidade em torno de 13mm. Sendo  $\langle \lambda \rangle = \frac{1}{2000} \sum_{t=1}^{2000} \lambda(t)$ .



**Figura 3.26:** Gráfico da média dos deslizamentos *versus* ângulo relativo,  $\langle \lambda \rangle$  x  $\theta_r$ , para todos os experimentos realizados.

### 3.9 Análise de $H$ versus $B$

Na figura a seguir apresentamos o gráfico dos expoentes críticos  $H$  versus  $B$  (expoentes de Hurts). Observa-se que o expoente de Hurst  $H$ , diminui quando o expoente crítico  $B$  aumenta, como podemos observar no histograma na Figura 3.28. Isso indica que a quantidade de grandes eventos  $\lambda$  diminui, o que ocorre quando o  $\theta_r$  aumenta.



**Figura 3.27:** Gráfico dos expoentes,  $H$  x  $B$ , para todos os experimentos realizados.

Na Figura 3.29 que mostra a relação entre a temperatura e o ângulo crítico  $\theta_c$ , podemos observar que a temperatura apresenta uma maior tendência de ocorrência no intervalo de 24 °C a 28 °C, enquanto o ângulo crítico  $\theta_c$ , varia de 21° à 36°. A grande variação do ângulo crítico, mostra a dificuldade que tivemos para a determinações do ângulo  $\theta$  para as realizações das coletas de dados. Devido a essa dificuldade, resolvemos trabalhar com ângulo de inclinação relativo  $\theta_r$ .

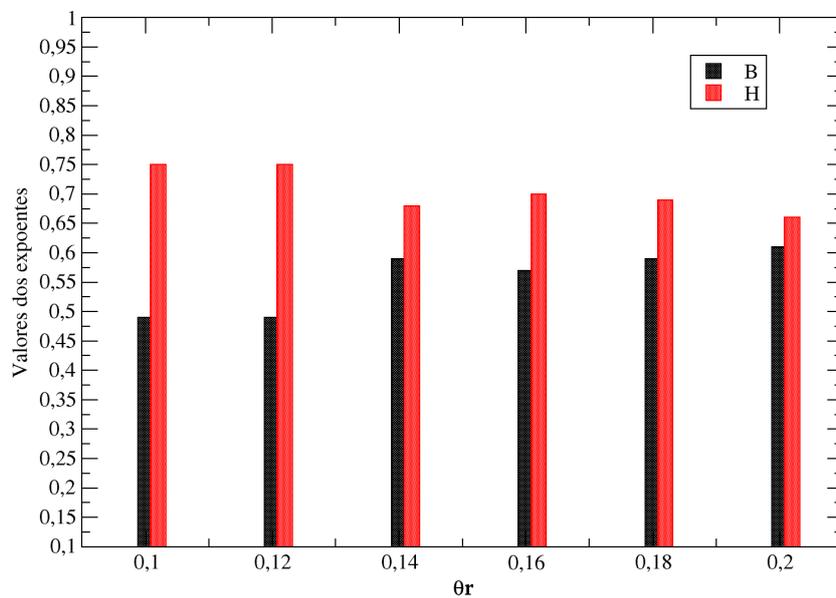


Figura 3.28: Histograma dos  $B$  e  $H$  obtidos.

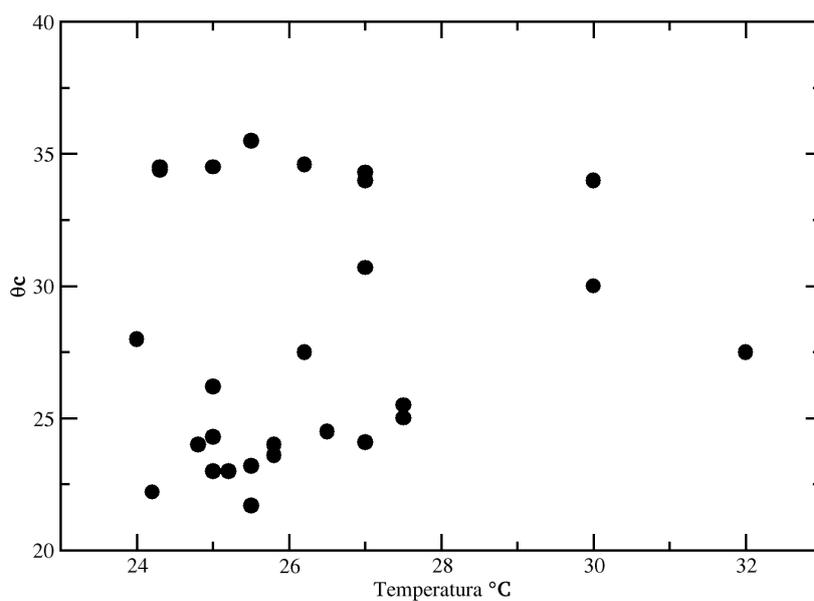


Figura 3.29: Gráfico do ângulo crítico *versus* temperatura,  $\theta_c$  *versus*  $T$ , obtidos.

# Capítulo 4

## Conclusões e perspectivas

Neste trabalho foram estudados 12.000 eventos com ângulo de inclinação relativo  $\theta_r$  diferentes. Para cada  $\theta_r$  foram realizadas séries com 2000 eventos nas quais obtivemos gráficos da distribuição normalizada de avalanches,  $[N(\lambda)/N_0]$  versus  $\lambda$ , com deslizamentos de comprimentos maiores ou iguais a  $\lambda$ . A análise para os cinco primeiros pontos de todas as séries exibe a existência de uma lei de escala com expoente crítico não-trivial,  $[N(\lambda)/N_0] \sim \lambda^{-B}$ , com  $B = 0,56 \pm 0,05$ . Este resultado apresenta uma pequena diferença no expoente crítico encontrado para cilindros maciços de alumínio  $\beta = 0,47 \pm 0,03$ , realizado por Brito e Gomes em (1995). Podemos determinar o número de deslizamentos, como  $n(\lambda) \equiv \left| \frac{d}{d\lambda} [N(\lambda)/N_0] \right| \sim \lambda^{-(1+B)} = \lambda^{-1,56 \pm 0,05}$ , resultado que corrobora com o expoente encontrado por Gutenberg-Richter para lei  $n(m) \sim m^{-(1+\gamma)}$ , com  $0,5 < \gamma < 0,6$  para os terremotos.

Este trabalho teve ainda como objetivo estudar o comportamento das séries temporais. Com a análise do expoente de Hurst obtivemos acúmulo de memória para todas as séries temporais coletadas o que indica que estas apresentam persistência, ou seja  $H > 0,5$ . Estes resultados corroboram com os encontrados para as séries coletadas com ângulos  $\theta$  próximos ao ângulo crítico  $\theta_c$  para cilindros de alumínio maciços [10].

Verificamos uma pequena diferença no expoente crítico da lei de escala  $[N(\lambda)/N_0]$  versus  $\lambda$ , entre os dados coletados durante o dia e à noite. Acreditamos que isto se justifica pela existência de pequenas vibrações no piso do Laboratório (segundo andar), causadas pelo movimento de pessoas, funcionamento de ar-condicionado, funcionamento de equipamentos de outros Laboratórios no prédio. Da análise das séries temporais podemos concluir que o expoente  $B$ , o expoente Hurst  $H$  e a média dos deslizamentos  $\langle \lambda \rangle$  exibem uma certa estabilidade para ângulos maiores.

Diante dos poucos estudos existentes na literatura sobre deslizamentos de material

---

sólido em superfície inclinada, é importante realizar futuramente, estudos de deslizamentos de cilindros de papel alumínio amassado com ângulos  $\theta$ , muito abaixo do ângulo crítico,  $\theta_c$ , e realizar o mesmo estudo com cilindros rugosos feitos com materiais diferentes do alumínio (exs: PVC, Teflon e Latão). Esperamos que esses resultados permitam consolidar a diferença obtida aqui, para o alumínio no expoente  $B$ .

# Referências Bibliográficas

- [1] K. Wiesenfeld. Resource Letter: Sci-1: *Scaling Laws* . American Journal of Physics, **69** (9):938, 2001.
- [2] B. Gutenberg and C. F. Richter, Ann. Geos. **9**, 1 (1956).
- [3] M. Bretz, J. B. Cunningham, P.L. Kurcznski, and F. Nori. *Imaging of Avalanches in Granular Materials*. Physical Review Letters, **69**, 2431, 1992.
- [4] P. Bak, C. Tang and K. Wiesenfeld. *Self-Organized Criticality: An Explanation of 1/f noise*. Physical Review Letters, **59** (4):381-384, 1987.
- [5] B. Plourde, F. Nori and M. Bretz. *Water Droplet Avalanches*. Physics Review Letters, **71** 2749 (1993).
- [6] T. Poschel, J. Phys. II France **3**, 27 (1993); *Proceedings of the Workshop on Dynamics of Powder Systems*, Y-h. Taguchi, H. Hayakawa, S. Sasa, and H. Nishimori (eds), Int. J. Mod. Phys. B **7**, N910 (1993).
- [7] J. Rosendahl, M. Vekic and J. Kelley, Phys. Rev. E **47** , 1401 (1993).
- [8] R. Dugas, *A History of Mechanics*. Dover, New York, 1988.
- [9] V. P. Brito and M. A. F. Gomes. *Block avalanches on a chute*. Physics Letters A, **201**:38, 1995.
- [10] M. A. F. Gomes, F. A. O. Souza, and V. P. Brito. *Persistence and intermittency in sliding of blocks*. J. Phys. D, **31**:3223, 1998.
- [11] B. B. Mandelbrot *The Fractal Geometry of Nature*. San Francisco: Freeman, 1983.

- 
- [12] M. A. F. Gomes; R. R. Hora; V. P. Brito, *Electrical resistance of complex two-dimensional structures of loops*. J. Phys. D: Appl. Phys., v. **44**, n. 25, p. 255401–1 – 255401–7, 2011.
- [13] D. Stauffer; A. Aharony. *Introduction to percolation theory*. 2. ed. Londres: Taylor e Francis, 1994.
- [14] D. L. Turcotte. *Fractals and Chaos in Geology and Geophysics*. Cambridge, 2nd. edition, 1997.
- [15] E. J. R. Parteli: *Aspectos estatísticos de séries temporais de deslizamentos*, Dissertação de Mestrado; Universidade Federal de Pernambuco-UFPE; (2002).
- [16] carta psicrométrica: <http://www.flycarpet.net/en/psyonline>. Acessada em 19/Julho/2018.